Magistère d'Informatique et Modélisation

Examen final de sémantique

2003

Exercice 1

On rappelle que le modèle d'Engeler est une rétraction sur l'ensemble $D_A = \mathcal{P}(B)$ où A ne contient pas d'éléments $(\beta, b) \in B$ et où B est défini ainsi.

$$\begin{array}{rcl} B_0 & = & A \\ B_{n+1} & = & B_n \cup \{(\beta, b) \mid b \in B_n \wedge \beta \subseteq B_n \wedge \beta \text{ est fini}\}, \\ B & = & \bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n. \end{array}$$

On définit $F : D_A \to [D_A \to D_A]$ et $G : [D_A \to D_A] \to D_A$ par

$$\begin{array}{rcl} F(x)(y) & = & \{b \mid (\exists \beta \subseteq y) \quad (\beta, b) \in x\} \\ G(f) & = & \{(\beta, b) \mid b \in f(\beta)\}. \end{array}$$

1. Calculer $[\![\lambda x.xx]\!]^{D_A}$.
2. Calculer $[\![(\lambda x.xx)\ (\lambda x.xx)]\!]^{D_A}$.

Exercice 2

On considère les programmes IMP

$$\mathcal{P}_1 = \left\{ \begin{array}{l} p := 0; \\ q := 0; \\ i := 0; \\ \textbf{while} \quad i < n \quad \textbf{do} \\ \qquad p := p + q + 1; \\ \qquad q := q + (6 \times i); \\ \qquad i := i + 1 \end{array} \right. \qquad \mathcal{P}_2 = \left\{ \begin{array}{l} p := 0; \\ q := 0; \\ i := 0; \\ \textbf{while} \quad i < n \quad \textbf{do} \\ \qquad p := p + q + 1; \\ \qquad i := i + 1; \\ \qquad q := q + (6 \times i) \end{array} \right.$$

1. Lequel de ces programmes calcule le cube de n ?
2. Quelle est une postcondition satisfaite par ce programme qui garantit ce fait ?
3. Démontrer rigoureusement cette propriété en utilisant les règles de la sémantique axiomatique.

Exercice 3

On veut décrire en π-calcul, un système de trois clients A, B et C qui envoient à un serveur désigné SERVEUR des masses de données par deux liaisons rapides désignées par rapide1 et rapide2 qu'ils doivent se partager. Pour cela, les clients font des requêtes au serveur *par un canal lent* et se voient attribuer une liaison rapide lorsque c'est possible, selon une politique d'attribution aléatoire

Les clients avertissent le serveur quand ils libèrent la liaison rapide qui leur a été attribuée.

1. Décrivez en π-calcul ce protocole, autrement dit donnez les équations du processus Serveur et des processus Client(x).
2. Décrivez les réductions qui correspondent à la suite d'actions (plus quelques actions intermédiaires éventuelles) :
   - A obtient rapide1,
   - B obtient rapide2,
   - B libère rapide2.
3. Modifier le protocole précédent afin d'implanter une politique d'attribution "premier mis en attente, premier servi".