

Devoir en temps libre 12 : problèmes

Pour le 15 mai.

Modalités

- Le sujet comporte trois problèmes qui ne requièrent pas de connaissances particulières en mathématiques. La classe est divisée en 3 groupes (de 5 personnes), chaque groupe traitera un sujet unique.
- Vous pouvez vous organiser pour former les groupes, et vous attribuer les sujets.
- Le lundi 15 mai aura lieu une présentation, dont la durée est de 40 minutes au maximum, en comptant les des questions éventuelles (c'est un maximum, pas un objectif).
- Le reste de la classe fait partie du jury dans la mesure où tout le monde peut poser des questions.
- Tous les supports sont autorisés pour la présentation (tableau et craie, projection d'un document informatique, dessins, etc.).
- *Le but de la présentation est d'exposer vos résultats de manière claire et convaincante : il s'agit de faire en sorte que le reste de la classe ait compris votre démarche et la solution du problème s'il y a lieu.*
- Si vous n'avez pas résolu le problème en entier, ce n'est pas grave : présentez ce que vous avez pu démontrer, et expliquez ce qui bloque pour le reste. Vous pouvez aussi émettre des conjectures.
- Si vous avez résolu le problème en entier, vous pouvez tout à fait rajouter des questions, généraliser le problème si cela vous paraît pertinent.

Problèmes

A Pavages carrés

Pour quels entiers $n \in \mathbb{N}^*$ peut-on découper un carré en n carrés ? (Les carrés du pavage n'ont pas nécessairement tous la même taille.)

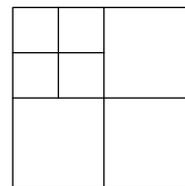


FIGURE 1: un exemple de pavage pour $n = 7$

B Coloriages

On colore le plan avec deux couleurs. Montrer qu'on peut trouver un triangle équilatéral dont les sommets sont de la même couleur.

Question bonus : est-ce encore vrai pour un carré ?

C Découpage du plan

Soit n un entier. En combien de morceaux au maximum peut-on découper le plan en traçant n lignes ?

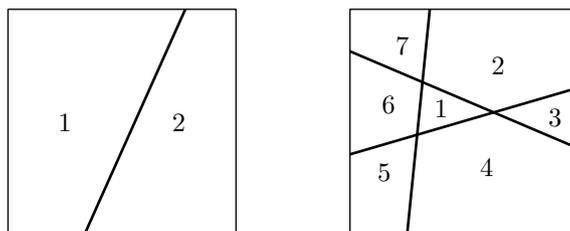


FIGURE 2: Des découpages avec 1 et 3 lignes, respectivement en 2 et 7 régions. Ces nombres sont-ils les plus grands possibles ?