

# Colle n°21 : formules de Taylor et développements limités

Semaines du 15/05/2023

Cette semaine, le programme porte sur les développements limités, avec une emphase sur l'utilisation de la formule de Taylor.

- Formule de Taylor avec reste intégral
- Inégalité de Taylor-Lagrange pour les fonctions de classe  $C^{n+1}$  sur un segment
- Équivalence de fonctions en un point : définition, caractérisation pratique et multiplication, changement de variable. Équivalents usuels.
- Domination de fonctions (petit  $o$ ) : définition, caractérisation pratique, multiplication et addition.
- Définition d'un développement limité.
- Unicité et troncatures de DL.
- Lien avec la régularité : si  $f$  est de classe  $C^{n+1}$  en  $a$ , alors elle admet un DL d'ordre  $n$  en  $a$ . Réciproquement, si  $f$  admet un DL d'ordre  $n$  en  $a$ , alors  $f$  est seulement (prolongeable en une fonction continue qui est) dérivable en  $a$ .
- DL des fonctions usuelles  $(1-x)^{-1}$ , fonction exponentielle, cosinus, sinus, et  $(1+x)^\alpha$  en 0.
- Sommes et produits de DL.

## **Ce que le programme ne contient pas (encore) :**

- Compositions de DL (et donc fractions de DL)
- Dérivation / intégration de DL

## **Question de cours :**

- Inégalité de Taylor-Lagrange
- Les définitions de l'équivalence, de la domination et des développements limités sont exigibles.
- La démonstration d'un DL ou d'un équivalent usuel.
- La démonstration de la troncature de DL.