

Colle n°3 : ensembles, raisonnements, étude de fonctions

Semaine du 03/10/2022

Ce que le programme contient :

- Notion de proposition logique et table de vérité.
- Construction de propositions : connecteurs logiques (non, et, ou, implication, équivalence) et quantificateurs.
- Vocabulaire autour de l'implication : condition nécessaire, condition suffisante, contraposée, réciproque.
- Règles de négation de propositions.
- Ensembles usuels : ensembles de nombres, intervalles de \mathbb{R} , intervalles d'entiers (notation $\llbracket k, n \rrbracket$).
- Définition d'ensemble à partir d'autres ensembles : produits cartésiens et utilisation des notations suivantes

$$\{f(x) ; x \in E\} \quad \text{et} \quad \{x \in E \mid P(x)\}.$$

- Opérations sur les ensembles (réunion, intersection, complémentaire) et lien avec les connecteurs logiques.
- Règles de calculs sur les ensembles/propositions : distributivité de \cup sur \cap (et de \cap sur \cup), lois de De Morgan.
- Techniques de raisonnement : par l'absurde, double implication, récurrence.
- Raisonnements par analyse et synthèse.
- Vocabulaire sur les fonctions à variables et valeurs réelles : domaine de définition, image, antécédent, graphe, bijection réciproque, parité, périodicité, majoration, sens de variations.
- Caractérisation graphique des différentes propriétés d'une fonction (parité, périodicité, majoration...)
- Lien entre dérivée et tangente au graphe
- Lien entre signe de la dérivée et sens de variations
- Domaines de définition et dérivées des fonctions usuelles (fonction affine, valeur absolue, monôme, inverse, racine et puissances, exp et ln, sin et cos)
- Règles de calcul pour la dérivée : somme, produit, quotient, composition.

Ce que le programme ne contient pas :

- des exercices théoriques sur la logique et les ensembles,
- des applications entre ensembles autres que des intervalles,
- les notions d'injectivité ou surjectivité,
- la définition rigoureuse de dérivée et de limites,
- des considérations théoriques sur la dérivée,
- le TVI ou la bijectivité des applications strictement monotones,
- des fonctions trigonométriques autres que sin et cos.

Questions de cours possibles :

- Pour une implication $P \Rightarrow Q$, donner sa table de vérité, et écrire sa contraposée, sa réciproque et sa négation.
- Énoncer les propriétés de distributivité et les lois de De Morgan pour les calculs sur les ensembles.
- Règles de calcul pour exp et ln.
- Définition de x^a pour a réel et $x > 0$, et démonstration de "pour tout $x > 0$, $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ ".
- Étude d'une fonction donnée par une expression mathématique **simple** : domaine de définition et de dérivabilité (pour la dérivabilité, pas encore de démonstration), propriétés évidentes, calcul de la dérivée, limites au bord du domaine, tableau de variations et tracé du graphe.