

Colle n°12 : Limites et continuité des fonctions réelles

Semaine du 23/01/2023

- Limites d'une fonction : définitions théoriques, limite en un point, à droite, à gauche, en $\pm\infty$.
- Opérations sur les limites et cas de formes indéterminées.
- Théorèmes sur les limites : limite monotone, théorème des gendarmes, passage à la limite dans une inégalité.
- Limites à connaître : des fonctions usuelles, de croissances comparées.
- Asymptotes au graphe d'une fonction.
- Étude globale d'une fonction.
- Continuité : continuité en un point, sur un intervalle, prolongement par continuité au bord du domaine de définition.
- Continuité des fonctions usuelles, stabilité de la continuité par opérations usuelles (somme, produit, quotient, composition).
- Caractérisations séquentielles des limites et de la continuité (sans démonstration).

Ce que le programme ne contient pas : (viendra la semaine suivante)

- Des questions théoriques sur le théorème des valeurs intermédiaires, théorème de la bijection, image d'un segment (maximum et minimum atteints sur des segments pour des fonctions continues).

Questions de cours possibles.

- Preuve de la limite de $\frac{\exp(x)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$ par l'étude d'une fonction auxiliaire.
- Définition de la continuité d'une fonction en un point en termes de limite et en termes de quantificateurs.
- Preuve du théorème d'encadrement pour des limites, en $+\infty$ ou en un point fini.
- Limite de x^α quand x tend vers $+\infty$ et 0^+ en fonction du signe de α .
- Un calcul de limite par croissance comparée ou encadrement.