Magistère d'Informatique et Modélisation

Partiel de réécriture

Mars 2002

Documents autorisés.

Exercice 1

On considère le système [1] de réécriture :

$$
\begin{aligned}
(\lambda a)\, b &\longrightarrow a[b/] && \text{(B)}\\
(a\, b)[s] &\longrightarrow a[s]\, b[s] && \text{(App)}\\
(\lambda a)[s] &\longrightarrow \lambda a[\Uparrow(s)] && \text{(Lambda)}\\
a[s][t] &\longrightarrow a[s \circ t] && \text{(Clos)}\\
(s \circ t) \circ u &\longrightarrow s \circ (t \circ u) && \text{(AssEnv)}\\
a/ \circ s &\longrightarrow \Uparrow(s) \circ a[s]/ && \text{(MapSl)}\\
\uparrow \circ (\Uparrow(s) \circ t) &\longrightarrow s \circ (\uparrow \circ t) && \text{(ShiftLift)}
\end{aligned}
$$

qui correspond à la syntaxe :

$$
\begin{aligned}
a, b &::= \lambda a \mid a\, b \mid a[s] && \text{(Termes)}\\
s, t &::= a/ \mid s \circ t \mid \Uparrow(s) \mid \uparrow && \text{(Substitutions)}
\end{aligned}
$$

1. Ce système admet-il une superposition ? Si oui quelle est la paire critique correspondante ? Est-ce que cette paire critique est convergente ?
2. Montrer que $\uparrow \circ (a/ \circ (\uparrow \circ b/)) \longrightarrow \uparrow \circ (b/ \circ (\uparrow \circ a[\uparrow \circ b/]/))$.
3. Ce système termine-t-il ?

[1] Extrait d'un système plus complet lié aux calculs de substitutions explicites. Ceci dit, si la syntaxe vous gène, vous pouvez la traduire en une syntaxe plus classique.

Exercice 2 sur les relations abstraites

Soit un ensemble E muni de deux relations $\xrightarrow[R]{}$ et $\xrightarrow[S]{}$ et d'une fonction $x \mapsto \bar{x}$ de E dans E telles que

- $\xrightarrow[S]{} \subseteq \xrightarrow[R]{}$,
- $x \xrightarrow[R]{}^{*} \bar{x}$,
- $x \xrightarrow[R]{} y \quad \Rightarrow \quad \bar{x} \xrightarrow[S]{}^{*} \bar{y}$.

1. Montrer que si $\xrightarrow[S]{}$ est confluente alors $\xrightarrow[R]{}$ est confluente.
2. Peut-on affaiblir ces conditions ?