

# Mesure quantitative de gradients de densité en fluides stratifiés bi-dimensionnels

L. Gostiaux, T. Dauxois, E. Falcon et N. Garnier  
ENS Lyon, Laboratoire de Physique UMR 5672  
46, Allée d'Italie, 69007 Lyon  
lgostiau@ens-lyon.fr

1<sup>er</sup> mars 2005

## Résumé

Nous avons mis au point une méthode expérimentale de visualisation d'ondes de gravité internes basée sur la technique de strioscopie orientée sur l'arrière plan, aussi appelée schlieren synthétique. Par cette méthode optique, nous obtenons le champ de densité avec une sensibilité relative pouvant aller jusqu'à 0.1% et une résolution spatiale proche du millimètre. Notre étude est appliquée à l'émission d'ondes de gravité internes et à leur réflexion sur des surfaces planes présentant un angle d'incidence critique. A cet angle, la réflexion s'effectue le long de la pente, et est accompagnée d'une divergence de l'amplitude réfléchie.

## 1 Introduction

Le schlieren synthétique et la strioscopie orientée sur l'arrière plan (Background Orientated Schlieren, BOS) sont deux méthodes optiques similaires développées à la fin des années 90 respectivement en Angleterre et en Allemagne, afin de mesurer quantitativement les champs de densité dans les fluides [1, 2]. Ces méthodes utilisent les propriétés optiques des fluides inhomogènes, qui sont à la base du Schlieren classique, combinées aux possibilités offertes par les outils informatiques en terme de traitement d'image. Les propriétés physiques des fluides (température, densité, salinité) influent faiblement sur leur indice optique, si bien qu'un fluide inhomogène peut être considéré comme un objet de phase. La déformation locale d'une image vue à travers un tel milieu est alors proportionnelle au gradient d'indice optique dans le milieu. Si l'image est constituée de points blancs aléatoirement répartis sur un fond noir, les algorithmes de vélocimétrie par images de particules (PIV) sont alors tout à fait appropriés à une mesure fine de déformation locale.

## 2 Principe de la mesure

Le principe repose sur la mesure de l'angle de déflexion des rayons lumineux à travers le fluide inhomogène. Cet angle  $a$  est proportionnel au gradient d'indice optique  $n$  du milieu et à l'épaisseur de fluide traversée  $L$

$$a = \frac{L}{n} \frac{dn}{dz}$$

Nous observons un objet situé à une distance  $D$  du fluide à l'aide d'une lentille de focale  $f$  située à une distance  $d$  du milieu.

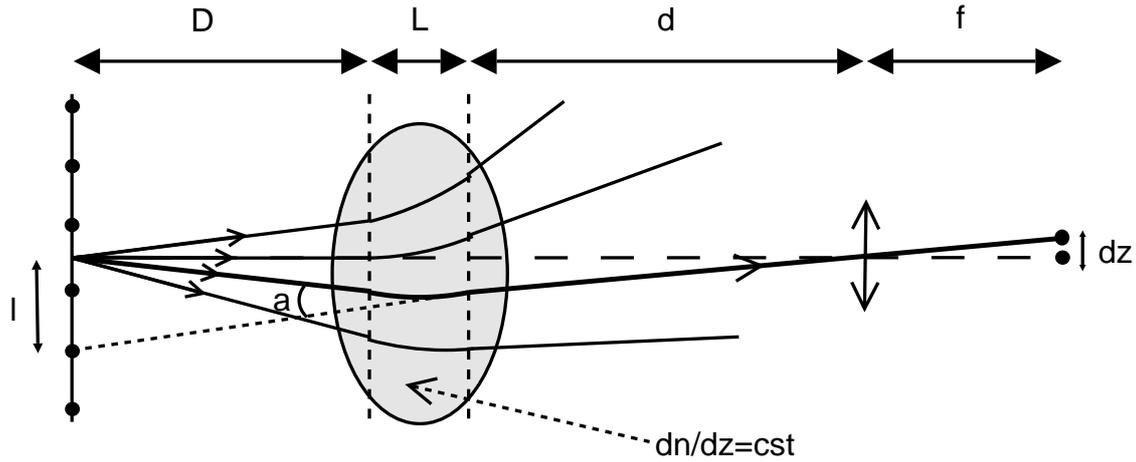


FIG. 1 – Tracé de rayons en schlieren synthétique. Le chemin réel (en gras) diffère du chemin en l'absence de gradient d'indice (horizontal en tirets larges), ce qui amène à une translation  $dz$  dans le plan image.

Afin d'augmenter notre résolution spatiale, nous travaillons à faible nombre d'ouverture. Le système est ainsi toujours astigmatique, dans le sens où un point de l'objet produira une image unique sur le détecteur de la caméra, traduite d'une quantité  $dz$  en présence d'un gradient d'indice optique

$$dz = \frac{afD}{D+d} .$$

Les distances  $d$  et  $D$  sont choisies afin d'optimiser la résolution spatiale et la sensibilité de la mesure. En effet, les algorithmes d'analyse d'image permettent de mesurer des déformations de 0.1 pixel. Si  $p$  est la taille physique d'un pixel, le plus petit angle de déviation mesurable est

$$a_{min} = 0.1 \frac{p(D+d)}{Df} .$$

Il faut donc avoir  $d \ll D$  pour augmenter la sensibilité. Il y a cependant une perte d'information sur la localisation de la mesure dans le milieu, puisque le rayon lumineux est fortement déformé. Le point d'intersection du rayon avec le milieu, c'est à dire le point de mesure, est translaté d'une longueur  $\delta l = dDa/(D+d)$ . La méthode est valable si la perturbation de densité est homogène sur cette échelle (correspondant à la zone grisée sur la figure 1). Cela implique que la plus petite échelle spatiale pouvant être résolue pour une déflexion  $a$  donnée sera

$$\lambda_{min} = \frac{dDa}{(D + d)} \quad .$$

Il faut encore avoir  $d$  le plus petit possible pour augmenter la résolution spatiale.

Ces calculs ont été faits dans l'hypothèse astigmatique, c'est à dire à diaphragme nul. On ne peut en pratique avoir  $d$  aussi petit que l'on veut, en raison de la profondeur de champ limitée du dispositif. Nous choisissons donc ainsi les paramètres de l'expérience :

- $D + d$  est choisi le plus grand possible, selon la place disponible dans le laboratoire ( $D + d = 2500\text{mm}$  dans notre expérience)
- $f$  est déterminé par l'étendue de la zone d'observation désirée : typiquement, avec un objectif à focale variable 12.5 - 75mm, nous couvrons une zone de  $8 \times 6\text{cm}$  à  $25 \times 18\text{cm}$ .
- $d$  est choisi à la limite de champ de netteté, pour le plus grand nombre d'ouverture ( $f/\phi = 22$ ).  
Dans le cas  $f = 75\text{mm}$ , nous avons  $d = 1900\text{mm}$

Nous avons dans de telles conditions  $a_{min} = 0.0012\text{rad}$  et  $\lambda_{min} = 0.456a_{max}$  soit pour une déflexion maximale de  $0.01\text{rad}$ ,  $\lambda_{min} = 4\text{mm}$ . Il y a donc compétition entre la résolution spatiale et l'amplitude mesurée : les forts gradients de densité seront mal résolus spatialement. Dans nos expériences, les échelles caractéristiques étant de l'ordre du centimètre et l'épaisseur de fluide traversée mesurant  $L = 10\text{cm}$ , nous pouvons mesurer des variations de densité de l'ordre de 0.1%.

### 3 Conditions expérimentales

Nous travaillons avec des solutions d'eau salée ( $\text{NaNO}_3$ ) de concentration variable (densité allant de 1 à 1,25 sur 30 cm correspondant à la fréquence de Brunt-Väisälä  $N = 1,25\text{Hz}$ ) en géométrie bi-dimensionnelle, dans une cuve en plexiglas de  $40 \times 50 \times 10\text{cm}^3$ . Comme nous utilisons les propriétés optiques des solutions d'eau salée pour mesurer les perturbations de la stratification, nous avons mesuré l'indice optique à différentes concentrations et celui-ci est bien proportionnel à la densité du fluide :

$$\frac{d\rho}{dn} = 6.22 \pm 0.02$$

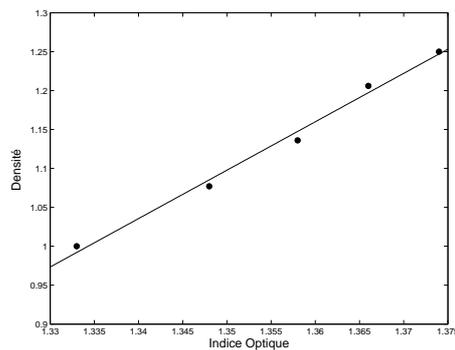


FIG. 2 – Relation linéaire entre la densité des solutions de  $\text{NaNO}_3$  et leur indice optique.

Nous utilisons un pot vibrant pour exciter le milieu à l'aide d'un cylindre horizontal oscillant verticalement.

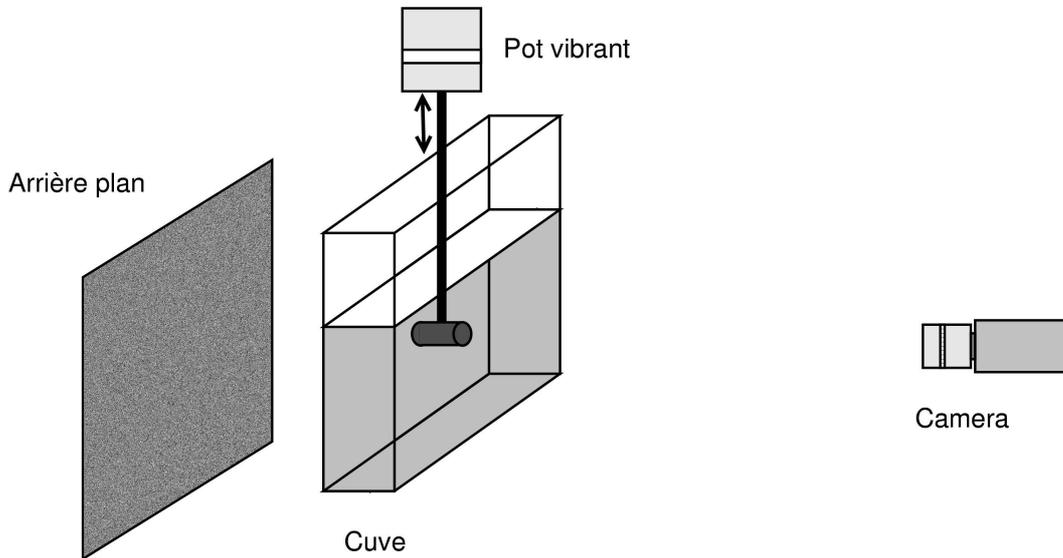


FIG. 3 – Dispositif expérimental.

L'objet observé à travers le milieu est un écran de papier sur lequel est imprimé un motif aléatoire (bruit gaussien généré par The Gimp). La rugosité de l'image est adaptée afin d'obtenir un espacement moyen de 8 pixels entre les points. Afin de mesurer sa déformation, nous avons développés des routines matlab inspirées du code MatPiv développé par J. K. Sveen [3], qui effectuent des calculs de corrélations sur des fenêtres de  $32 \times 32$  pixels. La taille totale de l'image est de  $1024 \times 980$  pixels, et nous recouvrons les fenêtres à 75%, ce qui donne au final une grille de mesure de  $256 \times 245$  points.

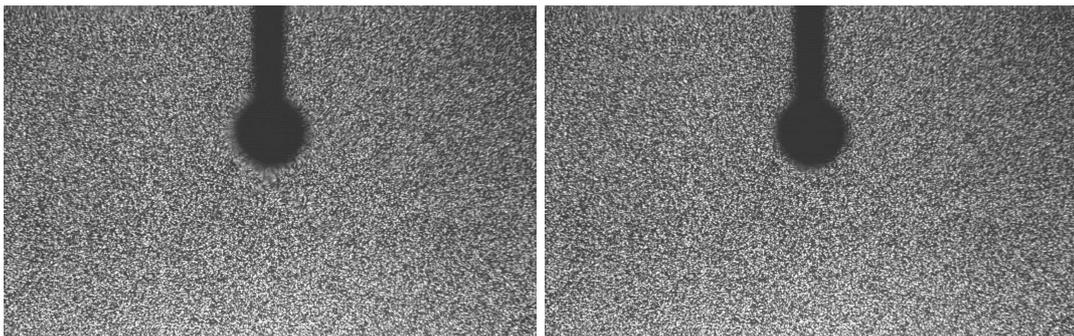


FIG. 4 – Images de schlieren synthétique montrant l'objet aléatoire vu à travers la cuve. Le cylindre est visible en noir. A gauche, l'image de référence, à droite l'image de mesure. La déformation, invisible à l'oeil nu, est mesurée numériquement.

## 4 Ondes internes émises par un cylindre oscillant

Pour valider notre méthode, nous nous sommes intéressés à la génération d'ondes internes par un objet oscillant. La relation de dispersion dans les fluides stratifiés prévoit que le diagramme de rayonnement par les sources ponctuelles est anisotrope : à une fréquence d'excitation donnée correspond un angle de propagation avec l'horizontale [4]. Le diagramme est donc une croix centrée sur le cylindre, dite croix de Saint-André.

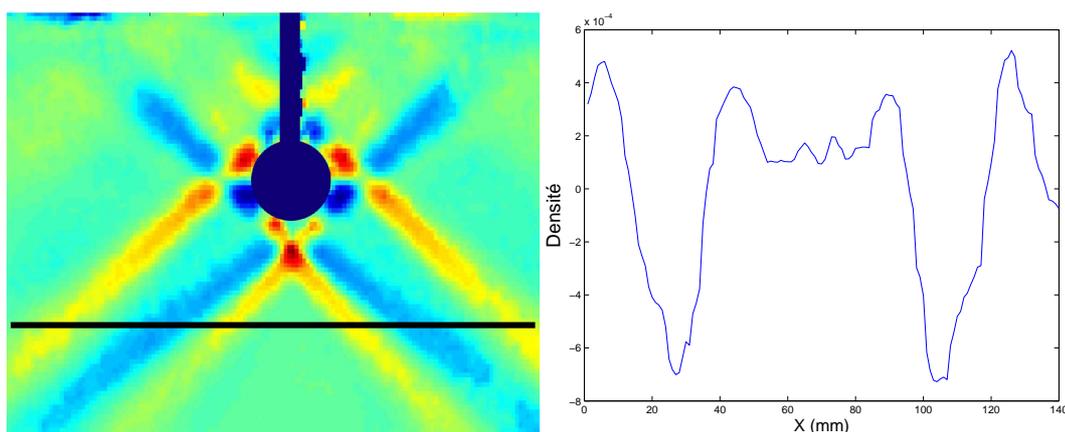


FIG. 5 – Croix de Saint-André émise par un cylindre de rayon 1,5cm (visible au centre) oscillant à 0.15Hz avec une amplitude de 1.5mm. A droite, perturbation de densité selon la coupe horizontale représentée par le trait noir.

Nous mesurons les ondes émises par un cylindre oscillant verticalement à basse fréquence (0.1Hz), afin d'étudier l'influence de son rayon ( $R=1, 1.5$  et 3cm) et de l'amplitude de vibration (de 0 à 1cm) sur la sélection de longueurs d'ondes. Le champ proche visible sur la figure 5 correspond aux prédictions théoriques, notamment la bimodalité de l'enveloppe des rayons au voisinage du cylindre due à la viscosité [5]. L'accord quantitatif nécessite une meilleure description de l'écoulement au voisinage du cylindre. A plus forte amplitude, des harmoniques d'ordre deux sont observées et en cours d'étude. Elles se traduisent par l'émission d'ondes à un angle plus vertical que celui du rayon fondamental.

## 5 Réflexion critique d'ondes de gravité internes

La réflexion proprement dite est difficilement observable en raison de la forte amplitude des gradients mis en jeu. En effet, lorsqu'une onde interne arrive sur un plan incliné faisant le même angle qu'elle avec l'horizontale, la réflexion s'effectue le long de la pente et s'accompagne d'une singularité, dans la mesure où l'amplitude de l'onde réfléchie diverge. Nous comptons observer l'instabilité de retournement décrite par nos prédictions analytiques [6].

Néanmoins, les premiers résultats laissent penser que la viscosité limite l'instabilité de retournement aux échelles de notre expérience. A l'inverse du cas non visqueux qui diverge dans le temps,

la solution visqueuse présente un régime permanent où l'ensemble de l'énergie incidente est dissipée le long de la paroi. La figure 6 montre les premiers résultats expérimentaux qui s'accordent qualitativement avec la théorie.

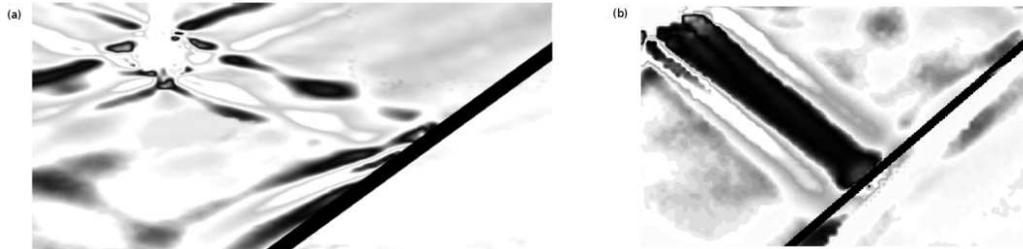


FIG. 6 – Reflexion d'ondes internes sur un plan incliné. A gauche, le cas subcritique : l'onde est réfléchie vers le bas, toujours avec le même angle par rapport à l'horizontale. A droite, dans le cas critique, l'onde réfléchie a disparu.

## 6 Conclusion

Nous avons mis au point une méthode de mesure de champs de densité en fluides stratifiés, basée sur la mesure de déformations d'images vues à travers des milieux inhomogènes. Nous obtenons de premiers résultats très satisfaisants concernant l'émission d'ondes internes par les corps oscillants, et devrions pouvoir étudier la réflexion des ondes internes sur les plans inclinés. Cette méthode peut également être appliquée à l'étude de champs de température ou à la visualisation d'écoulements diphasiques.

## Références

- [1] G.E. Elsinga, B.W. van Oudheusden, F. Scarano, et D.W. Watt. Assessment and application of quantitative schlieren methods : Calibrated color schlieren and background oriented schlieren. *Experiments in Fluids*, 36 :309, 2004.
- [2] S. B. Dalziel, G. O. Hughes, et B. R. Sutherland. Whole field density measurements by synthetic schlieren. *Experiments in Fluids*, 28 :322, 2000.
- [3] J. Grue, A. Jensen, P. O. Rusaas, et J.K. Svein. Breaking and broadening of internal solitary waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 413 :181, 2000.
- [4] L. Gostiaux et T. Dauxois. Propagation et réflexion d'ondes internes dans l'océan : le mystère de l'angle critique. *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 868 :25, 2004.
- [5] D. G. Hurley et G. Keady. The generation of internal waves by vibrating elliptic cylinders. part 2. approximate viscous solution. *Journal of Fluid Mechanics*, 351 :119, 1997.
- [6] T. Dauxois et W. R. Young. Near-critical reflection of internal waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 390 :271, 1999.