

# Colle n°2 : sommes et produits finis, logique, ensembles

Semaine du 26/09/2022

## Ce que le programme contient :

- Notation  $\sum$  et propriétés : linéarité, relation de Chasles, changements d'indice (de type glissement ou retournement), somme télescopique, séparation des termes de rangs pairs et impairs.
- Sommes usuelles à connaître : pour  $n \in \mathbb{N}$  et  $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ,

$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}, \quad \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- Notation  $\prod$  et exemples d'utilisations, factorielle. Propriétés des produits finis vues par analogie de celles des sommes (produit télescopique, Chasles, factorisation...)
- Expression, interprétations et propriétés diverses des coefficients binomiaux : expression en terme de factorielles, symétrie, triangle de Pascal.
- Formule du binôme de Newton et exemples de calculs de somme.
- Notion de proposition logique et table de vérité.
- Construction de propositions : connecteurs logiques (non, et, ou, implication, équivalence) et quantificateurs.
- Vocabulaire autour de l'implication : condition nécessaire, condition suffisante, contraposée, réciproque.
- Règles de négation de propositions.
- Ensembles usuels : ensembles de nombres, intervalles de  $\mathbb{R}$ , intervalles d'entiers (notation  $\llbracket k, n \rrbracket$ ).
- Définition d'ensemble à partir d'autres ensembles : produits cartésiens et utilisation des notations suivantes

$$\{f(x) ; x \in E\} \quad \text{et} \quad \{x \in E \mid P(x)\}.$$

- Opérations sur les ensembles (réunion, intersection, complémentaire) et lien avec les connecteurs logiques.
- Règles de calculs sur les ensembles/propositions : distributivité de  $\cup$  sur  $\cap$  (et de  $\cap$  sur  $\cup$ ), lois de De Morgan.
- Techniques de raisonnement : par l'absurde, double implication, récurrence.

## Ce que le programme ne contient pas :

- des nombres complexes,
- la convergence des suites,
- des suites récurrentes linéaires d'ordre 2,
- des sommes doubles,
- du dénombrement en tant que tel,
- des exercices théoriques sur la logique et les ensembles,
- des applications entre ensembles.

## Questions de cours possibles :

- Somme géométrique avec démonstration.
- Somme des  $n$  premiers entiers avec démonstration.
- Coefficients binomiaux : expression avec les factorielles et démonstration de la formule de Pascal.
- Formule du binôme de Newton (sans démonstration).
- Pour une implication  $P \Rightarrow Q$ , donner sa table de vérité, et écrire sa contraposée, sa réciproque et sa négation.
- Énoncer les propriétés de distributivité et les lois de De Morgan pour les calculs sur les ensembles.