

# Colle n°13 : Limites et continuité des fonctions réelles, et polynômes

Semaine du 30/01/2023

- Limites d'une fonction : définitions théoriques, limite en un point, à droite, à gauche, en  $\pm\infty$ .
- Opérations sur les limites et cas de formes indéterminées.
- Théorèmes sur les limites : limite monotone, théorème des gendarmes, passage à la limite dans une inégalité.
- Limites à connaître : des fonctions usuelles, de croissances comparées.
- Asymptotes au graphe d'une fonction.
- Étude globale d'une fonction.
- Continuité : continuité en un point, sur un intervalle, prolongement par continuité au bord du domaine de définition.
- Continuité des fonctions usuelles, stabilité de la continuité par opérations usuelles (somme, produit, quotient, composition).
- Caractérisations séquentielles des limites et de la continuité (sans démonstration).
- Théorème des valeurs intermédiaires.
- L'image d'un segment par une fonction continue est un segment. Théorème de Heine.
- Théorème de la bijection monotone et continuité de la réciproque (admis).

## + Reprise du programme n°11 sur les polynômes (sauf questions de cours)

### Questions de cours possibles.

- Preuve de la limite de  $\frac{\exp(x)}{x}$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$  par l'étude d'une fonction auxiliaire.
- Définition de la continuité d'une fonction en un point en termes de limite et en termes de quantificateurs.
- Preuve du théorème d'encadrement pour des limites, en  $+\infty$  ou en un point fini.
- Limite de  $x^\alpha$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$  et  $0^+$  en fonction du signe de  $\alpha$ .
- Un calcul de limite par croissance comparée ou encadrement.
- Preuve du théorème de Heine.
- Esquisse de la preuve du théorème des valeurs intermédiaires, par la méthode de la dichotomie.