

Instabilité des attracteurs d'ondes internes

Hélène Scolan^a, Eugeny Ermanyuk^{a,b}, Thierry Dauxois^a

a. *Laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure de Lyon, Lyon, France.*

b. *Lavrentyev Institute of Hydrodynamics, Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russie*

Résumé :

Nous présentons une étude en laboratoire de l'instabilité d'un attracteur d'ondes internes de gravité dans un domaine trapézoïdal rempli de fluide uniformément stratifié. L'énergie est injectée dans le système avec un générateur d'ondes internes par l'intermédiaire d'ondes stationnaires de type mouvement d'une paroi verticale. Nous avons mis en évidence qu'au dessus d'un certain seuil, les attracteurs sont détruits par une instabilité sous-harmonique paramétrique (PSI) par l'intermédiaire d'une résonance triadique qui semble être un mécanisme très efficace de transfert vers les petites échelles.

Abstract :

We present a laboratory study on the instability of internal wave attractors in a trapezoidal fluid domain filled with uniformly stratified fluid. A standing-wave-type motion of a vertical wall is used to inject the energy. Attractors are found to be destroyed by parametric subharmonic instability (PSI) via a triadic resonance : it is a very efficient energy pathway from long to short length scales.

Mots clefs : Ondes internes, attracteurs d'ondes, triade, instabilité sous-harmonique paramétrique

1 Introduction

Le transfert d'énergie des grandes vers les petite échelle est un problème très important de la dynamique géophysique, dans les océans aussi bien que dans l'atmosphère ; il est notamment essentiel pour comprendre la dissipation de l'énergie. Dans ce contexte, les ondes internes sont très intéressantes en raison de leur relation de dispersion tout à fait originale et de leurs propriétés lors d'une réflexion sur une paroi.

En effet, dans un fluide uniformément stratifié, les ondes internes se propagent sous la forme de faisceaux obliques suivant un angle donné par la relation de dispersion $\theta = \arccos(\omega/N)$ où θ est l'angle entre le faisceau et la verticale, ω la fréquence de l'onde et $N = [-(g/\rho)(d\rho/dz)]^{1/2}$ la fréquence de flottaison intrinsèque au système avec $\rho(z)$ la stratification en densité suivant la verticale. Cet angle du faisceau par rapport à la verticale est préservé quand le faisceau se réfléchit sur une frontière rigide. Ces propriétés induisent, pour des raisons purement géométriques des fortes variations d'échelle (avec focalisation ou défocalisation) lorsqu'un faisceau interne onde est réfléchi sur une pente.

Dans le cas d'un domaine confiné, les réflexions successives des faisceaux d'ondes internes sur les limites rigides peuvent converger de façon très intéressante vers une trajectoire fermée : un attracteur d'ondes internes [1]. Les trajectoires pour un domaine de forme arbitraire ne sont en général pas fermées et l'énergie injectée dans le domaine est répartie uniformément. Au contraire, quand un attracteur est présent, l'énergie est concentrée essentiellement sur les quelques faisceaux associés au cycle limite où on peut s'attendre au développement d'instabilités non-linéaires.

Jusqu'à présent, les attracteurs observés expérimentalement[2, 4, 5] ont relativement peu d'énergie injectée et leur comportement a été expliqué par des mécanismes linéaires étudiés aussi numériquement [3]. Qu'advient-il des attracteurs d'onde lorsque l'on augmente l'énergie injectée ? Quel est le mécanisme principal de l'instabilité qui détruit les attracteurs d'onde ?

2 Attracteur d'onde au laboratoire

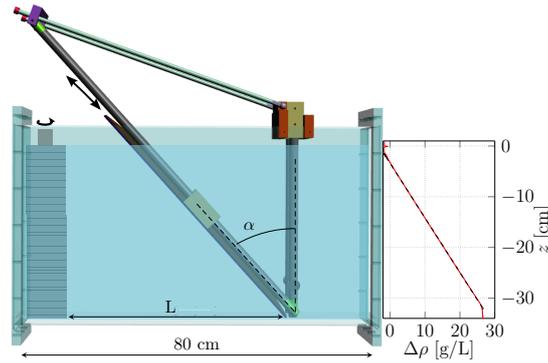


FIGURE 1 – Montage expérimental composé d'un générateur d'onde à gauche et du système avec une plaque coulissante insérée dans une cuve de $80 \times 17 \times 42.5$ cm. Le domaine est de longueur $L = 45.6$ cm et de hauteur $H = 32.6$ cm, pour un angle de $\alpha = 30^\circ$ de la pente avec la verticale. La méthode des deux bacs est utilisée pour créer la stratification uniforme avec $N = 0.95$ rad/s (figure de droite).

Expérimentalement, les attracteurs d'ondes sont habituellement générés en faisant osciller faiblement horizontalement ou verticalement une cuve remplie de fluide stratifié [2, 4, 5]. Pour générer des attracteurs d'ondes expérimentalement avec une amplitude plus élevée en énergie et étudier le régime non linéaire, nous avons utilisé une nouvelle approche, présentée Fig. 1. Les expériences sont réalisées dans une cuve immobile et la géométrie trapézoïdale classique [2] est obtenue grâce à une plaque coulissante que l'on insère doucement dans le fluide une fois le remplissage de la cuve effectué. L'énergie est injectée dans le système par un générateur d'onde interne [6, 7, 8], profilé de manière à produire le premier mode vertical d'amplitude a pour les ondes internes sur une hauteur H

$$\eta(z, t) = a \cos(\pi z/H) \cos(\omega_0 t). \quad (1)$$

Celui-ci est obtenu par le mouvement de 51 plaques horizontales entraînées par la rotation d'un arbre à cames vertical. Puisque l'épaisseur de la plaque est petite devant l'épaisseur des faisceaux de l'attracteur, la discrétisation ne produit pas de perturbations secondaires sur le champ d'onde en accord avec [5, 7]. Les perturbations en densité sont mesurées avec la technique de schlieren synthétique [9] exploitant le déplacement apparent d'éléments du fond lumineux avec un motif à points aléatoires placé derrière la cuve. Une série d'expériences a été réalisée en faisant varier a , ω_0/N et α .

3 Résultats

L'évolution du champ d'onde observé avec le temps est présenté figure 2 pour une amplitude $a = 0.25$ cm. On peut voir que l'attracteur atteint son état complètement développé après une période transitoire d'une vingtaine de périodes du générateur $T_0 = 2\pi/\omega_0$. La direction de cet attracteur (1,1) (une réflexion à la surface et une réflexion sur le mur vertical) est anti-horaire en accord avec les effets dominants focalisants dans cette géométrie [1, 2].

À un moment ultérieur, mis en évidence par la figure 2 b) représentant le champ à $t = 50T_0$, une instabilité se met en place dans la branche la plus énergétique (focalisante) de l'attracteur. L'instabilité se développe en forme de distortions obliques du faisceau évoquant un motif typique de l'instabilité paramétrique sous-harmonique (PSI) via une résonance triadique [8, 10]. L'importance des résonances triadiques parmi les mécanismes possibles d'instabilité des ondes internes en océanographie fait toujours débat mais de plus en plus de preuves suggèrent que c'est un mécanisme majeur d'instabilité [8, 10, 12, 13, 14]. Dans le cas d'une triade résonante, le transfert d'énergie de l'onde primaire vers les ondes secondaires n'est possible que si les fréquences spatiales et temporelles vérifient les conditions

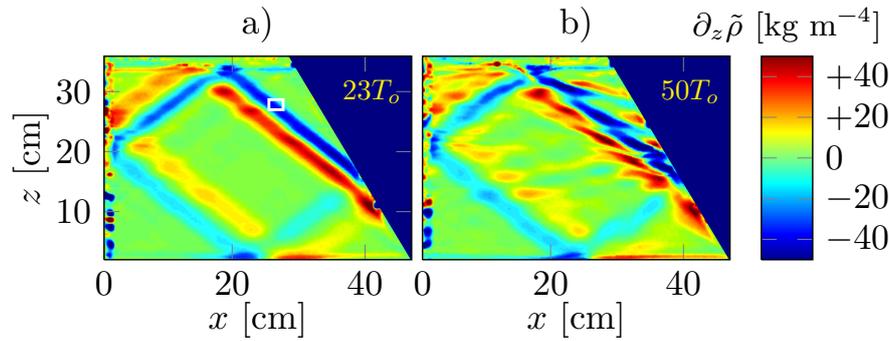


FIGURE 2 – Observations du gradient de densité vertical pour $23T_0$ (a), $50T_0$ (b) où $T_0 = 2\pi/\omega_0$ est la période de l'onde primaire. La fréquence de l'onde est $\omega_0/N = 0.62 \pm 0.02$ et l'amplitude du mouvement des plaques du générateur est $a = 0.25$ cm. Le rectangle blanc définit la zone du champ d'onde utilisée pour exécuter le spectre de la figure 3 a).

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2, \quad (2)$$

$$\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2, \quad (3)$$

où les indices 0, 1 et 2 se réfèrent à l'onde primaire et les deux ondes secondaires respectivement. Pour valider la présence de cette instabilité dans notre cas, nous avons vérifié la réalisation de ces deux conditions.

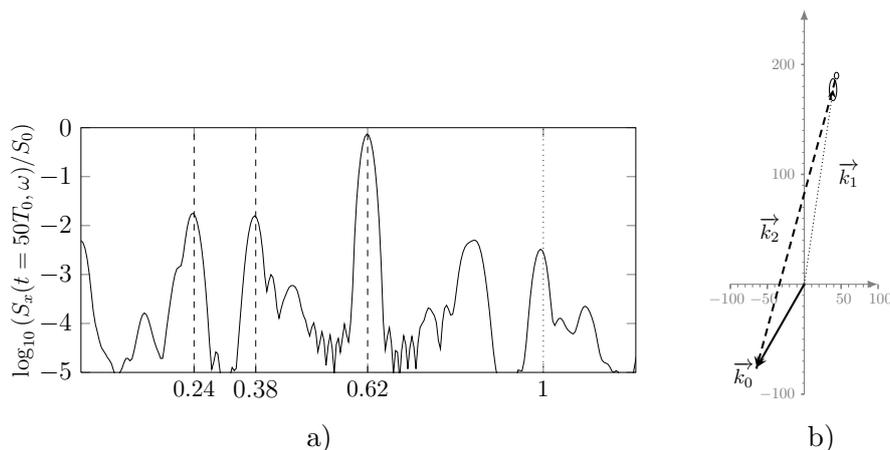


FIGURE 3 – a) Spectre fréquentiel $S_x(\omega, t = 50T_0)$ du champ de gradient de densité horizontal. La quantité S_0 est définie comme la moyenne temporelle de la composante principale $S_0 = \langle S_x(\omega_0, t) \rangle$. b) Résultat des mesures de vecteurs d'ondes correspondant à chaque fréquence par transformée de Hilbert.

La figure 3 a) présente le spectre fréquentiel, d'une zone dans la branche focalisante de l'attracteur. Ce spectre met en évidence que le contenu en fréquence est très riche. Les principales composantes fréquentielles correspondent à l'onde primaire à la fréquence de forçage ω_0 et deux ondes secondaires aux fréquences inférieures qui vérifient avec un bon accord la condition de résonance temporelle (2). Les pics fréquentiels au dessus de la fréquence de forçage correspondent à la fréquence de flottaison N et à $N \cos \alpha$ l'oscillation le long de la pente inclinée, deux fréquences naturelles du système.

Pour vérifier la résonance spatiale, la transformée de Hilbert, introduit dans le domaine des ondes internes par [15], permet de filtrer les données brutes du champ d'onde suivant ω_0 , ω_1 et ω_2 et d'accéder au vecteur d'onde vérifiant alors $\mathbf{k} = -\nabla\phi$ où ϕ correspond à la phase de l'image filtrée. On a reporté sur la figure 3 b) sous forme vectorielle les résultats des mesures des composantes horizontales et

verticales du vecteur d'onde pour chaque fréquence. On peut voir un bon accord avec la condition de résonance spatiale (3).

En outre, la combinaison de l'attracteur d'ondes et de la PSI fournit un transfert extrêmement efficace des grandes vers les petites échelles. En effet, on passe de $|\mathbf{k}_{\text{mode}}| = 12 \text{ m}^{-1}$ à $|\mathbf{k}_2| \simeq 290 \text{ m}^{-1}$ c'est à dire que la longueur d'onde des ondes secondaires est 25 fois plus petite que l'échelle à laquelle est injectée l'énergie dans le système. Le nombre de Reynolds global pour l'expérience est de $Re = a\omega_0 H/\nu \simeq 500$, où ν est la viscosité cinématique. Dans les systèmes naturels présentant des nombres de Reynolds beaucoup plus élevés, on peut s'attendre à un écart entre les échelles d'injection et les ondes secondaires encore plus grand, ce qui montre le transfert spectaculaire d'énergie en jeu ici [10].

Pour des fréquences et des paramètres d'amplitude similaires, aucune instabilité PSI n'est remarquée en revanche en l'absence de mur penché [10]. À plus grande amplitude, le transfert d'énergie aux petites échelles s'intensifie au contraire. L'instabilité se met en place rapidement et il devient difficile de distinguer l'attracteur du champ d'onde composé de couches et patches désintégrés. Il est intéressant de noter que ce développement de patches a déjà été évoqué dans certaines observations océanographiques [16].

4 Conclusions

Les travaux antérieurs théoriques, numériques et expérimentaux sur les attracteurs d'ondes se sont concentrés essentiellement sur les problèmes géométriques et une analyse linéaire du système. Nous avons examiné ici pour la première fois l'instabilité des attracteurs d'ondes, grâce à une nouvelle méthode de génération d'attracteur qui permet une injection d'énergie plus efficace.

Nous avons montré que l'énergie injectée dans le système par le générateur se concentre sous la forme d'un attracteur d'onde. Quand la quantité d'énergie est augmentée, l'attracteur est détruit par l'instabilité paramétrique sous-harmonique (PSI).

Ce processus à deux temps fournit un transfert d'énergie très efficace de l'échelle globale associée à la taille du domaine de fluide vers les échelles locales associée aux ondes secondaires générées par résonance triadique.

Références

- [1] L. R. M. Maas, F.-P.A. Lam, *J. Fluid Mech.* **300**, 1 (1995).
- [2] L. R. M. Maas, D. Benielli, J. Sommeria, F.-P.A. Lam, *Nature* **388**, 557 (1997).
- [3] N. Grisouard, C. Staquet, I. Pairaud, *J. Fluid Mech.* **614**, 1 (2008).
- [4] J. Hazewinkel, P. van Breevort, S.B. Dalziel, L.R.M. Maas, *J. Fluid Mech.* **598**, 373 (2008).
- [5] J. Hazewinkel, C. Tsimitri, L.R.M. Maas, S.B. Dalziel, *Phys. Fluids* **22**, 107 (2010).
- [6] L. Gostiaux, H. Didelle, S. Mercier, T. Dauxois, *Exps. Fluids* **42**, 123 (2007).
- [7] M. J. Mercier, D. Martinand, M. Mathur, L. Gostiaux, T. Peacock, T. Dauxois, *J. Fluid Mech.* **657**, 308 (2010).
- [8] S. Joubaud, J. Munroe, P. Odier, T. Dauxois, *Phys. Fluids* **24**, 041703 (2012).
- [9] S. B. Dalziel, G.O. Hughes, B.R. Sutherland, *Exps. Fluids* **28**, 322 (2000).
- [10] B. Bourget, T. Dauxois, S. Joubaud, P. Odier, *J. Fluid Mech.*, in press (2013).
- [11] B. R. Sutherland, *Phys. Fluids* **18**, 074107 (2006).
- [12] C. R. Koudella, C. Staquet, *J. Fluid Mech.* **548**, 165 (2006).
- [13] J. A. MacKinnon, K. B. Winters, *Geophys. Res. Lett.* **32**, L15605 (2005).
- [14] M. H. Alford, J. A. MacKinnon, Z. Zhao, R. Pinkel, J. Klymak, T. Peacock *Geophys. Res. Lett.* **34**, L24601 (2007).
- [15] M. J. Mercier, N. B. Garnier, T. Dauxois, *Phys. Fluids* **20**, 086601 (2008).
- [16] H. van Haren, L. R. M. Maas, T. Gerkema, *Journal of Marine Research* **68**, 237 (2010).