Thierry.Dauxois@ens-lyon.fr
Tel : 04 72 72 81 38

Année 2001-2002

INSTABILITES ET PHENOMENES NON LINEAIRES

TUTORAT n° 5

Dynamics and statistical mechanics of a one-dimensional model Hamiltonian for structural phase transition

J. A. Krumhansl and J. R. Schrieffer, Physical Review B **11**, p. 3535 (1976).

- Pour quelle autre contribution importante Schrieffer a-t-il obtenu le prix Nobel de Physique ?
- Les auteurs affirment dans leur introduction : "These cannot be a phase transition for a finite range interactions". Est ce exact ? Quelles sont les hypothèses du théorème évoqué ?
- Tracer la relation de dispersion des ondes linéaires autour des positions $u = 0$ et $u = \pm u_0$.
- Résoudre l'équation (9) de manière exacte en utilisant les fonctions elliptiques. Il sera intéressant de tracer avec matlab par exemple, l'allure de plusieurs solutions exactes, lorsque la période spatiale de ces solutions évolue. On retrouve les phonons et le soliton kink comme solutions extrêmes.
- Exprimer la fonction de partition du Hamiltonien. Calculer la partie cinétique directement et démontrer les équations (24) et (28) qui expriment la fonction de partition configurationnelle en fonction des valeurs propres de l'opérateur (25).
- Comment passe-t-on de l'équation intégrale (25) à l'équation différentielle (30).
- Calculer l'expression de l'énergie libre F.
- Calculer les expressions de l'énergie potentielle et cinétique d'une solution kink *sans* faire l'approximation $\tanh y \simeq y$. Vérifier que l'on trouve des expressions proches des équations (41) et (42).
- Par un raisonnement semblable à celui présenté dans la partie III, démontrer la relation (49) relative à la fonction de corrélation.
- Calculer le spectre des petites oscillations autour du soliton.
- Déterminer la longueur de corrélation λ_c. Que signifierait que la longueur de corrélation diverge ?
- Ne pas consacrer trop de temps à la partie V.B
- Un modèle très simple d'ADN récemment proposé considère la liaison entre les deux brins comme une variable continue y_n. On considère une interaction longitudinale de type harmonique mais en revanche, l'interaction transversale entre les 2 chaînes est traduite par un potentiel de Morse. Le Hamiltonien est donc
$$H = \sum_n \left[\frac{p_n^2}{2m} + \frac{K}{2}(y_n - y_{n-1})^2 + D\,\left(e^{-ay_n} - 1\right)^2 \right]$$
Calculer la fonction de partition. Déterminer l'équation différentielle analogue à l'équation (30). En déduire l'état fondamental et les états excités.