
TD 4

Exercice 1.*Éléments de langage*

Quels sont les langages engendrés par les grammaires suivantes ?

1. $S \rightarrow aSb \mid \varepsilon$
2. $S \rightarrow aSS \mid b$
3. $S \rightarrow SaSb \mid SbSa \mid \varepsilon$
4. $S \rightarrow aSb \mid bY \mid Ya$
 $Y \rightarrow bY \mid aY \mid \varepsilon$

Exercice 2.*Morceaux de grammaires*

Donner des grammaires algébriques engendrant les langages suivants.

1. L’ensemble des palindromes sur $\{a, b\}$ et son complémentaire.
2. L’ensemble des mots sur $\{a, b\}$ de longueur impaire.
3. L’ensemble des mots sur $\{a, b\}$ ayant le même nombre d’occurrences de a que de b .
4. L’ensemble des mots sur $\{a, b\}$ ayant deux fois plus de a que de b .
5. $\{w\#\bar{w}\#, w \in (a+b)^*\}$, avec $\bar{w}_1\bar{w}_2 \dots \bar{w}_n = w_n \dots w_2w_1$.
6. $\{w\#w' \mid w, w' \in (a+b)^* \text{ et } w \neq w'\}$.
7. L’ensemble des mots de $(a+b)^*$ qui ne sont pas de la forme ww .
 Indication : les mots qui ne sont pas de la forme ww et qui sont de longueur paire sont de la forme xy avec x et y de longueur impaire, et une autre condition sur x et y .

Exercice 3.*Collision avec Descartes*

Montrer que l’intersection d’un langage algébrique et d’un langage rationnel est algébrique.

Exercice 4.*Forme Normal Supérieure*

1. Mettre les grammaires suivantes sous forme normale de Chomsky :

- a. $S \rightarrow TS \mid \varepsilon$
 $T \rightarrow aSb$

- b. $S \rightarrow TbT$
 $T \rightarrow TaT \mid ca$

- c. $S \rightarrow ASA \mid Ab$
 $A \rightarrow B \mid S$
 $B \rightarrow b \mid \varepsilon$

2. (philosophique) À quoi sert la forme normale de Chomsky