

Colle n°6 : Calcul de primitives

Semaine du 14/11/2022

Ce que le programme contient :

- Définition d'une primitive d'une fonction réelle sur un intervalle.
- Intégration sur un segment de fonctions continues, définie grâce aux primitives.
- Théorème fondamental de l'analyse (admis) : toute fonction $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ continue admet une primitive, et

$$t \mapsto \int_{t_0}^t f(s) ds$$

est l'unique primitive de f qui s'annule en $t_0 \in I$.

- Propriétés élémentaires de l'intégrale (linéarité, Chasles)
- Théorème d'intégration par parties
- Théorème de changement de variables
- Définition et caractérisation de la fonction exponentielle sur \mathbb{C} ($f' = zf \iff f(t) = Ce^{zt} \forall t \in \mathbb{R}$).
- Définition d'un problème d'une équation différentielle linéaire du premier ordre, ainsi que d'une EDL homogène, et normalisée. Problème de Cauchy.
- Théorème de résolution des EDL d'ordre 1, homogènes et normalisées.

Ce que le programme ne contient pas :

- Des propriétés plus fines de l'intégrale (comme la préservation de l'ordre, par exemple). Le sujet est plutôt la recherche de primitive que l'estimation d'intégrales.
- Des EDL non homogènes.

Quelques questions de cours possibles :

- Déterminer une primitive d'une fonction explicite.
- Énoncer et démontrer le théorème d'intégration par parties.
- Énoncer et démontrer le théorème de changement de variables.
- Énoncer le théorème de résolution des EDL.
- Un exercice facile proche du TD.