Magistère des Sciences de la Matière **Thierry Dauxois**

Physique Statistique
T.D. N° 6

I. Rôle de l'indiscernabilité des particules.

On considère un puits de potentiel harmonique, dans lequel se trouvent deux particules sans intéraction. Evaluer la fonction de partition canonique.

- pour une particule
- pour deux particules discernables
- pour deux fermions supposés sans spin
- pour deux bosons
- pour deux fermions de spin $\frac{1}{2}$

Comparer les énergies internes dans les différents cas.
Etudier les limites $T \to 0$, $T \to \infty$ et $\hbar \to 0$. Expliquer.

II. Densité de neutrinos dans l'univers

Les théories cosmologiques usuelles prédisent que l'univers contient non seulement une densité de rayonnement uniforme à l'équilibre thermique à 2.7 K, mais une distribution d'équilibre de neutrinos à la même température.

Les neutrinos sont des particules de spin $\frac{1}{2}$ (des fermions donc) mais l'expérience montre que leur spin est toujours parallèle (et non anti-parallèle) à leur impulsion $\vec{p}$ (ou quantité de mouvement). Ce sont des particules de masse nulle, et donc comme pour les photons, l'énergie d'un neutrino d'impulsion $\vec{p}$ est égale à $c|\vec{p}|$. Les neutrinos présents dans une enceinte de volume V à température T peuvent être créés ou absorbés par les parois de sorte que leur nombre exact n'est pas fixé.

On demande :

1. Le nombre moyen de neutrinos par cm^3.

2. Leur énergie moyenne et l'allure du spectre des énergies.

On donne:

$$\int_0^\infty \frac{x^2}{1+e^x}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{2}\zeta(3) = 1,803 \quad \text{et} \quad \int_0^\infty \frac{x^3}{1+e^x}\,\mathrm{d}x = \frac{7\pi^4}{120} = 0,812$$