# Colle n°9 : Convergences de suites

Semaine du 12/12/2022

Le programme de cette semaine est centré sur la convergence des suites réelles.

**Ce que le programme contient :**

- La définition de la convergence, avec une phrase, et avec $\epsilon$.
- Quelques propriétés de la convergence : unicité de la limite, caractère borné des suites convergentes, passages à la limite dans les inégalités, opérations sur les limites (somme, produit, quotient).
- Dans le cas de la divergence, définition des limites infinies.
- Théorème des gendarmes pour les suites convergentes, et aussi pour les suites divergentes vers $\pm\infty$.
- Composition des limites par une fonction continue.
- Théorème des croissances comparées : les factorielles l'emportent sur les exponentielles, qui l'emportent sur les puissances, qui l'emportent sur les logarithmes.
- Limites usuelles : comportement des suites géométriques en fonction de la raison.
- Rappel concernant les parties de $\mathbb{R}$ : majorants et minorants.
- Théorème + définition de la borne supérieure : l'ensemble des majorants d'une partie non vide et majorée admet un plus petit élément.
- Caractérisations équivalentes de la borne supérieure avec des $\epsilon$, et avec une suite : $\sup A = a$

$$\iff \begin{cases} \forall x \in A, x \leqslant A \\ \forall \epsilon > 0, \exists x \in A, a - \epsilon < x \end{cases} \iff \begin{cases} \forall x \in A, x \leqslant A \\ \exists (x_n)_{n\in\mathbb{N}} \in A^{\mathbb{N}}, \lim_{n\to+\infty} x_n = a. \end{cases}$$

- Théorème de la limite monotone : une suite croissante est soit convergente, soit divergente vers $+\infty$.
- Définition des suites adjacentes, et théorème de convergence.

**Ce que le programme ne contient <u>pas</u> :**

- Les suites extraites.
- Les suites récurrentes définies par une fonction.
- Les suites à valeurs dans un ensemble non contenu dans $\mathbb{R}$.

**Questions de cours possibles :**

- Définition de la convergence + preuve d'une propriété.
- Énoncé + démonstration du théorème des gendarmes.
- Énoncé + démonstration du théorème de convergence des suites adjacentes, en utilisant celui sur les suites monotones.
- Rappeler le théorème des croissances comparées.
- Quelques calculs de limites pas trop compliquées, à justifier soigneusement.