Thierry DAUXOIS **Année 1998-1999**

PHYSIQUE DES PLASMAS - T.D. n° 2

FERMETURE ADIABATIQUE DES EQUATIONS DE TRANSPORT MACROSCOPIQUE

Les équations de transport macroscopiques ne sont pas “fermées”. La relation de continuité fait intervenir la vitesse moyenne $\vec{u}$, le bilan de transport de quantité de mouvement fait intervenir le tenseur de pression cinétique; plus généralement, l'équation d'évolution d'une grandeur d'ordre p en $\vec{v}$ fait intervenir la divergence d'un courant d'ordre $p+1$.

Nous nous intéressons à des ondes électroniques et nous préciserons dans quelles circonstances il est possible d'envisager une fermeture adiabatique, c'est à dire de négliger le terme $\partial_i q_{ijk}$ (divergence du flux de chaleur tensoriel) dans l'équation d'évolution du tenseur de pression.

1. Rappeler l'équation de transport de la pression cinétique P_{ij}. Justifier l'omission du terme de collision.

2. Linéariser la relation précédente autour de la solution correspondant à l'équilibre thermodynamique. Lorsqu'on néglige le flux de chaleur tensoriel en déduire l'équation de Laplace

$$\frac{\delta P}{P_0} = \gamma \frac{\delta n}{n_e} \tag{1}$$

où δP et δn représentent les perturbations de pression et de densité du gaz d'électron.

3. En supposant que la dimension effective de la compression est d_{eff} montrer que l'équation de Laplace fait intervenir un paramètre

$$\gamma_{\text{eff}} = 1 + \frac{2}{d_{\text{eff}}}. \tag{2}$$

Retrouver ce résultat à l'aide du premier principe de la thermodynamique.

Nous venons de montrer que négliger $\partial_i q_{ijk}$ devant les autres termes intervenant dans l'qùation de transport de P_{ij} conduisait à la relation de fermeture

$$\vec{\nabla} P_e = \gamma_{\text{eff}} k_B T_e \vec{\nabla} n_e \tag{3}$$

(à ne pas confondre avec la fermeture isotherme $\vec{\nabla} P_e = k_B T_e \vec{\nabla} n_e$!). Dans le cadre d'une théorie microscopique, il est possible d'estimer chaque terme. Nous nous limiterons à des ondes électroniques monochromatiques rapides ($\overline{v_e} \ll v_\varphi = \frac{\omega}{k}$).

4. Justifier l'emploi de l'équation de Vlasov pour décrire la dynamique de la population d'électrons. Comment une perturbation faible de l'équilibre thermodynamique affecte-t-elle la fonction de distribution $f_e(\vec{r}, \vec{v}, t)$?

5. Relier le champ électrique à la divergence de $\vec{u}$ (vitesse moyenne). En déduire une estimation du terme $\partial_i q_{ijk}$.

6. De même, estimer $\partial_t P_{ij}$ et montrer que

$$\frac{\nabla_i q_{ijk}}{\partial_t P_{ij}} = \mathcal{O}\left(k^2 \frac{\overline{v_e}^2}{\omega^2}\right). \tag{4}$$

Conclure sur la validité de la fermeture adiabatique.