Comment calculait-on il y a quatre mille ans?

Pierre Lescanne

14 octobre 2004

Comment calculait-on il y a quatre mille ans? chez les Babyloniens

Pierre Lescanne

14 octobre 2004

Plan

L'écriture cunéiforme

L'écriture, appelée cunéiforme, «en forme de coin»,

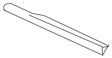
- est formée de petits triangles tracés sur des tablettes d'argile.

L'écriture cunéiforme

L'écriture, appelée cunéiforme, «en forme de coin»,

- est formée de petits triangles tracés sur des tablettes d'argile.

- est tracée avec un calame, bâton de roseau.



Elle remonte à 3 000 av J. C.

Cuneiform digital library initiative

Le site de la Cuneiform digital library initiative

- http://cdli.ucla.edu/
- (et son miroir http://cdli.mpiwg-berlin.mpg.de/),

associe les principaux musées du monde qui possèdent des tablettes cunéiformes et donne accès sous forme électronique à ces tablettes.

Cuneiform digital library initiative

Participants actuels

- Cuneiform Tablet Collection of the Hearst Museum of Anthropology, UC Berkeley, Californie,
- Hermitage Cuneiform Collection, St. Petersburg, Russia
- Cuneiform Tablet Collection of the Institut Catholique de Paris
- Early Cuneiform of the Vorderasiatisches Museum, Berlin
- Cuneiform Tablets of the Iraq Museum
- Cuneiform Tablets of the Kelsey Museum of Archaeology, University of Michigan
- Cuneiform Tablet Collection of the Musées royaux d'Art et d'Histoire

  University of Southern California Archaeological Research Collection

La tablette VAT 12593

La tablette VAT 12552

La tablette ICP 025

L'écriture cunéiforme

L'on trouve déjà des tablettes très intéressantes du point de vue mathématique et algorithmique dès la dynastie d'Hammourabi de 1 800 à 1 600 av. J. C.

L'écriture cunéiforme

L'on trouve déjà des tablettes très intéressantes du point de vue mathématique et algorithmique dès la dynastie d'Hammourabi de 1 800 à 1 600 av. J. C.

Hammourabi est très connu aussi pour son code qui est l'un des plus anciens documents de droit connu.

Le code d'Hammourabi

Si un architecte construit une maison pour quelqu'un, qu'il ne le fait pas proprement et que la maison s'écroule et tue son propriétaire, alors l'architecte doit mourir.

Le code d'Hammourabi

> *Si un architecte construit une maison pour quelqu'un, qu'il ne le fait pas proprement et que la maison s'écroule et tue son propriétaire, alors l'architecte doit mourir.*

Une citation que devrait méditer certains concepteurs de logiciels.

La numération

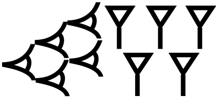
La base de calcul est sexagésimale, c'est-à-dire à base 60 (un héritage des Sumériens)

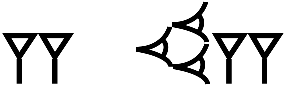
Nous en avons gardé

- les heures
- et les angles

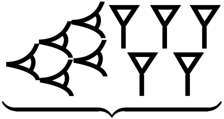
Les chiffres sont composites fondés sur un sous-système décimal.

- le signe 𒁹 pour le chiffre **un**,
- le signe 𒌋 pour le chiffre **dix**.

55 = 

7 232 = 

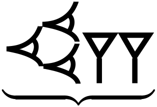
55 =



un chiffre

7 232 =

un chiffre



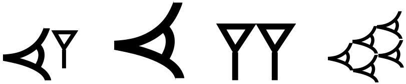
un chiffre

Nous écrirons

$$
\begin{aligned}
55 &= [55] \\
7\,232 &= [2;0;32]
\end{aligned}
$$


25

Le nombre sur la tablette ICP 25



soit

$$[11\,;\quad 10\,;\quad 2\,;\quad 50]$$

$$=$$

$$11 * 60^3 + 10 * 60^2 + 2 * 60 + 50$$

$$=$$

$$2\,376\,000 + 36\,000 + 120 + 50$$

$$=$$

$$2\,412\,170$$

La numération

Le système de calcul de Babyloniens est
ce que les informaticiens appellent à virgule flottante,
donc avec exposant et mantisse.

La numération

Le système de calcul de Babyloniens est
ce que les informaticiens appellent à virgule flottante,
donc avec exposant et mantisse.

Comme $6,0221367\ E23$.

La numération

Le système de calcul de Babyloniens est
ce que les informaticiens appellent à virgule flottante,
donc avec exposant et mantisse.

Comme $6,0221367\ E23$.

Mais les Babyloniens n'écrivent pas les exposants.

La numération

Ainsi le nombre à deux chiffres: $[2; 20]$ signifie aussi bien

- $2 \times 60 + 20 = 140$,
- ou $2 + 20/60 = 2\frac{1}{3}$,
- ou $2/60 + 20/3600$,
- et plus généralement 140×60^n.

La numération

Ainsi le nombre à deux chiffres: $[2;20]$ signifie aussi bien

- $2 \times 60 + 20 = 140$,
- ou $2 + 20/60 = 2\frac{1}{3}$,
- ou $2/60 + 20/3600$,
- et plus généralement 140×60^n.

Le système est astucieux, car c'est un excellent système pour multiplier et diviser,

La numération

Ainsi le nombre à deux chiffres: $[2;20]$ signifie aussi bien

- $2 \times 60 + 20 = 140$,
- ou $2 + 20/60 = 2\frac{1}{3}$,
- ou $2/60 + 20/3600$,
- et plus généralement 140×60^n.

Le système est astucieux, car c'est un excellent système pour multiplier et diviser,

comme le savent nos concepteurs d'ordinateurs.

La numération

Donc

$$\begin{aligned}
55 &= 3\,300 = \frac{11}{12} &&= [55]\\
7\,232 &= 120 \quad \frac{8}{15} &&= [2;0;32]\\
2\,412\,170 &= 670 \quad \frac{17}{360} &&= [11;10;2;50]
\end{aligned}$$

La numération

Le mathématicien babylonien calcule avec des nombres qui ont un sens pour lui.

Il garde à l'esprit la bonne puissance de 60 en se fiant sur son intuition.

Les inverses

Les tables d'inverses jouent un rôle fondamental, car elles permettent d'effectuer systématiquement les divisions.

Des douzaines de tablettes d'inverses ont été retrouvées jusqu'à la dynastie Ur III de 2 250 avant J.C.

Les inverses

2	30	16	3; 45	45	1; 20
3	20	18	3; 20	48	1; 15
4	15	20	?	50	1; 12
5	12	24	?	54	1; 6; 40
6	10	25	?	1	1
8	7; 30	27	?	1; 4	56; 15
9	6; 40	30	?	50	
10	6	32	?	1; 15	48
12	5	36	1; 40	1; 20	45
15	4	40	30	1; 21	44; 26; 40

Les inverses

$$
\begin{aligned}
20 &\rightsquigarrow 3\\
24 &\rightsquigarrow 60/24 = 2 + 12/24 = 2 + 1/2 = 2;30\\
25 &\rightsquigarrow 60/25 = 2 + 10/25 = 2 + 2/5 = 2 + 24/60 = 2;24\\
27 &\rightsquigarrow 60/27 = 2 + 6/27 = 2 + 2/9 = 2 + 800/3600 = 2;13;20\\
30 &\rightsquigarrow 2\\
32 &\rightsquigarrow 1;28/32 = 1 + 7/8 = 1 + 3150/3600\\
& \quad = 1 + 52/60 + 30/3600 = 1;52;30
\end{aligned}
$$

Les inverses

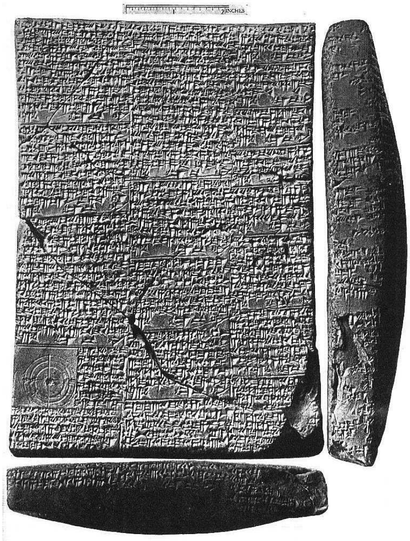
2	30	16	3; 45	45	1; 20
3	20	18	3; 20	48	1; 15
4	15	20	3	50	1; 12
5	12	24	2; 30	54	1; 6; 40
6	10	25	2; 24	1	1
8	7; 30	27	2; 13; 20	1; 4	56; 15
9	6; 40	30	2	1; 12	50
10	6	32	1; 52; 30	1; 15	48
12	5	36	1; 40	1; 20	45
15	4	40	30	1; 21	44; 26; 40

L'algorithmique babylonienne

Pas de formules algébriques, mais la description étape par étape d'un processus de calcul.
L'auteur décrit un véritable algorithme à partir d'un exemple.

Un calcul de citerne

La tablette BM 85194.



BM 85194 Obv.

Une citerne (rectangulaire).

La hauteur est $3;20$ et un volume de $27;46;40$ a été creusé.

La longueur dépasse la largeur de 50.

Prends l'inverse de la hauteur $3;20$ pour obtenir 18.

Multiplie ce nombre par le volume $27;46;40$ et tu obtiens $8;20$.

Prends la moitié de 50 et calcule son carré, tu obtiens $10;25$.

Ajoute $8;20$ et tu obtiens $8;30;25$.

La racine carrée est $2;55$.

Fais deux copies de ce nombre, tu ajoutes 25 au premier et tu le retires du second.

Tu trouves que $3;20$ est la longueur et $2;30$ est la largeur.

Ceci est la procédure.

Une citerne (rectangulaire).

La hauteur est $3;20$ et un volume de $27;46;40$ a été creusé.

La longueur dépasse la largeur de 50. $L - l = 50$

Le but est de trouver la longueur et la largeur.

Prends l'inverse de la hauteur $3;20$ pour obtenir 18.

Multiplie ce nombre par le volume $27;46;40$ et tu obtiens $8;20$.

Prends la moitié de 50 et calcule son carré, tu obtiens $10;25$.

Ajoute $8;20$ et tu obtiens $8;30;25$.

La racine carrée est $2;55$.

Fais deux copies de ce nombre, tu ajoutes 25 au premier et tu le retires du second.

Tu trouves que $3;20$ est la longueur et $2;30$ est la largeur.

Ceci est la procédure.

Une citerne (rectangulaire).

La hauteur est $3;20$ et un volume de $27;46;40$ a été creusé.

La longueur dépasse la largeur de 50. $L - l = 50$

Le but est de trouver la longueur et la largeur.

Prends l'inverse de la hauteur $3;20$ pour obtenir 18.

Multiplie ce nombre par le volume $27;46;40$ et tu obtiens $8;20$. On connaît maintenant $L - l = 50$ et $L \times l = 8;20$.

Prends la moitié de 50 et calcule son carré, tu obtiens $10;25$.

Ajoute $8;20$ et tu obtiens $8;30;25$.

La racine carrée est $2;55$.

Fais deux copies de ce nombre, tu ajoutes 25 au premier et tu le retires du second.

Tu trouves que $3;20$ est la longueur et $2;30$ est la largeur.

Ceci est la procédure.

Une citerne (rectangulaire).

La hauteur est $3;20$ et un volume de $27;46;40$ a été creusé.

La longueur dépasse la largeur de 50. $L - l = 50$

Le but est de trouver la longueur et la largeur.

Prends l'inverse de la hauteur $3;20$ pour obtenir 18.

Multiplie ce nombre par le volume $27;46;40$ et tu obtiens $8;20$. On connaît maintenant $L - l = 50$ et $L \times l = 8;20$.

Prends la moitié de 50 et calcule son carré, tu obtiens $10;25$.

Ajoute $8;20$ et tu obtiens $8;30;25$.

Le calculateur rétablit l'exposant.

La racine carrée est $2;55$.

Fais deux copies de ce nombre, tu ajoutes 25 au premier et tu le retires du second.

Tu trouves que $3;20$ est la longueur et $2;30$ est la largeur.

Ceci est la procédure.

Une citerne (rectangulaire).

La hauteur est $3;20$ et un volume de $27;46;40$ a été creusé.

La longueur dépasse la largeur de 50. $L - l = 50$

Le but est de trouver la longueur et la largeur.

Prends l'inverse de la hauteur $3;20$ pour obtenir 18.

Multiplie ce nombre par le volume $27;46;40$ et tu obtiens $8;20$. On connaît maintenant $L - l = 50$ et $L \times l = 8;20$.

Prends la moitié de 50 et calcule son carré, tu obtiens $10;25$.

Ajoute $8;20$ et tu obtiens $8;30;25$.

$$\left(\frac{L-l}{2}\right)^2 + (L \times l) = \left(\frac{L+l}{2}\right)^2$$

La racine carrée est $2;55$.

Fais deux copies de ce nombre, tu ajoutes 25 au premier et tu le retires du second.

Tu trouves que $3;20$ est la longueur et $2;30$ est la largeur.

Ceci est la procédure.

Une citerne (rectangulaire).

La hauteur est 3; 20 et un volume de 27; 46; 40 a été creusé.

La longueur dépasse la largeur de 50. $L - l = 50$

Le but est de trouver la longueur et la largeur.

Prends l'inverse de la hauteur 3; 20 pour obtenir 18.

Multiplie ce nombre par le volume 27; 46; 40 et tu obtiens 8; 20. On connaît maintenant $L - l = 50$ et $L \times l = 8; 20$.

Prends la moitié de 50 et calcule son carré, tu obtiens 10; 25.

Ajoute 8; 20 et tu obtiens 8; 30; 25.

$$\left(\frac{L-l}{2}\right)^2 + (L \times l) = \left(\frac{L+l}{2}\right)^2$$

La racine carrée est 2; 55. $\frac{L+l}{2}$.

Fais deux copies de ce nombre, tu ajoutes 25 au premier et tu le retires du second.

Tu trouves que 3; 20 est la longueur et 2; 30 est la largeur.

Ceci est la procédure.

Une citerne (rectangulaire).

La hauteur est $3;20$ et un volume de $27;46;40$ a été creusé.

La longueur dépasse la largeur de 50. $L - l = 50$

Le but est de trouver la longueur et la largeur.

Prends l'inverse de la hauteur $3;20$ pour obtenir 18.

Multiplie ce nombre par le volume $27;46;40$ et tu obtiens $8;20$. On connaît maintenant $L - l = 50$ et $L \times l = 8;20$.

Prends la moitié de 50 et calcule son carré, tu obtiens $10;25$.

Ajoute $8;20$ et tu obtiens $8;30;25$.

$$(\frac{L-l}{2})^2 + (L \times l) = (\frac{L+l}{2})^2$$

La racine carrée est $2;55$. $\frac{L+l}{2}$.

Fais deux copies de ce nombre, tu ajoutes 25 au premier et tu le retires du second. $\frac{L+l}{2} + \frac{L-l}{2} = L \qquad \frac{L+l}{2} - \frac{L-l}{2} = l.$

Tu trouves que $3;20$ est la longueur et $2;30$ est la largeur.

Ceci est la procédure.

Un autre calcul de citerne

Une citerne.

La longueur (en cubits) égale la hauteur (en jarre)

Un certain volume de terre a été creusé.

L'aire de la section (en cubits carrés) plus le volume (en cubits cubes) donne $1;10$.

La longueur est 30. Quelle est la largeur ?

Tu dois multiplier la longueur 30 par 12, tu obtiens 6 ;
c'est la hauteur.

Ajoute 1 à 6, tu obtiens 7

L'inverse n'existe pas ;
qu'est-ce qui donne $1;10$ quand on le multiplie par 7 ?
10 convient.

Prends l'inverse de 30, tu obtiens 2.

Multiplie 10 par 2, tu obtiens la largeur, 20.

Ceci est la procédure.

Une citerne.

La longueur (en cubits) égale la hauteur (en jarre)

1 jarre = 12 cubits.

Un certain volume de terre a été creusé.

L'aire de la section (en cubits carrés) plus le volume (en cubits cubes) donne $1;10$.

La longueur est 30. Quelle est la largeur ?

Tu dois multiplier la longueur 30 par 12, tu obtiens 6 ;
c'est la hauteur.

Ajoute 1 à 6, tu obtiens 7

L'inverse n'existe pas ;
qu'est-ce qui donne $1;10$ quand on le multiplie par 7 ?
10 convient.

Prends l'inverse de 30, tu obtiens 2.

Multiplie 10 par 2, tu obtiens la largeur, 20.

Ceci est la procédure.

Une citerne.

La longueur (en cubits) égale la hauteur (en jarre)

1 jarre = 12 cubits.

Un certain volume de terre a été creusé.

L'aire de la section (en cubits carrés) plus le volume (en cubits cubes) donne 1; 10.

$(L \times l) + (L \times l \times h) = 1;10$

La longueur est 30. Quelle est la largeur ?

Tu dois multiplier la longueur 30 par 12, tu obtiens 6 ;
c'est la hauteur.

Ajoute 1 à 6, tu obtiens 7

L'inverse n'existe pas ;
qu'est-ce qui donne 1; 10 quand on le multiplie par 7 ?
10 convient.

Prends l'inverse de 30, tu obtiens 2.

Multiplie 10 par 2, tu obtiens la largeur, 20.

Ceci est la procédure.

Une citerne.

La longueur (en cubits) égale la hauteur (en jarre)

1 jarre = 12 cubits.

Un certain volume de terre a été creusé.

L'aire de la section (en cubits carrés) plus le volume (en cubits cubes) donne 1; 10.

$$(L \times l) + (L \times l \times h) = 1;10$$

La longueur est 30. Quelle est la largeur ?

Tu dois multiplier la longueur 30 par 12, tu obtiens 6 ;
c'est la hauteur.

$$h = 6$$

Ajoute 1 à 6, tu obtiens 7

L'inverse n'existe pas ;
qu'est-ce qui donne 1; 10 quand on le multiplie par 7 ?
10 convient.

Prends l'inverse de 30, tu obtiens 2.

Multiplie 10 par 2, tu obtiens la largeur, 20.

Ceci est la procédure.

Une citerne.

La longueur (en cubits) égale la hauteur (en jarre)

1 jarre = 12 cubits.

Un certain volume de terre a été creusé.

L'aire de la section (en cubits carrés) plus le volume (en cubits cubes) donne 1; 10. $(L \times l) + (L \times l \times h) = 1; 10$

La longueur est 30. Quelle est la largeur ?

Tu dois multiplier la longueur 30 par 12, tu obtiens 6 ;
c'est la hauteur. $h = 6$

Ajoute 1 à 6, tu obtiens 7 $h + 1 = 7$

L'inverse n'existe pas ;
qu'est-ce qui donne 1; 10 quand on le multiplie par 7 ?
10 convient.

Prends l'inverse de 30, tu obtiens 2.

Multiplie 10 par 2, tu obtiens la largeur, 20.

Ceci est la procédure.

Une citerne.

La longueur (en cubits) égale la hauteur (en jarre)

1 jarre = 12 cubits.

Un certain volume de terre a été creusé.

L'aire de la section (en cubits carrés) plus le volume (en cubits cubes) donne 1; 10. $(L \times l) + (L \times l \times h) = 1;10$

La longueur est 30. Quelle est la largeur ?

Tu dois multiplier la longueur 30 par 12, tu obtiens 6 ;
c'est la hauteur. $h = 6$

Ajoute 1 à 6, tu obtiens 7 $h + 1 = 7$

L'inverse n'existe pas ;
qu'est-ce qui donne 1; 10 quand on le multiplie par 7 ?
10 convient. $L \times l = \frac{(L \times l) + (L \times l \times h)}{h+1} = 10 = \frac{1}{6}$

Prends l'inverse de 30, tu obtiens 2.

Multiplie 10 par 2, tu obtiens la largeur, 20.

Ceci est la procédure.

Une citerne.

La longueur (en cubits) égale la hauteur (en jarre)

1 jarre = 12 cubits.

Un certain volume de terre a été creusé.

L'aire de la section (en cubits carrés) plus le volume (en cubits cubes) donne 1; 10. $(L \times l) + (L \times l \times h) = 1;10$

La longueur est 30. Quelle est la largeur ?

Tu dois multiplier la longueur 30 par 12, tu obtiens 6 ;
c'est la hauteur. $h = 6$

Ajoute 1 à 6, tu obtiens 7 $h + 1 = 7$

L'inverse n'existe pas ;
qu'est-ce qui donne 1; 10 quand on le multiplie par 7 ?
10 convient. $L \times l = \frac{(L\times l)+(L\times l\times h)}{h+1} = 10 = \frac{1}{6}$

Prends l'inverse de 30, tu obtiens 2. $\frac{1}{L} = 2.$

Multiplie 10 par 2, tu obtiens la largeur, 20.

Ceci est la procédure.

Une citerne.

La longueur (en cubits) égale la hauteur (en jarre)

1 jarre = 12 cubits.

Un certain volume de terre a été creusé.

L'aire de la section (en cubits carrés) plus le volume (en cubits cubes) donne 1; 10. $(L \times l) + (L \times l \times h) = 1;10$

La longueur est 30. Quelle est la largeur ?

Tu dois multiplier la longueur 30 par 12, tu obtiens 6 ;
c'est la hauteur. $h = 6$

Ajoute 1 à 6, tu obtiens 7 $h + 1 = 7$

L'inverse n'existe pas ;
qu'est-ce qui donne 1; 10 quand on le multiplie par 7 ?
10 convient. $L \times l = \frac{(L \times l)+(L \times l \times h)}{h+1} = 10 = \frac{1}{6}$

Prends l'inverse de 30, tu obtiens 2. $\frac{1}{L} = 2.$

Multiplie 10 par 2, tu obtiens la largeur, 20. $(L \times l) \times \frac{1}{L} = \frac{1}{3}.$

Ceci est la procédure.

L'écriture cunéiforme et la numération

Le période du Babylonien ancien

- Les inverses
- L'algorithmique babylonienne
- La division par 7
- La racine carrée

Le période Séleucide

Conclusion

Divisions par 7 et autres divisions

On a besoin de diviser par 7,
mais l'inverse de 7 n'existe pas dans les tables.

Cela indique que dans ce cas
les tables de multiplication étaient utilisées à l'envers.

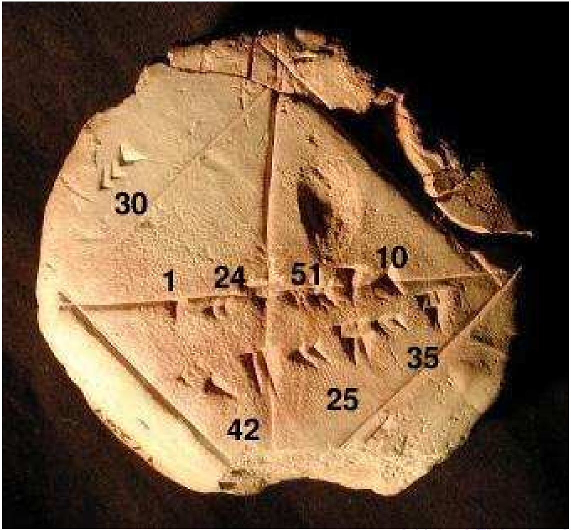
Pour des divisions plus difficiles, une formulation légèrement différente était utilisée (utilisaient-ils une procédure spécifique ?)

De toutes façons les Babyloniens étaient capables de calculer des divisions comme

$$7 \div [2;6] \qquad [28;30] \div 17 \qquad [10;12;45] \div [40;51].$$

La tablette YBC 7289

La tablette YBC 7289



La tablette YBC 7289

Sur le coté supérieur gauche du carré soit 30, ou encore $\frac{1}{2}$.

Sur la diagonale soit [1; 24; 50; 10].

Puis en dessous soit [42; 25; 35].

La tablette YBC 7289

Sur le coté supérieur gauche du carré soit 30, ou encore $\frac{1}{2}$.

Sur la diagonale soit $[1; 24; 50; 10]$.

Puis en dessous soit $[42; 25; 35]$.

On remarque que

- $[1; 24; 50; 10] \times [1; 24; 50; 10] = [1; 59; 59; 59; 38; 1; 40]$
  ~ 1.999998305 une excellente approximation de 2.
- $[42; 25; 35] \times [42; 25; 35] = [29; 58; 59; 54; 30; 25]$
  ~ 0.4997217984 une excellente approximation de $\frac{1}{2}$.
- $[30] \times [1; 24; 50; 10] = [42; 25; 35]$.

D'autre part, on sait que $\sqrt{(\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Plan

Au delà de la présentation d'algorithmes par des exemples

- L'ère Séleucide, et la période de gouvernement de Séleucos (358-281 av. J.-C.), général d'Alexandre le Grand, roi de Babylone.
- Les algorithmes y sont beaucoup plus élaborés.
- L'algorithme qui suit (BM 34568) est de cette période
- Deux versions sur des exemples et une version «abstraite».

Longueur, largeur et diagonale: première version

La somme de la longueur, de la largeur et de la diagonale est $1;10$ et l'aire est 7.
Quelle sont la longueur, la largeur et la diagonale correspondantes ?
Les quantités sont inconnues.
$1,10$ fois $1;10$ vaut $1;21;40$.
7 fois 2 vaut 14.
Retire 14 de $1;21;40$, reste $1;7;40$.

$1;7;40$ fois 30 vaut $33;50$.
Par quoi doit-on multiplier $1;10$ pour obtenir $33;50$?
$1;10$ fois 29 égale $33;50$.
29 est la diagonale.

Longueur, largeur et diagonale: première version

La somme de la longueur, de la largeur et de la diagonale est $1;10$ et l'aire est 7. $L+l+d=1;10$ et $L\times l=7$.

Quelle sont la longueur, la largeur et la diagonale correspondantes ?

Les quantités sont inconnues.

$1,10$ fois $1;10$ vaut $1;21;40$. $(L+l+d)^2=1;21;40$

7 fois 2 vaut 14. $2(L\times l)=14$

Retire 14 de $1;21;40$, reste $1;7;40$.

$$(L+l+d)^2-2(L\times l)=2d(L+l+d)=1;7;40$$

$1;7;40$ fois 30 vaut $33;50$. $d(L+l+d)=33;50$

Par quoi doit-on multiplier $1;10$ pour obtenir $33;50$?

$1;10$ fois 29 égale $33;50$. $\frac{d(L+l+d)}{L+l+d}=29.$

29 est la diagonale.

$$\begin{aligned}(L+l+d)^2-2(L\times l) &= L^2+l^2+d^2+2(L\times d)+2(l\times d)\\ &= d^2+d^2+2(L\times d)+2(l\times d)\\ &= 2d(L+l+d).\end{aligned}$$

Les Babyloniens connaissaient la formule de Pythagore

1 000 ans avant Pythagore lui-même!

$$\begin{aligned}(L+l+d)^2-2(L\times l) &= L^2+l^2+d^2+2(L\times d)+2(l\times d)\\ &= d^2+d^2+2(L\times d)+2(l\times d)\\ &= 2d(L+l+d).\end{aligned}$$

Les Babyloniens connaissaient la formule de Pythagore
1 000 ans avant Pythagore lui-même!

L'algorithme ne dit pas comment calculer L et l, qui nécessite de résoudre

$$\begin{aligned}L\times l &= a\\ L+l &= b.\end{aligned}$$

Clairement les Babyloniens savaient le faire.

Longueur, largeur et diagonale: deuxième version

La somme de la longueur, de la largeur et de la diagonale est 12
et l'aire est 12.
Quelle sont la longueur, la largeur et la diagonale correspondantes ?
Les quantités sont inconnues.
12 fois 12 vaut $2;24$.
12 fois 2 vaut 24.
Retire 24 de $2;24$, reste 2.
2 fois 30 vaut 1.
Par quoi doit-on multiplier 12 pour obtenir 1 ?
12 fois 5 égale 1.
5 est la diagonale.

Longueur, largeur et diagonale: troisième version

La somme de la longueur, de la largeur et de la diagonale est 1
et l'aire est 5.
Multiplie la longueur, la largeur et la diagonale par la longueur, la largeur et la diagonale.
Multiplie l'aire par 2.
Soustrait le produit et multiplie ce qui reste par un demi.
Par quoi doit-on multiplier la somme de la longueur, la largeur et la diagonale pour obtenir ce produit ?

La diagonale est ce facteur.

La dernière version est la même, mais sans nombres.
On a l'impression que l'auteur ne sait pas quelle puissance de 60 attribuer aux données du problème.

La dernière version est la même, mais sans nombres.
On a l'impression que l'auteur ne sait pas quelle puissance de 60 attribuer aux données du problème.

Il y a une solution entière avec $L + l + d = 1 * 60$ et $L \times l = 5 * 60$.

Ça ressemble à une copie d'examen où l'étudiant aurait été incapable de résoudre l'application numérique.

Un autre algorithme sans nombres

Ces présentations d'algorithmes sont rares.
En voici cependant une de la période babylonienne ancienne (Louvre tablette A0 6770).

La (somme de la) longueur et la largeur est égale à l'aire.
Tu dois faire comme suit.
Fais deux copies du paramètre.
Retire 1.
Forme l'inverse.
Multiplie par le paramètre que tu as copié.

Cela donne la largeur.

La (somme de la) longueur et la largeur est égale à l'aire.
Tu dois faire comme suit.
Fais deux copies du paramètre.
Retire 1. $L - 1$
Forme l'inverse. $1/(L-1)$
Multiplie par le paramètre que tu as copié. $L/(L-1)$
Cela donne la largeur. $l = L/(L-1)$

En effet, si $L + l = L \times l$
on a $(L-1) \times l = L$ et $l = L/(L-1)$.

Commentaires

Cet algorithme est longtemps resté obscur.
Le fait de copier les résultats fonctionne comme un machine à pile.
Cela démontre que le processus de calcul détruisait les opérandes.

Commentaires

Cet algorithme est longtemps resté obscur.
Le fait de copier les résultats fonctionne comme un machine à pile.
Cela démontre que le processus de calcul détruisait les opérandes.

On trouve aussi la phrase «Garde ce nombre dans ta tête»

C'est l'idée de mémoire en informatique.

Commentaires

Cet algorithme est longtemps resté obscur.
Le fait de copier les résultats fonctionne comme un machine à pile.
Cela démontre que le processus de calcul détruisait les opérandes.

On trouve aussi la phrase «Garde ce nombre dans ta tête»

C'est l'idée de mémoire en informatique.

et la phrase

«Remplace la somme de la longueur et de la largeur par 30 fois elle-même».

C'est l'affectation $x := x/2$.

La période Séleucide

Pas de tablettes de 1 600 av J.C à 300 av J.C.
Un grand nombre de tablettes à cette période:

- usage du zéro,
- la tradition de l'ancien Babylonien a été conservée,
- des mathématiques plus avancées.

La somme des carrés (tablette AO 6484 du Musée du Louvre)

Les carrés de 1×1 à 10×10 ; quelle est leur somme ?
Multiplie 1 par 20, donne 20. $\frac{1}{3}$
Multiplie 10 par 40, donne $6;40$. $\frac{2}{3}n$
$6;40$ plus 20 est 7. $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$
Multiplie 7 par 55 (qui est la somme de 1 à 10), tu obtiens $6;25$.
$(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}n)\sum_{k=1}^{n} k$

$6;25$ est la somme désirée.

La somme des carrés (tablette AO 6484 du Musée du Louvre)

Les carrés de 1×1 à 10×10 ; quelle est leur somme ?
Multiplie 1 par 20, donne 20. $\frac{1}{3}$
Multiplie 10 par 40, donne 6; 40. $\frac{2}{3}n$
6; 40 plus 20 est 7. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$
Multiplie 7 par 55 (qui est la somme de 1 à 10), tu obtiens 6; 25. $(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}n)\sum_{k=1}^{n} k$

6; 25 est la somme désirée.

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = (\frac{1}{3} + \frac{2}{3}n)\sum_{k=1}^{n} k.$$

Conclusion

- Les Babyloniens étaient de redoutables algorithmiciens.
- Ils calculaient en virgule flottante sur des nombreux prodigieusement grands.
- Ils étaient des mathématiciens, qui résolvaient des problèmes sans utilité immédiate.

A propos de la tablette ICP 25

Primary Publication	TRU 025 , Legrain, L. (1912)
Collection	Institut Catholique, Paris, France
Museum no.	ICP 025
CDLI no.	P134789
Join status	work in progress
Provenience	Drehem
Genre	Administrative
Period	Ur III
Date of Origin	SH.44.02.12
Measurements (mm)	31x28x15

Elle est écrite en sumérien et semblerait traiter d'apport de petit bétail.

A propos de la tablette VAT 12593

Primary Publication	SF 082 , Deimel, A. (1923)
Publication history	MKT I, 92 ; OIP 99, p. 39 ; Powell 1976, 430f. ; Friberg 1987-90, 540
Collection	Vorderasiatisches Museum, Berlin
Museum no.	VAT 12593 +
CDLI no.	P010678
Join status	work in progress
Provenience	Fara
Genre	Mathematical
Period	ED

A propos de la tablette VAT 12552

Primary Publication	WF 130 , Deimel, A. (1924)
Publication history	Edzard 1976, 190 ; EDATS p. 4 (21)
Collection	Vorderasiatisches Museum, Berlin
Museum no.	VAT 12552
CDLI no.	P011088
Join status	work in progress
Provenience	Fara
Genre	Administrative
Period	ED IIIa