

Devoir maison 1

pour le vendredi 13 septembre

Une attention particulière devra être apportée à la rédaction précise du raisonnement, à l'introduction de chaque variable, à l'énonciation de chaque hypothèse utilisée comme justification.

Il vous est demandé :

- ▶ d'encadrer les résultats principaux,
- ▶ de souligner les résultats et arguments intermédiaires importants,
- ▶ de soigner votre écriture et l'expression du français,
- ▶ de bien aérer votre copie, d'autant plus en cas d'écriture difficile à déchiffrer.

Exercice 1

Résoudre les (in)équations suivantes, d'inconnue $x \in \mathbb{R}$:

(a) $\left| \frac{x-1}{x+3} \right| \geq 2.$

(b) $\sqrt{18-x} + \sqrt{7+x} = 7.$

Exercice 2

On note, pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$,

$$T_n = \frac{1}{n} (-1^2 + 2^2 - 3^2 + \dots + (-1)^n n^2)$$

1. Compléter (sans démonstration) le tableau des premières valeurs de la suite $(T_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$.

n	1	2	3	4	5	6
T_n	-1	$\frac{3}{2}$				

2. Conjecturer une expression simple du terme général de la suite $(T_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$.

3. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Exprimer $(n+1)T_{n+1}$ en fonction de nT_n .

4. Démontrer la conjecture par récurrence.

Exercice 3

On définit une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ par

$$u_1 = 1 \quad \text{et} \quad \forall k \in \mathbb{N}^*, \begin{cases} u_{2k} = 2u_k \\ u_{2k+1} = u_k + u_{k+1}. \end{cases}$$

Déterminer la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$.