

Colle n°22 : Développements limités

Semaines du 15/05/2023

- Formule de Taylor avec reste intégral
- Inégalité de Taylor-Lagrange pour les fonctions de classe C^{n+1} sur un segment
- Équivalence de fonctions en un point : définition, caractérisation pratique et multiplication, changement de variable. Équivalents usuels.
- Domination de fonctions (petit o) : définition, caractérisation pratique, multiplication et addition.
- Définition d'un développement limité.
- Unicité et troncatures de DL.
- Lien avec la régularité : si f est de classe C^{n+1} en a , alors elle admet un DL d'ordre n en a . Réciproquement, si f admet un DL d'ordre n en a , alors f est seulement (prolongeable en une fonction continue qui est) dérivable en a .
- DL des fonctions usuelles $(1-x)^{-1}$, fonction exponentielle, cosinus, sinus, et $(1+x)^\alpha$ en 0.
- Sommes et produits de DL.
- Compositions et quotient de DL.
- Dérivation et intégration de DL.

Ce que le programme ne contient pas :

- Des DL de fonctions à valeurs dans autre chose que \mathbb{R} ,
- ... des séries entières ?

Question de cours :

- Inégalité de Taylor-Lagrange
- La démonstration d'un DL ou d'un équivalent usuel.
- La démonstration de la troncature de DL.
- Un calcul de DL simple.