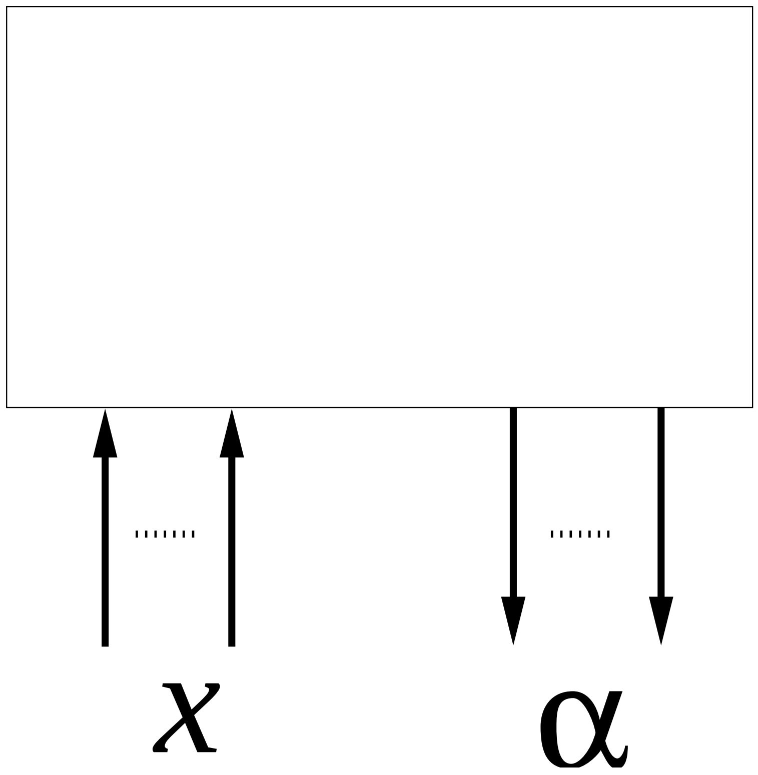
$\mathcal{X}$: un langage de communication

Steffen van Bakkel,

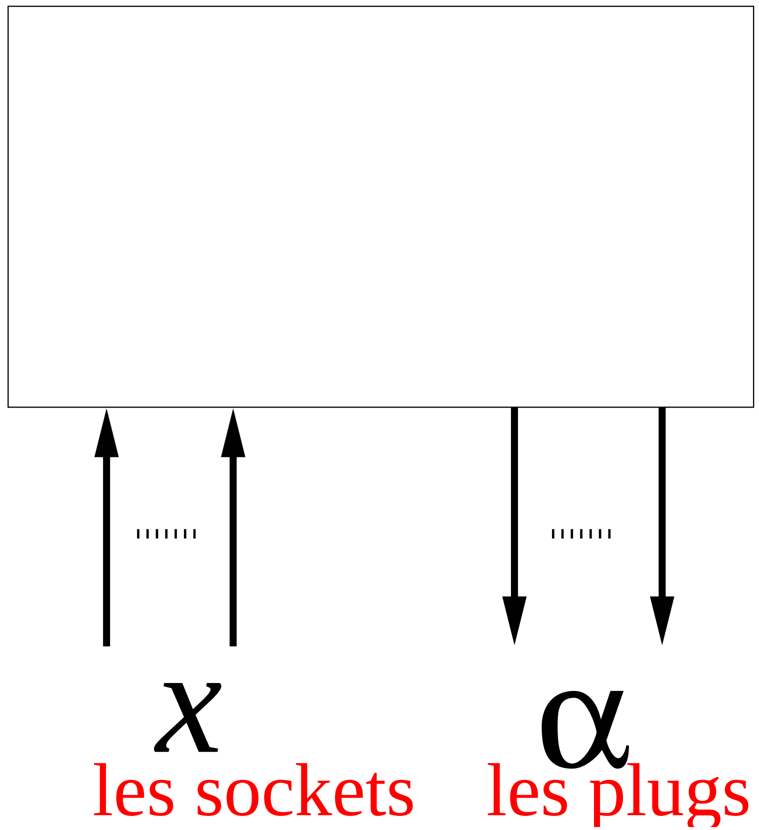
Stéphane Lengrand,

Pierre Lescanne

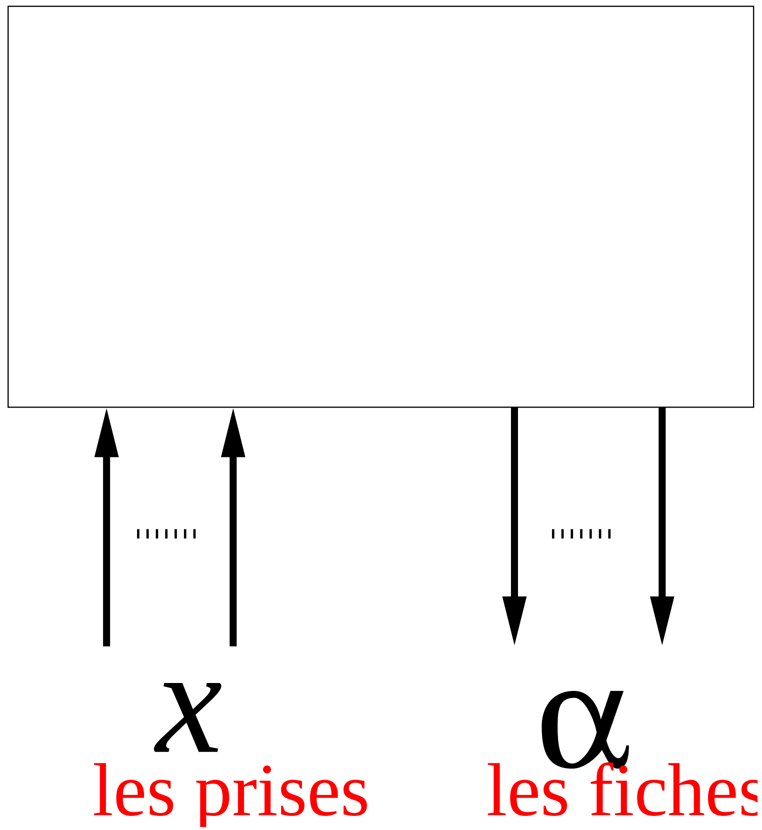
Un réseau



Un réseau

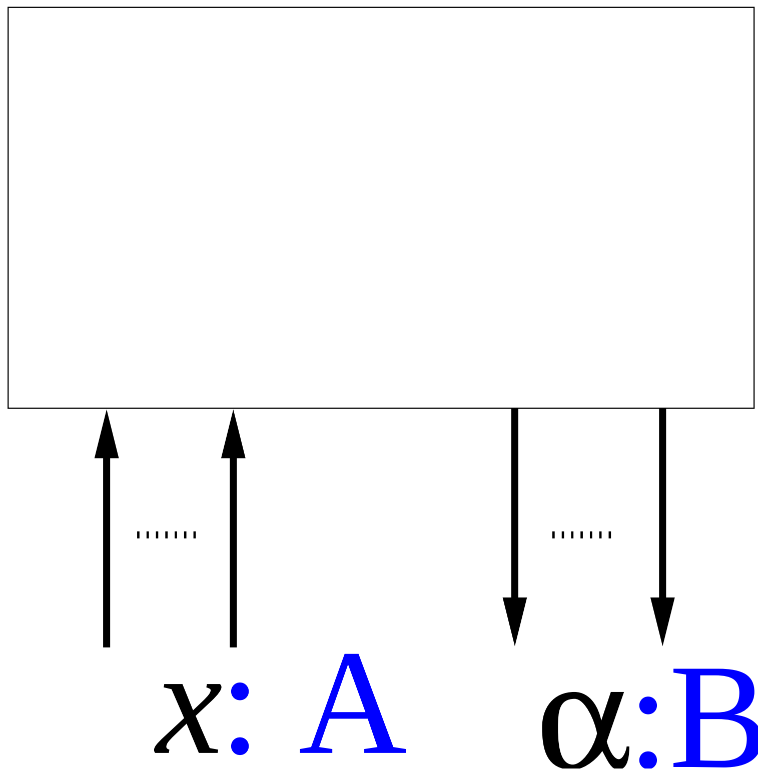


Un réseau



Un réseau

Les connexions sont typées.

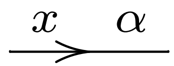


Un réseau

Les connexions sont typées.

Construire des réseaux

Le réseau de base

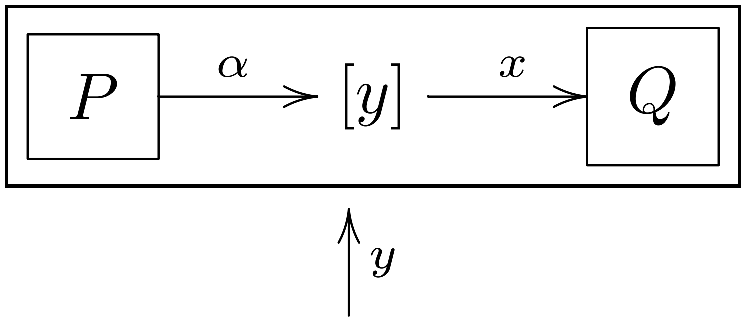


La fiche α communique ce qu'elle reçoit de la prise x.

En franglais

Le plug α communique ce qu'il reçoit de la socket x.

Le médiateur



P et Q sont connectés à travers

- la socket x pour Q
- et le plug α pour P.

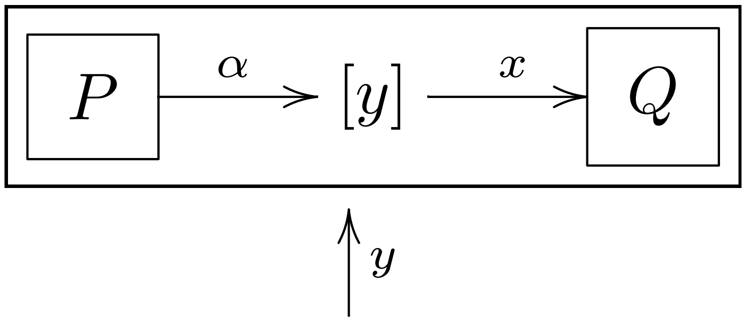
Le médiateur

$$\boxed{\boxed{P} \xrightarrow{\alpha} [y] \xrightarrow{x} \boxed{Q}}$$

$$\uparrow y$$

Les types sur x et sur α ne s'accordent pas, on a besoin d'un «médiateur» (ou «adaptateur») de type $type(\alpha) \rightarrow type(x)$.

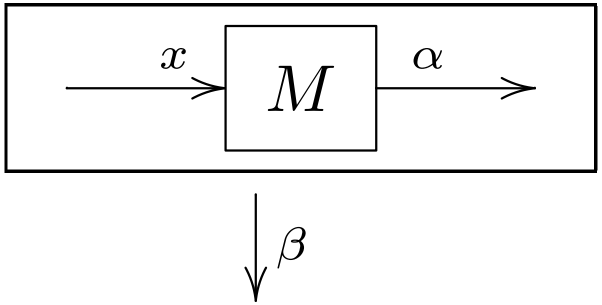
Le médiateur



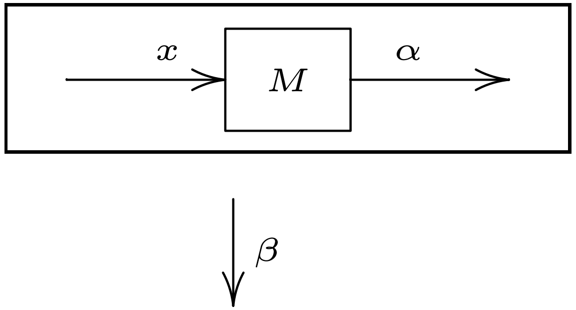
Les types sur x et sur α ne s'accordent pas, on a besoin d'un «médiateur» (ou «adaptateur») de type $type(\alpha) \rightarrow type(x)$.

Le médiateur y est fourni à travers une socket particulière y.

L'exportateur



M prend quelque chose dans $type(x)$ et rend quelque chose dans $type(\alpha)$.

Le nouveau réseau 

exporte le type

$type(x) \rightarrow type(\alpha)$, sur son plug β.

Le soudeur

C'est l'opération la plus élémentaire, elle «soude» deux réseaux à travers un plug.

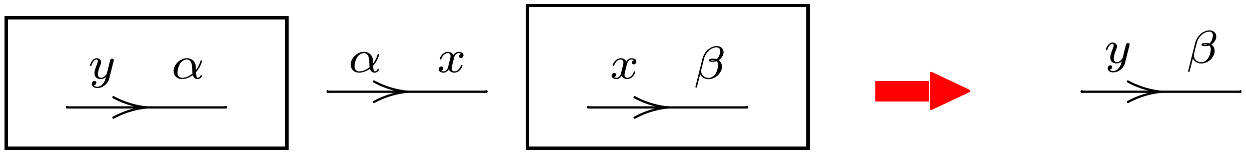
$$\boxed{P} \xrightarrow{\alpha \qquad x} \boxed{Q}$$

Le plug α de P est «soudé» à la socket x de Q.

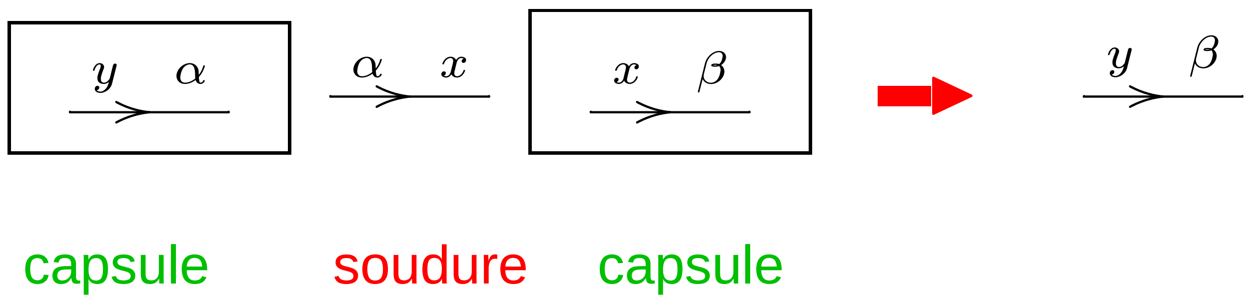
Comme on va s'intéresser à l'opération inverse (déstructurante), on parle aussi de coupure.

Simplifier les réseaux

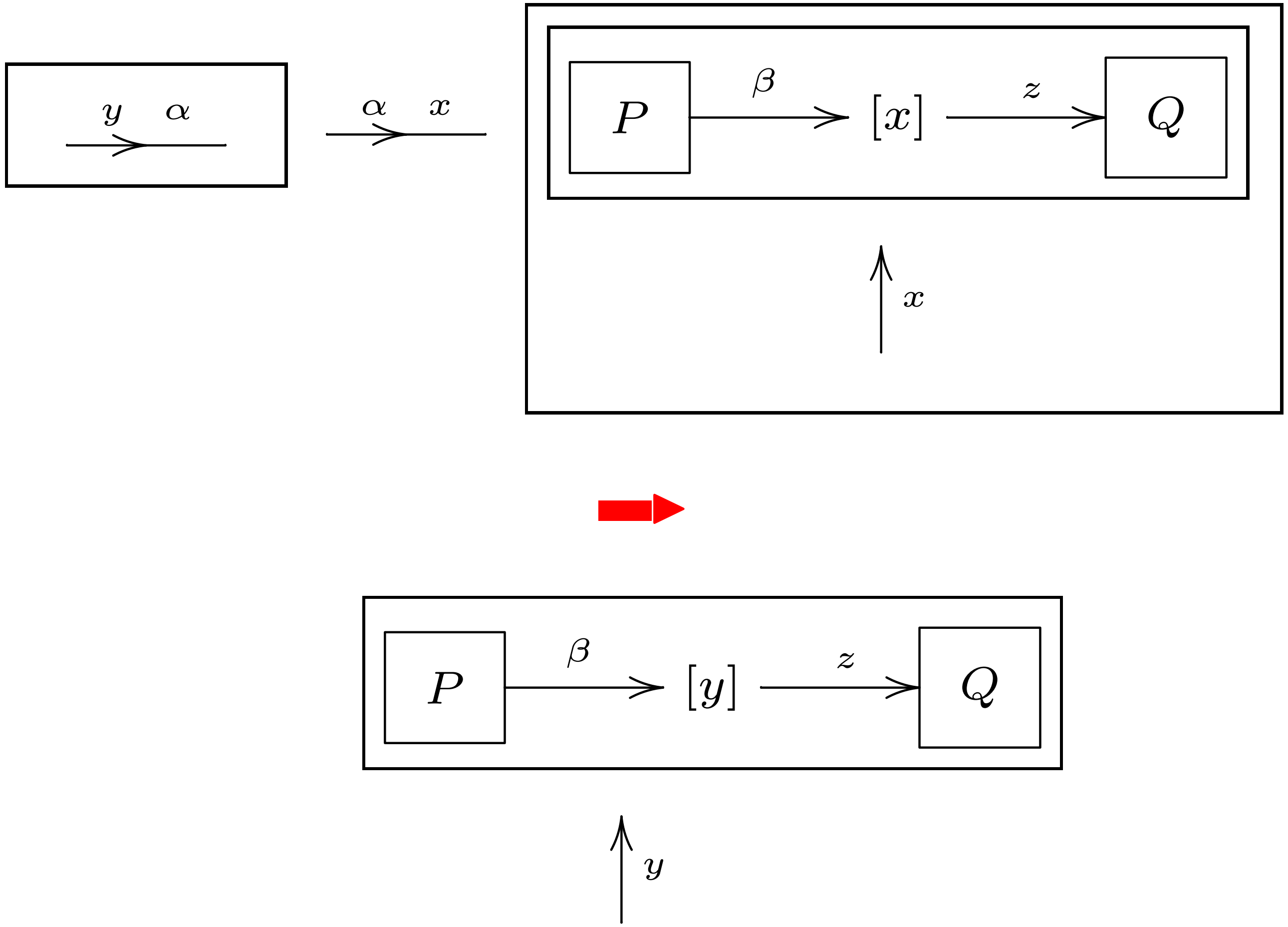
exp



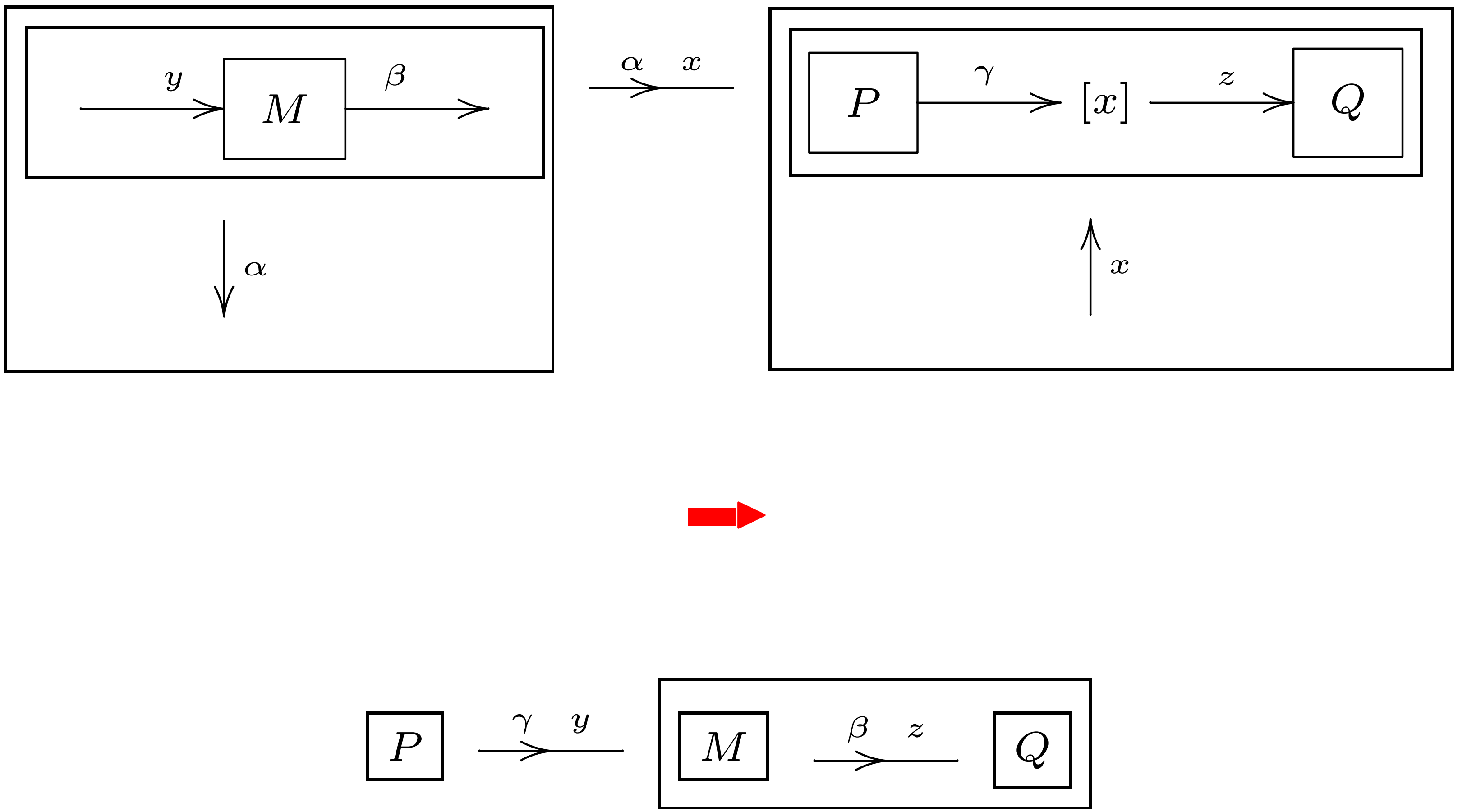
exp



med



ins



α n'est libre dans M et x n'est libre ni dans P ni dans Q.

En fait,

$$\boxed{P} \xrightarrow{\gamma \quad y} \boxed{\boxed{M} \xrightarrow{\beta \quad z} \boxed{Q}}$$

$$\equiv$$

$$\boxed{\boxed{P} \xrightarrow{\gamma \quad y} \boxed{M}} \xrightarrow{\beta \quad z} \boxed{Q}$$

Un peu de syntaxe

Liage des noms

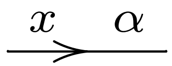
A la différence de la plupart des calculs avec variables liées :

lambda-calcul, quantification, point fixe, etc.

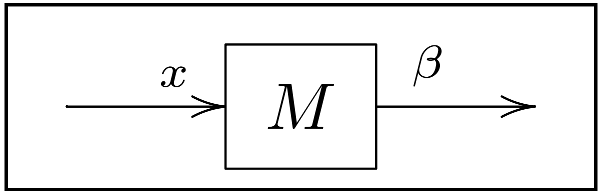
dans les médiateurs, les exportateurs et les soudeurs il faut lier deux noms :

une socket et un plug.

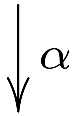
Les noms liés sont couverts d'un accent circonflexe.

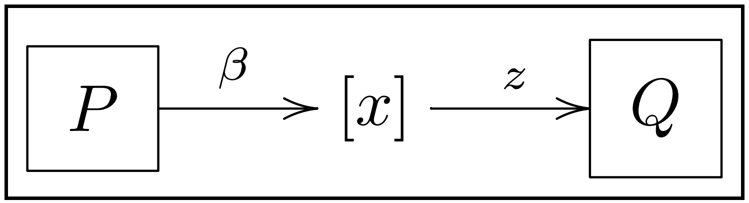


$$\langle x.\alpha \rangle$$

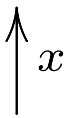


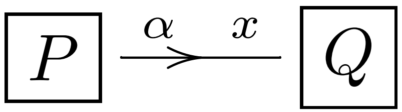
$$\widehat{x} M \widehat{\beta} \cdot \alpha$$





$$P \widehat{\beta}\ [x]\ \widehat{z} Q$$





$$P \widehat{\alpha}\ \dagger\ \widehat{x} Q$$

Les règles de réduction dans cette nouvelle syntaxe

$$\langle y.\alpha\rangle\widehat{\alpha} \dagger \widehat{x}\langle x.\beta\rangle \quad \rightarrow \quad \langle y.\beta\rangle$$

Les règles de réduction dans cette nouvelle syntaxe

$$\langle y.\alpha\rangle\widehat{\alpha} \dagger \widehat{x}\langle x.\beta\rangle \quad \Longrightarrow \quad \langle y.\beta\rangle$$

$$\langle y.\alpha\rangle\widehat{\alpha} \dagger \widehat{x}(P\widehat{\beta}\,[x]\,\widehat{z}Q) \quad \Longrightarrow \quad P\widehat{\beta}\,[y]\,\widehat{z}Q$$

Les règles de réduction dans cette nouvelle syntaxe

$$
\begin{array}{rcl}
\langle y.\alpha\rangle\widehat{\alpha} \dagger \widehat{x}\langle x.\beta\rangle & \Rightarrow & \langle y.\beta\rangle \\
\langle y.\alpha\rangle\widehat{\alpha} \dagger \widehat{x}(P\widehat{\beta}\,[x]\,\widehat{z}Q) & \Rightarrow & P\widehat{\beta}\,[y]\,\widehat{z}Q \\
(\widehat{y}M\widehat{\beta}\cdot\alpha)\widehat{\alpha} \dagger \widehat{x}(P\widehat{\gamma}\,[x]\,\widehat{z}Q) & \Rightarrow & P\widehat{\gamma} \dagger \widehat{y}(M\widehat{\beta} \dagger \widehat{z}Q) \\
 & \text{ou} & (P\widehat{\gamma} \dagger \widehat{y}M)\widehat{\beta} \dagger \widehat{z}Q
\end{array}
$$

Les règles de réduction dans cette nouvelle syntaxe

$$\langle y.\alpha\rangle\widehat{\alpha} \dagger \widehat{x}\langle x.\beta\rangle \quad \Rightarrow \quad \langle y.\beta\rangle$$

$$\langle y.\alpha\rangle\widehat{\alpha} \dagger \widehat{x}(P\widehat{\beta}\,[x]\,\widehat{z}Q) \quad \Rightarrow \quad P\widehat{\beta}\,[y]\,\widehat{z}Q$$

$$(\widehat{y}M\widehat{\beta}\cdot\alpha)\widehat{\alpha} \dagger \widehat{x}(P\widehat{\gamma}\,[x]\,\widehat{z}Q) \quad \Rightarrow \quad P\widehat{\gamma} \dagger \widehat{y}(M\widehat{\beta} \dagger \widehat{z}Q)$$

ou $(P\widehat{\gamma} \dagger \widehat{y}M)\widehat{\beta} \dagger \widehat{z}Q$

Il y a d’autres règles.

Un petite digression

Le calcul des séquents implicatifs

Le calcul des séquents implicatif (les règles)

$$\frac{}{\Gamma, A \vdash \Delta, A}\ (ax)$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \qquad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \to B \vdash \Delta}\ (\to L) \qquad \frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \to B, \Delta}\ (\to R)$$

Le calcul des séquents implicatif (les règles)

$$\frac{}{\Gamma, A \vdash \Delta, A}\ (ax)$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \qquad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta}\ (\rightarrow L) \qquad \frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B, \Delta}\ (\rightarrow R)$$

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \qquad \Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \Delta}\ (cut)$$

Les types

Le typage de $\mathcal{X}$

$$\frac{}{\langle x.\alpha\rangle : \Gamma, x : A \vdash \Delta, \alpha : A}\ (cap)$$

$$\frac{M : \Gamma \vdash \alpha : A, \Delta \qquad N : \Gamma, x : B \vdash \Delta}{M\widehat{\alpha}\ [y]\ \widehat{x}N : \Gamma, A \to B \vdash \Delta}\ (med) \qquad \frac{M : \Gamma, x : A \vdash \alpha : B, \Delta}{\widehat{x}M\widehat{\alpha} \cdot \beta : \Gamma \vdash \beta : A \to B, \Delta}\ (exp)$$

$$\frac{P : \Gamma \vdash \alpha : A, \Delta \qquad Q : \Gamma, x : A \vdash \Delta}{P\widehat{\alpha}\ \dagger\ \widehat{x}Q : \Gamma \vdash \Delta}\ (cut)$$

La correspondance de Curry-Howard

Les règles de typage de $\mathcal{X}$ sont les règles du calcul des séquents implicatifs.

La réduction des réseaux correspond à l'élimination des coupures.

Le terme de coupure semble plus adapté que celui de soudure.

En guise de conclusion

Cette présentation est (trop ?) courte.

J'aurais pu encore vous parler de

- de la représentation du lambda-calcul et des substitutions explicites dans $\mathcal{X}$,
- de la représentation du $\lambda\mu\tilde{\mu}$ dans $\mathcal{X}$,
- du calcul non typé,
- de l'appel par valeur et de l'appel par nom dans $\mathcal{X}$.,
- des liens de ce calcul avec le π-calcul.