
Écoulements et instabilités de fluides à travers un orifice

Résumé : *Les écoulements de fluides complexes sont peu compris de nos jours. Nous proposons ici la construction d'un système simple d'écoulement de fluide à travers un orifice. Ce système, construit en grande partie lors de ce stage de M2, nécessite une calibration avec des fluides dits "simples", c'est-à-dire newtoniens. Cette calibration nous permet de montrer que les écoulements de fluides "simples" possèdent une certaine complexité. Nous mettons notamment en évidence que le modèle du fluide parfait peut s'appliquer à condition de considérer un rayon effectif pour le trou et une hauteur initiale effective de fluide. Ce rayon effectif, donc la vitesse de vidange du réservoir, dépend de nombreux paramètres physiques comme la viscosité mais également la tension de surface liquide-air et le mouillage du liquide sur la surface où est percé le trou. Nous utilisons également des techniques classiques pour caractériser les fluides : balance d'arrachement et bulle montante pour la tension de surface, gouttes posées sur un substrat pour le mouillage et rhéomètre cône-plan pour déterminer la rhéologie (viscosité, module élastique et module de perte).*

Mots-clés : Écoulement, Vidange, Instabilité, Mouillage, Tension de surface, Fluides complexes.

Stage dirigé et encadré par :

Eric Freyssingéas

eric.freyssingéas@ens-lyon.fr / tél. 04.72.72.81.93

Laboratoire de Physique de l'ENS de Lyon UMR 5672 - 46 Allée d'Italie Lyon 69007 France

<http://www.ens-lyon.fr/PHYSIQUE/>

Également encadré par :

Valérie Vidal - valerie.vidal@ens-lyon.fr

Sylvain Joubaud - sylvain.joubaud@ens-lyon.fr



Remerciements

Je tiens à remercier de nombreuses personnes qui ont fait en sorte que ce stage de M2 soit le plus instructif et le plus agréable à vivre.

Je remercie tout d'abord Éric de m'avoir confié ce projet, me laissant libre dans mes choix et dans toutes les initiatives que je prenais. Son encadrement, sa réactivité, ses connaissances et sa joie de vivre ont fait de ce stage une expérience à la fois enrichissante et plaisante.

Merci également à Sylvain et Valérie pour leur encadrement et leur disponibilité tout au long du stage et surtout lors de la rédaction de ce présent rapport. Le dynamisme permanent de Valérie et la bonne humeur de Sylvain (agrémentée d'une pointe de nonchalance) n'a rendu ce stage que plus agréable.

Merci à Franck pour la conception et la fabrication d'une grande partie des pièces de mon expérience.

Je remercie également Cendrine pour ses "petites" histoires et ses caquettes de cerises, Raphaël et Paco, mes fidèles compagnons de stage, toujours prêts pour s'entraider ou pour une pause café, Jean-Yonnel, Julien et Timothée, les résidents de la mezzanine, toujours là pour mettre une bonne ambiance dans la salle de manips, Patrick et ses anecdotes, Angel pour l'organisation des matchs de football du vendredi, Denis pour la caméra qui m'a permis de prendre toutes les photos de mon stage, Nicolas pour sa carte d'acquisition qui a sauvé le début de mon stage, Éléonore pour ses précieux conseils sur les polymères et la machine à café, fidèle compagnon matinal, dont je vais m'occuper soigneusement à partir de septembre.

Merci également à tout le laboratoire de m'avoir accueilli ainsi et j'espère vivre 3 années de thèse aussi agréables que ces 4 mois de stage que j'ai passés dans le laboratoire de Physique de l'ENS de Lyon.

Table des matières

Introduction	1
1 Matériels et méthodes de mesure	3
1.1 Dispositif permettant l'écoulement à travers un orifice	3
1.1.1 Description du dispositif	3
1.1.2 Condition initiale	4
1.2 Mesures de l'écoulement du fluide	5
1.2.1 Balance	5
1.2.2 Visualisation du jet	5
1.2.3 Visualisation de la surface libre	6
1.3 Fluides utilisés et caractérisation de leurs propriétés	6
1.3.1 Fluides utilisés	6
1.3.2 Propriétés rhéologiques des fluides utilisés	7
1.3.3 Détermination de la longueur capillaire du fluide	8
1.3.4 Mesure du mouillage du fluide sur la surface	9
2 Écoulements et instabilités de fluides newtoniens	11
2.1 Modèle du fluide parfait	11
2.2 Limite du modèle du fluide parfait et proposition d'une correction	13
2.3 Détermination de r_{eff} et de $h_{0\text{eff}}$ à partir du débit	15
2.4 Dépendance des paramètres sur r_{eff} et $h_{0\text{eff}}$	16
2.4.1 Influence du rayon du trou	16
2.4.2 Influence de la viscosité	17
2.4.3 Influence du mouillage	17
2.4.4 Dépendance de la longueur du trou	18
2.5 Dépendance des paramètres sur le développement de l'instabilité	19
Conclusions et perspectives	19
Bibliographie	22
Annexes	22
A Dispositif expérimental permettant la visualisation de la surface libre	23
B Caractérisation et paramètres des polymères. Modèle de Maxwell.	24
B.1 Comportement et caractéristiques des polymères en solution	24
B.2 Modèle de Maxwell	25
C Caractéristiques des fluides simples et complexes	26
D Mesures de tension de surface	28
D.1 Balance d'arrachement	28
D.2 Bulle montante	29
E Dissipation visqueuse au sein de l'écoulement	30

Introduction

Notre projet principal est d'étudier des fluides complexes dans des conditions d'écoulements ou de mises en contrainte réelles. Pour un fluide newtonien, il y a proportionnalité entre la contrainte appliquée au fluide σ et le taux de cisaillement du fluide $\dot{\gamma}$: $\sigma = \eta\dot{\gamma}$ où η est la viscosité du fluide qui dépend de la température. On appellera fluide complexe un fluide qui n'a pas un comportement newtonien, c'est-à-dire que la relation entre σ et $\dot{\gamma}$ est non-linéaire.

L'étude des écoulements de fluides est une science à la fois ancienne et moderne. En effet les équations régissant l'évolution d'un fluide newtonien sont les équations de Navier-Stokes datant de 1845, mais ce système d'équations n'a toujours pas été résolu analytiquement et de nombreux problèmes de mécanique des fluides restent ouverts. De plus, pour chaque problème de mécanique des fluides il faut identifier les forces et les paramètres qui rentrent en jeu car il n'est pas envisageable de tout prendre en compte : le nombre d'équations et la complexité du système ne feraient que croître. Par exemple, pour le cas qui nous intéresse, le problème de vidange d'un réservoir par un orifice circulaire est un problème qui n'a toujours pas été résolu analytiquement pour un fluide réel, seuls des modèles d'écoulements parfaits ont été utilisés durant ce stage pour trouver une expression analytique.

En général, pour un système donné en mécanique des fluides, lorsque l'on ne sait pas exprimer analytiquement l'écoulement et que l'on veut comprendre comment ce système fonctionne, il y a deux façons principales de l'étudier. On peut faire des :

- **résolutions numériques** : on peut résoudre, lorsque c'est possible, les équations numériquement en donnant les équations, des approximations et les conditions aux limites. Cela permet de connaître le champ de vitesse en tout point de l'espace et à tout temps et donc de caractériser complètement le système. Cependant cette méthode est complètement dépendante des équations et des conditions aux limites que l'on donne à l'ordinateur. Si on oublie des paramètres au problème ou si les conditions aux limites ne reflètent pas bien la réalité, la simulation ne décrira pas bien le système réel ;
- **observations expérimentales** : on peut également construire un système et effectuer des mesures sur celui-ci. Cependant, cela nous confronte à plusieurs problèmes. La première difficulté, comme dans toute manipulation expérimentale, réside dans la conception et la construction du système lui-même. La seconde consiste à mesurer des variables physiques (vitesse, débit, contraintes...). Et enfin la troisième se trouve dans l'interprétation des résultats et le choix des paramètres à faire varier.

L'étude des fluides complexes s'imbrique dans une science beaucoup plus générale, la *rhéologie*, qui est à la frontière entre la mécanique des fluides et la mécanique du solide. Elle étudie comment coule la matière sous contrainte. Les variétés de fluides complexes sont nombreuses : fluides thixotropes, antithixotropes, à seuil, viscoélastiques, rhéoépaississants, rhéofluidifiants... On trouve une littérature fleurie sur les fluides complexes [1, 2]. Cependant la description qu'on en fait est une description macroscopique avec des mesures moyennées souvent effectuées à l'aide d'un rhéomètre. Les lois qui en découlent sont souvent des lois phénoménologiques avec des paramètres et des lois de puissance ajustables, comme par exemple la loi d'Ostwald-de Waele [1] permettant de décrire un fluide rhéofluidifiant ou rhéoépaississant :

$$\eta = m\dot{\gamma}^{n-1} \quad (1)$$

où m est appelé consistance et n un exposant qui dépend du fluide. On trouve les coefficients pour chaque fluide après des mesures effectuées à l'aide d'un rhéomètre où la contrainte ou le cisaillement est contrôlé.

L'absence de modèle microscopique satisfaisant (pour la plupart des fluides complexes sauf pour certaines solutions de polymères) ne permet pas de prévoir le comportement du fluide complexe à part sous des conditions bien contrôlées comme les conditions d'un rhéomètre. Dès que l'on va placer le

fluide dans des conditions réelles, rien ne nous assure que l'on va pouvoir prédire le comportement de l'écoulement, les instabilités qui peuvent se développer... Les études expérimentales des écoulements et des instabilités des fluides complexes sont peu nombreuses et a démarré que depuis une dizaine d'années notamment concernant la dynamique de bulles dans des fluides complexes [3], la déformation de filaments viscoélastiques [4, 5] ou encore l'étude les motifs dans les fluides viscoélastiques [6].

Une autre motivation de l'étude des fluides complexes en conditions réelles sont les applications qui sont nombreuses et présentes dans de nombreux domaines de la physique et de l'industrie :

- industrie pétrolière : extraction, acheminement, transformations...
- agroalimentaire : mayonnaise, mousse, yaourt...
- cosmétiques : crème, mousse, dentifrice...
- industrie du bâtiment : béton, boue, peinture...
- biologique : sang et autres fluides humains...
- volcanique : lave, panache de particules...

Le projet de thèse actuel est donc d'étudier le comportement des fluides complexes en écoulement ou sous contraintes contrôlées en essayant de lier les réponses du fluide (formation de motifs, d'instabilités...) à ses propriétés intrinsèques (structure interne, temps de relaxation...). Le but de ce stage de M2 était de commencer à étudier certains fluides complexes en conditions réelles et notamment leur écoulement à travers un trou. Nous avons choisi une approche expérimentale et non numérique car les paramètres dont dépend l'écoulement ne sont pas évidents à extraire et nos compétences principales sont du domaine de l'expérimental. Nous avons dû pour cela construire un système expérimental puis le calibrer avec des fluides dit "simples", c'est à dire newtoniens. Cependant cette calibration nous a réservé des surprises avec des comportements inhabituels qui n'ont jamais été étudié d'après la littérature. Nous nous sommes donc focaliser sur l'étude des fluides newtoniens durant ce stage. Nous avons pu voir que le modèle du fluide parfait pouvait s'appliquer aux fluides newtoniens mais qu'il fallait pour cela considérer un rayon effectif pour l'orifice et une hauteur initiale effective de fluide. De plus, ces paramètres effectifs semblent dépendre de nombreux paramètres comme le rayon et la longueur du trou, la tension de surface, la hauteur initiale du fluide, le mouillage de la surface... C'est pourquoi une grande partie du stage a été consacrée à l'étude et à l'amélioration du système pour qu'il soit le plus contrôlé possible (taille du trou, matériau de la plaque, visualisation du jet et de la surface libre...) et à l'étude de ces phénomènes présents dans l'écoulement de fluides simples comme le développement d'instabilités.

Ce rapport se divise en deux parties principales. Nous discuterons tout d'abord du dispositif expérimental en le décrivant puis en présentant tous les problèmes auxquels nous avons été confrontés ainsi que les solutions qui ont été apportées. Nous présenterons également tous les dispositifs permettant les mesures de grandeurs physiques avec leurs calibrations, leurs intérêts et leurs limites. Nous exposerons ensuite des écoulements que nous avons réalisé avec les fluides newtoniens. De nombreux paramètres sont à prendre en compte pour ces écoulements et leur dépendance n'est pas aussi simple que l'on pourrait croire, notamment avec l'apparition d'instabilités. Enfin nous présenterons les résultats préliminaires d'écoulements avec des fluides viscoélastiques, une solution de PEO de grande masse moléculaire à des concentrations grandes devant la concentration critique de recouvrement C^* , que l'on aura caractérisée au préalable.

Chapitre 1

Matériels et méthodes de mesure

Le point de départ et le plus important lorsqu'on fait de la physique expérimentale est la description du dispositif. Nous commencerons par décrire le système expérimental principal permettant l'écoulement de fluides à travers un orifice. Puis nous présenterons les dispositifs permettant d'effectuer des mesures sur celui-ci : masse écoulee, visualisation du jet et de la surface libre. Enfin nous détaillerons les mesures permettant la caractérisation des fluides utilisés : mouillage de la surface, détermination de la longueur capillaire et mesures rhéologiques.

1.1 Dispositif permettant l'écoulement à travers un orifice

1.1.1 Description du dispositif

La partie principale d'une étude expérimentale réside dans le fait de concevoir correctement le système et de le fabriquer. La conception du système est très simple : il suffit d'avoir un réservoir suspendu en hauteur possédant un trou sur sa face inférieure à travers lequel le liquide pourra s'écouler. Dans la littérature, on trouve très peu d'expériences de vidange de réservoir de ce style, avec une étude approfondie des différents paramètres contrôlant l'écoulement. Cependant certains articles [7–13] peuvent donner une idée des contraintes dont il faut tenir compte pour ce genre d'expérience. Nous en avons ajouté d'autres afin de pouvoir contrôler et mesurer correctement toutes les variables nécessaires. Il faut donc :

- avoir une cuve hermétique facilement remplissable avec n'importe quels fluides ;
- pouvoir facilement changer la taille du trou et le matériau de la plaque percée ;
- permettre la visualisation du jet dès sa sortie de l'orifice ;
- permettre la visualisation sur le côté du réservoir ;
- permettre la visualisation sur le dessus pour observer la surface libre ;
- pouvoir faire varier facilement la hauteur du récipient réceptionnant le fluide en prenant en compte la hauteur d'une balance ;
- avoir une condition initiale reproductible et pouvoir laisser reposer le fluide avant l'écoulement.

Le dispositif expérimental est présenté en FIGURE 1.1. Il permet de répondre à toutes les contraintes que l'on s'est fixées. La FIGURE 1.1 (a) présente une vue d'ensemble du dispositif. Une cuve cubique sans fond, en verre (10 cm×10 cm×10 cm), est collée à une pièce cylindrique en Dural qui est fixée sur un plateau en Dural placé sur quatre pieds. Dans ce cylindre en Dural est usinée une encoche permettant à un joint torique, une plaque percée d'un trou et éventuellement d'un espaceur de s'y loger. Une plaque percée d'un trou calibré joue le rôle de fond de la cuve. Cette plaque est facilement démontable et donc facilement interchangeable. L'épaisseur de l'encoche est de 4 mm, ainsi si la plaque est plus fine il faut insérer un espaceur. Le tout est plaqué dans l'encoche grâce à deux arcs en Dural ne faisant pas tout le tour, permettant ainsi la visualisation de la sortie du trou. La FIGURE 1.1 (b) présente la disposition des caméras et de l'éclairage (voir 1.2.2) afin de visualiser le jet et la surface libre. La visualisation du jet de sortie s'effectue par ombroscopie. Un panneau à LED, permettant d'assurer

un éclairage uniforme, est placé derrière le jet et l'acquisition est faite par une caméra équipée d'un objectif macro (voir 1.2.2). Le dispositif est placé dans une structure en aluminium permettant :

- d'enfermer le système dans une "boîte" avec des panneaux en bois, permettant d'éviter toute lumière parasite et les effets de courant d'air ;
- de placer les deux caméras et les sources lumineuses de manière stable et rigide ;
- de faciliter le déplacement de l'ensemble si besoin.

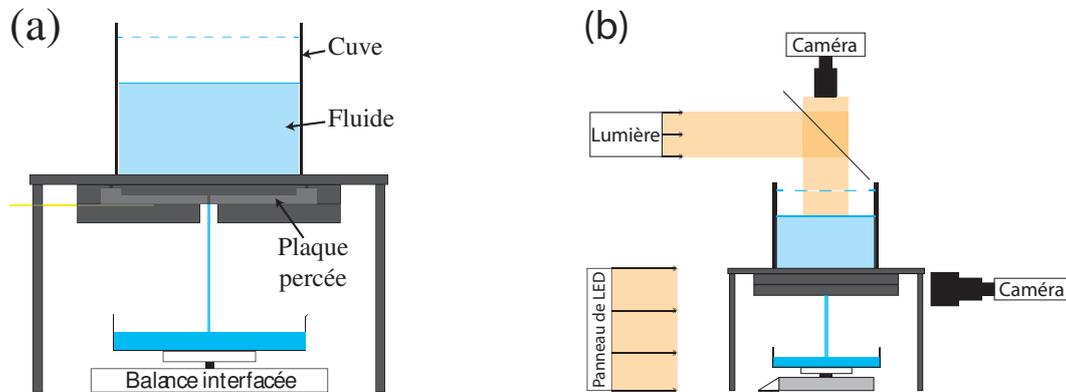


FIGURE 1.1 – **Dispositif expérimental permettant l'écoulement de fluides à travers un orifice.** (a) Vue d'ensemble du système expérimental. (b) Disposition des caméras et des éclairages afin de visualiser le jet et la surface libre. La cuve est un cube de 10 cm de côté et la distance entre l'orifice et le cristallisateur est d'environ 15 cm.

L'avantage de pouvoir facilement changer le fond de la cuve est de pouvoir modifier aisément la taille du trou et les conditions de mouillage de la plaque dans laquelle le trou est percé. Il suffit de découper des cercles de 17 cm de diamètre et d'épaisseur donnée L (2 et 4 mm dans le cadre de ce stage) dans les matériaux choisis puis de les percer aux rayons choisis. Nous avons décidé d'étudier des écoulements à travers des orifices de 0,5, 1, 1,5 et 2 mm de rayon r permettant ainsi d'avoir des trous dont le diamètre est au-dessus et en-dessous de la longueur capillaire qui est de l'ordre de 2,6 mm pour de l'eau (voir 1.3.3). Les trous dans les plaques ont été réalisés à la perceuse, avec une précision estimée à 0,1 mm. Cependant pour des matériaux un peu mous comme le PVC ou le Téflon, les trous possèdent quelques imperfections qu'il faut limer au papier de verre. Les matériaux utilisés pour les plaques doivent être chimiquement neutre, peu onéreux et faciles à usiner. Nous devons également utiliser des matériaux à la fois mouillant et non-mouillant. Nous avons donc utilisé du Plexiglas, du PVC et du Téflon. Cela permet ainsi d'avoir des angles de contact allant de $60,3^\circ$ à $98,5^\circ$ comme nous le verrons dans la partie 1.3.4.

1.1.2 Condition initiale

Un des problèmes majeurs d'une telle expérience d'écoulement est la reproductibilité et le contrôle de la condition initiale. En effet un changement de condition initiale peut influencer sur l'écoulement et notamment sur le développement d'instabilités qui modifient grandement le débit du fluide. La condition initiale idéale serait de pouvoir retirer instantanément un bouchon hermétique placé en-dessous. Pour se rapprocher le plus possible de cette condition initiale une rainure a été percée dans l'un des arcs de Dural afin de permettre le passage d'une languette en laiton. Cette languette permet de coincer un morceau de mousse imperméable entre le trou et la languette. La languette est ensuite retirée rapidement et la pression du fluide fait tomber la mousse dans le cristallisateur avec le fluide. Cette condition initiale est la plus reproductible que l'on ait pu réaliser et cela est très satisfaisant. En effet des visualisations de la sortie du jet ont été effectuées en caméra "rapide" (environ 70 images par seconde). On remarque que quelle que soit la taille du trou, la hauteur d'eau initiale, l'épaisseur de la plaque et le matériau de la plaque, la condition initiale est toujours la même pour un couple taille de

trou/matériau de la plaque, avec un régime de jet qui s'établit en moins de 0,2 à 0,3 seconde. Ainsi les problèmes de dépendance de la condition initiale sont écartés.

1.2 Mesures de l'écoulement du fluide

1.2.1 Balance

Afin de connaître le débit ou la masse écoulee à travers le trou au cours du temps dans le but de caractériser l'écoulement du fluide, une balance (KERN 572) est placée sous le récipient récoltant le fluide sous la cuve. Cette balance a une précision de 0.01 g et peut supporter jusqu'à 2100 g. L'interfaçage de la balance se fait par connexion RS-232 sur une carte ajoutée à l'ordinateur. L'acquisition s'effectue grâce à un programme Labview qui permet de récupérer la masse de manière régulière. La balance envoie l'information (masse sur la balance) en continu à une certaine vitesse (9600 Bauds) et il faut acquérir plus vite afin que l'information ne s'accumule pas dans la mémoire et que l'enregistrement des données prenne du retard. En effet le programme Labview effectue juste la différence entre le temps où est fait l'acquisition et le temps initial. Afin de ne perdre aucune information et ne pas accumuler de retard (et ainsi ne pas avoir le bon temps pour une masse donnée) tout en évitant une acquisition trop rapide (pour ne pas avoir une accumulation de données sans information) une acquisition est faite toute les 150 ms. Afin d'avoir une idée du temps de réponse de la balance une étude faite au préalable. Des masses allant de 5 g à 100 g ont été posées sur la balance puis retirées à plusieurs reprises. L'enregistrement de la masse au cours du temps après traitement des données nous donne une estimation du temps de réaction de la balance. On obtient ainsi une courbe partant de 0 g et s'arrêtant sur un plateau correspondant la la masse posée. Ces courbes sont quasiment toutes identiques, quelle que soit la masse posée. Il n'y a pas de dépassement de la masse à peser et le temps pour atteindre le plateau est d'environ 1 seconde. C'est une mesure où l'on impose un échelon de masse et on regarde le temps de réponse de la balance. Cependant cette balance va être par la suite utilisée en dynamique avec une masse qui augmente continûment. Ainsi cette mesure ne reflète pas la réalité de l'expérience mais elle nous donne une majoration du temps de réponse de la balance en dynamique.

1.2.2 Visualisation du jet

Pour caractériser l'écoulement, il est important de s'intéresser à la forme du jet en sortie du trou ainsi qu'à son évolution au fur et à mesure que la vidange s'effectue. Pour cela nous avons mis en place un système de visualisation par ombroscopie. Comme on peut le voir sur la FIGURE 1.1 (b) un panneau de LED (EuroshopLED) de 30 cm×30 cm est placé à l'arrière et une caméra PixelLink 1280×1024 équipée d'un objectif macro 18-108 mm filme le jet. La FIGURE 1.2 illustre les images que l'on peut obtenir. On peut visualiser une grande partie du jet et observer un jet droit FIGURE 1.2 (a) ou un jet instable FIGURE 1.2 (b). Un zoom peut être effectué par l'objectif macro pour observer la sortie du trou et le mouillage du fluide autour du trou FIGURE 1.2 (c). Afin de déterminer une échelle et ainsi la taille réelle du jet visualisé, une photo est prise avec une règle transparente à la même distance que le trou. À l'aide du logiciel ImageJ on peut estimer le coefficient de conversion entre un pixel et la taille réelle. Finalement, on peut suivre au cours de l'écoulement la forme du jet pour la relier à ce que l'on peut voir sur le débit mais également observer l'angle de contact entre le jet et la surface où est percé le trou.

Afin de visualiser plus précisément la condition initiale et les instabilités qui peuvent éventuellement se former, il est nécessaire de faire des acquisitions plus rapides que 50 Hz. Cependant le transformateur fourni par le constructeur du panneau de LED ne permet pas d'obtenir une alimentation continue et les visualisations à la caméra plus rapide que 50 Hz présentaient un scintillement. Pour s'en affranchir une alimentation stabilisée (TENMA 3A/30V) a remplacé le transformateur, permettant d'avoir un éclairage continu mais également une luminosité contrôlée et plus puissante.

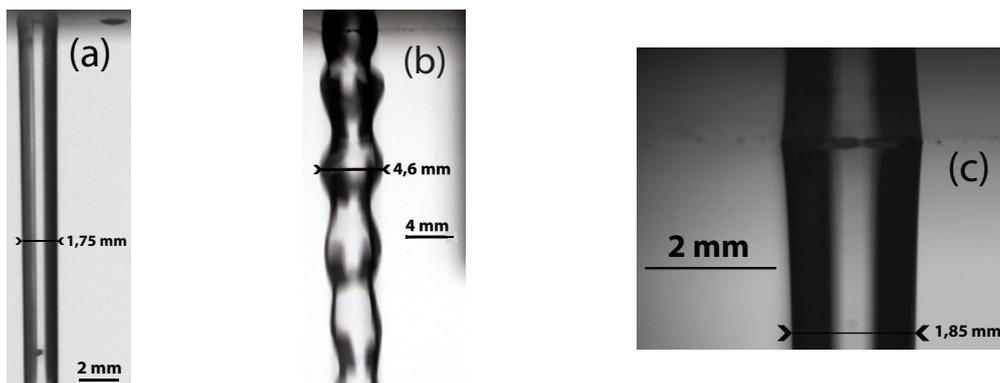


FIGURE 1.2 – **Visualisation du jet à la sortie du trou.** (a) Visualisation du jet stable (début ou milieu de l'écoulement) [Plexiglas ; $r = 1$ mm ; $L = 2$ mm]. (b) Visualisation du jet instable (début de certains écoulements) [PVC ; $r = 2$ mm ; $L = 4$ mm]. (c) Visualisation de la sortie de l'orifice [Plexiglas ; $r = 1$ mm ; $L = 2$ mm]. Les échelles et les tailles typiques des jets sont indiquées.

1.2.3 Visualisation de la surface libre

Une autre mesure que l'on peut effectuer sur l'écoulement est la déformation de la surface libre. Nous avons un peu étudié le problème et effectué des tests préliminaires en vue de l'utiliser par la suite pour les fluides complexes. Tout ceci est décrit en détail dans l'ANNEXE A. Cependant, dans le cadre de ce stage, nous n'avons pas effectué de mesures quantitatives de déformations de la surface libre sur nos écoulements.

1.3 Fluides utilisés et caractérisation de leurs propriétés

À présent nous devons caractériser les fluides qui seront placés dans le dispositif expérimental. Nous commencerons par étudier la rhéologie de ces fluides, en commençant par mesurer la viscosité puis les modules élastiques et visqueux pour les fluides complexes. Nous déterminerons ensuite la longueur capillaire du fluide, paramètre permettant de savoir si la tension de surface peut jouer un rôle. Enfin, nous nous intéresserons au mouillage de la surface par le fluide car nous nous sommes aperçus au cours de nos expériences qu'il s'agissait d'un paramètre pertinent.

1.3.1 Fluides utilisés

Lors de ce stage nous avons principalement utilisé trois fluides :

- de l'eau déionisée ;
- un mélange d'eau et de glycérol avec un ratio de 20% pour l'eau et 80% pour le glycérol, en masse. Ce mélange permet d'avoir un fluide newtonien avec une viscosité bien plus grande que celle de l'eau (environ 30 fois plus) ;
- des solutions aqueuses de PolyEthylène Oxide (PEO) de grande masse molaire (essentiellement $2.000.000 \text{ g.mol}^{-1}$) à des concentrations supérieures à la concentration de recouvrement C^* . Ces solutions sont des fluides viscoélastiques. Elles rentrent dans la catégorie des fluides que l'on appelle communément les fluides complexes ; le projet initial de ce stage était d'étudier l'écoulement de ce type de fluide.

Le PEO est un polyéther linéaire, fabriqué à partir de monomères d'éthylène glycol, de forte masse molaire (supérieure à $20.000 \text{ g.mol}^{-1}$). Il a pour formule chimique $(-O-CH_2-CH_2-)_n$. Il est principalement utilisé en industrie médicale et cosmétique pour son pouvoir épaississant ou gélifiant.

On trouve une bibliographie assez fournie sur le PEO et notamment sur les interfaces et la tension de surface [14–20] ou sur sa rhéologie du PEO [21–23] et un livre entier est consacré à sa fabrication [24].

Comme nous voulions avoir des comportements non-newtoniens, il fallait donc des concentrations supérieures à la concentration C^* . Nous avons donc préparé des solutions d'environ 1,1 L à $5C^*$, $20C^*$ et $40C^*$. Le comportement et les caractéristiques du PEO en solution sont présentés dans l'ANNEXE B.

1.3.2 Propriétés rhéologiques des fluides utilisés

Afin de caractériser les fluides, qu'ils soient complexes ou simples, des mesures rhéologiques sont nécessaires. Les mesures rhéologiques de fluides simples et complexes sont présentées dans l'ANNEXE C.

Fluides newtoniens

Des mesures ont été effectuées avec un rhéomètre du laboratoire *AR 1000* en géométrie cône-plan. Le cône utilisé a un diamètre de 40 mm et un angle $\Psi = 2^\circ$. L'eau étant trop peu visqueuse pour pouvoir mesurer sa viscosité nous avons pris comme échantillon un mélange eau20-glycérol80 que nous avons utilisé par la suite dans notre système d'écoulement. Les résultats sont présentés sur la FIGURE 1.3.

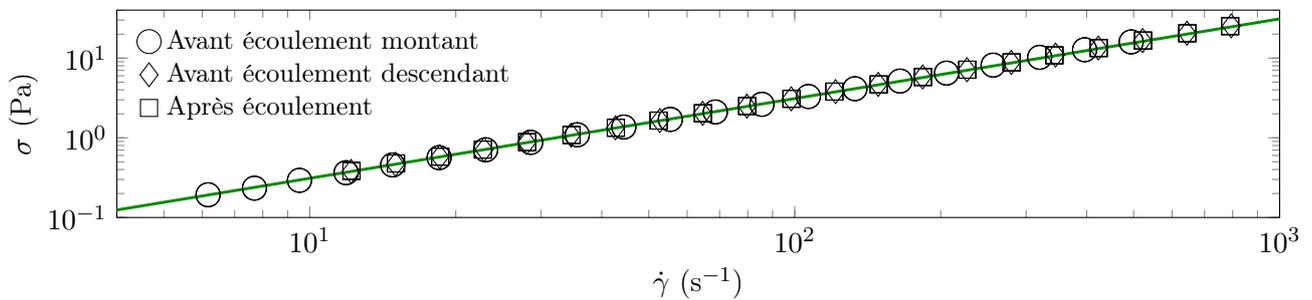


FIGURE 1.3 – **Rhéologie du mélange Eau20-Glycérol80** : $\sigma = f(\dot{\gamma})$. La contrainte imposée est proportionnelle au taux de cisaillement qu'on fasse la mesure en augmentant ou en diminuant $\dot{\gamma}$ ou après écoulement dans notre expérience : le fluide est newtonien. Un ajustement linéaire donne une pente de 0,031 Pa.s. La température de la mesure est de 28°C .

On peut alors tracer la contrainte σ du fluide en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$. En pratique on impose le taux de cisaillement sur une gamme donnée. Ici la gamme s'étale sur plus de deux décades entre 6 et 8.10^2 s^{-1} . La rhéologie a été effectuée avec le mélange préparé initialement en augmentant puis en diminuant le taux de cisaillement pour voir une éventuelle hystérésis puis avec le même mélange ayant coulé à travers des trous percés dans du PVC (en tout 18 fois pour 3 rayons de trou différents). Les différents symboles correspondent à ces trois mesures et on remarque que tous les points s'alignent sur une même droite, signe que le fluide est newtonien comme attendu et qu'il ne se dégrade pas lors de notre expérience d'écoulement. La pente de la droite donne directement la viscosité dynamique du fluide. Après un ajustement linéaire on trouve

$$\eta_{\text{eau20-glycerol80}} = 31 \text{ mPa.s} \quad . \quad (1.1)$$

Cette valeur est correcte pour un mélange avec ce ratio [25].

Fluide complexe utilisé (PEO)

La rhéologie d'une solution de PEO, de masse molaire $2.000.000 \text{ g.mol}^{-1}$ et de concentration $40C^*$ est présentée FIGURE 1.4.

Sur la FIGURE 1.4 (a) est présentée la viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ ainsi que la contrainte σ en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ en insert. Les mesures ont été effectuées en augmentant puis en diminuant $\dot{\gamma}$ et cela sur une durée totale de 5 ou 15 min. On remarque que

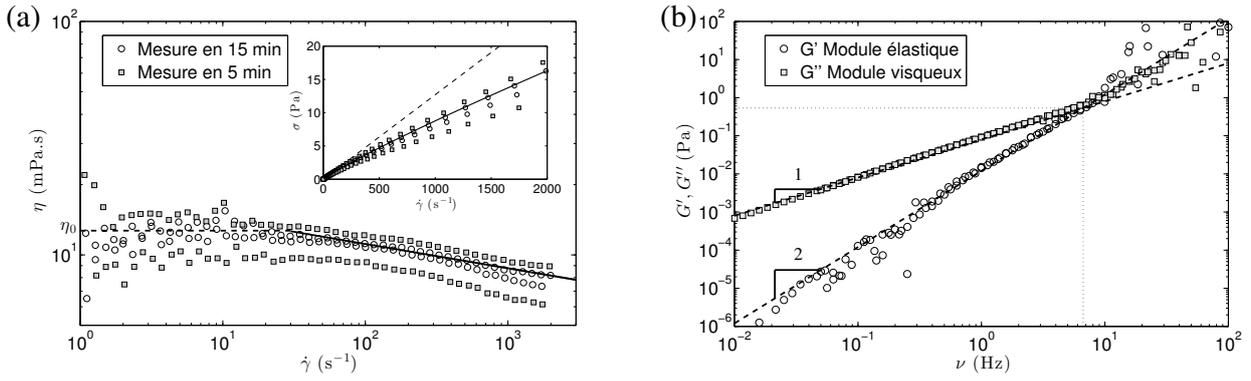


FIGURE 1.4 – **Rhéologie d'une solution de PEO (2.000.000, 40C*)**. (a) Viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$. La mesure a été effectuée en augmentant puis en descendant $\dot{\gamma}$ pour deux temps de mesure différents. La droite en tirets correspond au plateau newtonien $\eta_0 = 12,7$ mPa.s. La droite pleine correspond à l'ajustement du modèle d'Ostwald (1.2). En insert, la contrainte σ en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ (mêmes notations pour les droites). (b) Module élastique G' et module visqueux G'' en fonction de la fréquence ν . Les asymptotes de pente 1 pour G'' et 2 pour G' ont été tracées à basses fréquences. L'intersection des asymptotes est repérée par les pointillés : $\tau = 24$ ms, $G/2 = 0,534$ Pa.

le temps d'intégration et le temps d'attente entre deux mesures à une influence sur la mesure. On remarque également que les mesures pour des faibles $\dot{\gamma}$ (< 2 s $^{-1}$) ne sont pas significatives car le rhéomètre ne mesure pas un couple assez important. On ne considérera pas ces points par la suite. Les courbes possèdent un plateau newtonien dont on peut faire la moyenne afin de trouver la viscosité du fluide à bas $\dot{\gamma}$. On obtient $\eta_0 = 12,7$ mPa.s (FIGURE 1.4 (a), tirets). Puis lorsque $\dot{\gamma}$ augmente, la viscosité diminue. Le fluide est donc rhéofluidifiant. On peut alors ajuster le modèle d'Ostwald-de Waele [1]

$$\eta = \eta_0 (k\dot{\gamma})^{n-1} \quad , \quad \boxed{n = 0,896} \quad , \quad \boxed{k = 35 \text{ ms}} \quad (1.2)$$

avec k une constante homogène à un temps (FIGURE 1.4 (a), trait plein).

Sur la FIGURE 1.4 (b) sont représentés le module élastique G' et le module visqueux G'' en fonction de la fréquence ν . On remarque que les deux courbes possèdent une asymptote à basse fréquence de pente 2 et 1 respectivement. Ceci est en accord avec le modèle de Maxwell présenté en ANNEXE B avec pour temps caractéristique et pour module élastique :

$$\boxed{\tau = 24 \text{ ms}} \quad , \quad \boxed{G = 1,07 \text{ Pa}} \quad . \quad (1.3)$$

On remarque alors que les deux temps caractéristiques de rhéofluidification k et d'élasticité τ sont du même ordre de grandeur, en accord avec le modèle de Maxwell.

1.3.3 Détermination de la longueur capillaire du fluide

Une caractéristique du fluide que l'on peut également étudier est sa longueur capillaire. Pour tout fluide il existe une longueur appelée longueur capillaire κ^{-1} . Si l'écoulement a une longueur caractéristique en-dessous de κ^{-1} les effets capillaires auront un rôle important. La tension de surface et la capillarité sont à l'origine de nombreux phénomènes :

- formation de bulles ou films de savon stabilisés par des tensio-actifs [26] ;
- formation et stabilité de mousses en tout genre (bière, crème à raser, bain moussant...) [26] ;
- formation des "cloches d'eau" [26] ;
- ascension d'un fluide dans un capillaire [26, 27] ;
- instabilités de Plateau-Rayleigh sur un fil [26, 27] et de Rayleigh-Taylor sur une surface [27]...

Pour savoir si dans notre système les effets capillaires vont être importants, on définit la longueur capillaire κ^{-1} , en égalant la pression hydrostatique $p_{hydro} = \rho gh$ avec la pression de Laplace $p_{Laplace} = \gamma/h$ pour obtenir :

$$h \approx \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}} = \kappa^{-1} \quad (1.4)$$

avec γ la tension de surface liquide-gaz, ρ la masse volumique du liquide, h la hauteur du fluide et g l'accélération de pesanteur [27].

Fluide	Eau	Glycérol80-Eau20	PEO 40 C^{*}
ρ (kg.m^{-3})	1000	1188	1017
γ (mN.m^{-1})	68 ± 2	65 ± 2	62 ± 2
κ^{-1} (mm)	$2,63 \pm 0,04$	$2,36 \pm 0,04$	$2,49 \pm 0,04$

TABLE 1.1 – Évaluation de la longueur capillaire pour les différents fluides utilisées.

Ainsi si la longueur caractéristique de notre système, égal au diamètre de l'orifice $2r$, est telle que, en ordre de grandeur, $2r\kappa \approx 1$ ou $2r\kappa \leq 1$ alors on peut s'attendre à avoir des effets capillaires assez importants. On peut évaluer la longueur capillaire pour les fluides que l'on a utilisés. Pour cela, il faut mesurer la tension de surface liquide-air pour chaque fluide. Plusieurs méthodes existent et sont notamment décrites dans [27] mais nous en avons utilisé principalement deux : la bulle montante et la balance d'arrachement. Ces deux méthodes sont décrites dans l'ANNEXE D. Les résultats sont regroupés dans la TABLE 1.1. On peut ainsi voir qu'ayant choisi des rayons d'orifices allant de 0,5 mm à 2 mm, on aura des longueurs caractéristiques $2r$ au-dessus et en-dessous de la longueur capillaire mais du même ordre de grandeur.

1.3.4 Mesure du mouillage du fluide sur la surface

Une des caractéristiques dont dépendent l'écoulement et la formation éventuelle d'instabilités est la propriété de mouillage du fluide sur la plaque dans laquelle le trou est percé. Le mouillage est l'étude de l'étalement d'un liquide déposé sur un substrat solide, *i.e.* l'étude d'un contact à 3 phases (solide, liquide, gazeux). Lorsque l'on pose une goutte de liquide sur une surface, celle-ci va plus ou moins s'étaler en fonction de la surface. On comprend bien que l'étalement de la goutte va dépendre de l'affinité entre le solide et le liquide γ_{SL} mais il va également dépendre de l'affinité entre le liquide et l'air γ ainsi que l'affinité entre le solide et l'air γ_{SG} . Ainsi, on peut exprimer une relation entre ces tensions, appelé loi de Young-Dupré [27]

$$\gamma \cos \theta_S = \gamma_{SG} - \gamma_{SL} \quad (1.5)$$

où θ_S est l'angle de contact statique entre la goutte et le solide qui est représenté sur la FIGURE 1.5. La mesure de l'angle de contact donne ainsi les propriétés de mouillage pour un fluide et un solide donné (on travaillera toujours à l'air ambiant).

Il existe plusieurs méthodes pour la mesure de l'angle de contact : goutte "miroir", microscopie à contraste interférentiel, technique de la grille [27]... Cependant nous avons choisi la méthode la plus facile à mettre en œuvre sachant que nous avons déjà le matériel : la projection. Comme pour le jet, la goutte posée sur le solide est éclairée par un panneau de LED et prise en photo par une caméra équipée d'un objectif macro, décrit précédemment (voir 1.2.2).

On obtient des images comme présentées en FIGURE 1.5. On peut alors déterminer les angles de contact sous ImageJ. Cette méthode est assez peu précise pour plusieurs raisons :

- le plan de focalisation n'est pas exactement au milieu de la goutte et on obtient souvent une collerette grise plus claire autour qui gêne la détermination de l'angle ;
- le critère de tangence au point de contact est assez difficile à définir et la binarisation puis la détection du contour de la goutte est une chose peu aisée avec ces images, la zone d'intérêt est souvent un peu floue et les gradients de luminosité un peu hasardeux ;

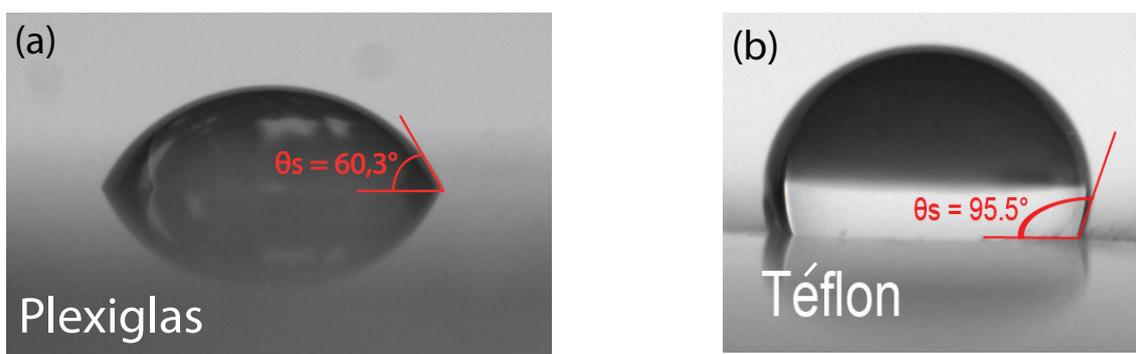


FIGURE 1.5 – Illustrations de différents types de mouillage et mesure de l’angle de contact statique θ_S . (a) Goutte d’eau sur une surface en PVC [peu mouillante, angle de contact moyen $\theta_S = 62,6^\circ$]. (b) Goutte d’eau sur une surface en Téflon [très peu mouillante, angle de contact moyen $\theta_S = 95,5^\circ$].

- l’accrochage de la goutte n’est pas toujours le même. En effet même si la surface est préalablement nettoyée à l’éthanol et séchée il reste des rugosités dues aux techniques de découpage de la plaque. C’est un problème bien connu d’hystérésis d’accrochage.

Pour pallier tous ces problèmes, une étude statistique est réalisée sur une dizaine de gouttes (avec deux angles de contact mesurables) réparties de manière aléatoire sur la plaque étudiée. Les gouttes n’accrochant pas comme les autres ne sont pas prises en compte et une moyenne est faite sur toutes les mesures avec une estimation de l’erreur effectuée. Toutes les mesures faites sont regroupées dans la TABLE 1.2. La précision obtenue est suffisante pour classer les matériaux en fonction de leur aptitude à être mouillé, ce qui importe pour le travail réalisé ici.

Matériau	Eau	Glycérol80-Eau20	PEO-2M-40C*
Plexiglas	$60,3^\circ \pm 2^\circ$		
PVC	$75,3^\circ \pm 3^\circ$	$76^\circ \pm 3^\circ$	$63^\circ \pm 3^\circ$
Téflon	$98,5^\circ \pm 3^\circ$		

TABLE 1.2 – Récapitulatif des angles de mouillage pour les matériaux des plaques et fluides utilisés.

On remarque que l’eau et le mélange eau-glycérol ont les mêmes propriétés de mouillage sur le PVC, contrairement à la solution de PEO qui a un angle de contact plus faible à cause des polymères qui peuvent s’adsorber à la surface et réduire ainsi l’énergie de l’interface. On a ainsi une gamme de matériaux possédant des mouillages différents. Nous n’avons pas encore fait le test avec un matériau très hydrophile comme du verre. Les plaques ont été commandées mais leur intégration dans le système n’a pas encore été effectuée par manque de temps.

Chapitre 2

Écoulements et instabilités de fluides newtoniens

Avant de s'intéresser à l'écoulement des fluides complexes il est important de tester notre dispositif expérimental avec des fluides dits "simples", c'est-à-dire des fluides newtoniens. Cette phase ne devait être à la base qu'une phase de tests et de réglages du dispositif. Cependant nous avons été confronté à des résultats étonnants voire contre-intuitifs. Le but de ce chapitre est de montrer la démarche employée en partant du modèle de l'écoulement parfait et en étudiant les paramètres qu'il faut prendre en compte comme la tension de surface ou le mouillage de la plaque.

2.1 Modèle du fluide parfait

Reprenons notre dispositif d'écoulement et étudions le. Il est tout d'abord intéressant de considérer le cas où l'écoulement du fluide que nous avons dans notre cuve est parfait, c'est-à-dire de négliger les effets de viscosité. Ceci peut paraître être une approximation grossière mais cela nous permet de résoudre analytiquement le problème. Nous vérifierons à posteriori que ces hypothèses sont justifiées.

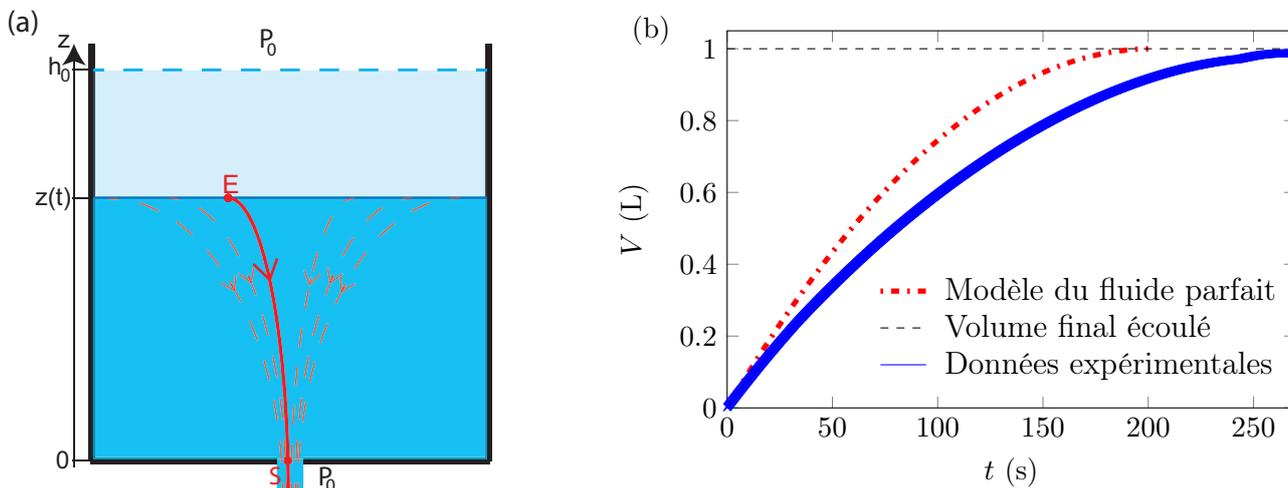


FIGURE 2.1 – **Modèle du fluide parfait et ses limites.** (a) Notations pour effectuer le calcul de l'écoulement du fluide parfait. Les lignes pointillées et la ligne pleine entre les points E et S représentent des lignes de courant de l'écoulement. (b) Volume de fluide écoulé V en fonction du temps t [$r = 1,5$ mm ; $L = 2$ mm ; Plexiglas]. La courbe tirets-points représente le modèle du fluide parfait, les pointillés le volume final qui doit s'écouler, soit 1 litre et la ligne plein représente la mesure effectuée avec ces paramètres. On remarque un net écart entre l'expérience et le modèle du fluide parfait même si la tendance est la même. L'épaisseur du trait représente les barres d'erreur sur chaque mesure.

Comme dans [28–30] on s'intéresse à un récipient qui se vide par un petit orifice circulaire situé dans sa partie inférieure. Nous appellerons p_0 la valeur de la pression atmosphérique au dessus de la surface du récipient et à l'extérieur du jet de sortie. Notons $S_0 = \pi r^2$ la section de l'orifice, où r est le rayon de l'orifice. Au niveau de l'orifice, les lignes de courant sont parallèles comme l'illustre la FIGURE 2.1. La pression a donc la même valeur p_0 dans le jet qu'à l'extérieur. Par ailleurs, si la section du récipient est grande devant la section S_0 , la vitesse de descente du niveau de liquide est très petite devant la vitesse dans le jet et peut être négligée. En effet, en raison de la conservation du débit, la vitesse varie comme l'inverse du rapport des surfaces. Nous avons une cuve carrée de $a = 10$ cm de côté, soit une surface de 10^{-2} m² contre un trou de rayon maximum $r = 2$ mm soit une section de $1,26 \cdot 10^{-5}$ m² : l'hypothèse est donc bien respectée (rapport de 1000). Soit $z(t)$ l'altitude correspondant au niveau du fluide dans le récipient à l'instant t en prenant l'origine de l'axe vertical au niveau de l'orifice. L'équation de Bernoulli le long d'une ligne de courant, par exemple la ligne ES représentée sur la FIGURE 2.1 conduit à

$$p_0 + \rho g z(t) = p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2(t) \quad , \quad (2.1)$$

avec $g = 9,81$ m.s⁻² l'accélération de pesanteur. La vitesse v_0 au niveau de la section minimale est uniforme et vaut

$$v_0(t) = \sqrt{2gz(t)} \quad . \quad (2.2)$$

Cette formule est connue sous le nom de formule de Torricelli. Cette vitesse dépend donc du temps puisque le récipient se vide et que la hauteur du fluide diminue au cours du temps. On peut expliciter la fonction $z(t)$, sachant que l'on a conservation du débit

$$v(z(t)) = -\frac{dz}{dt} = \frac{\pi r^2}{a^2} v_0 = \frac{\pi r^2}{a^2} \sqrt{2gz(t)} \quad . \quad (2.3)$$

On aboutit alors à l'équation différentielle :

$$\frac{dz(t)}{dt} + \frac{\pi r^2 \sqrt{2g}}{a^2} \sqrt{z(t)} = 0 \quad . \quad (2.4)$$

Cette équation peut s'intégrer en séparant les variables :

$$\int_{h_0}^{z(t)} \frac{dz'}{\sqrt{z'}} = -\frac{\pi r^2 \sqrt{2g}}{a^2} \int_0^t dt' \quad , \quad (2.5)$$

$$2 \left(\sqrt{h_0} - \sqrt{z(t)} \right) = \frac{\pi r^2 \sqrt{2g}}{a^2} t \quad , \quad (2.6)$$

$$z(t) = \left(\sqrt{h_0} - \frac{\pi r^2 \sqrt{2g}}{2a^2} t \right)^2 \quad . \quad (2.7)$$

avec h_0 la hauteur initiale de fluide. Cependant la détection de la hauteur au cours du temps n'est pas chose aisée. En effet, même si la cuve contenant le liquide est carrée permettant une visualisation sur le côté, la ligne de liquide n'est pas bien définie à cause du mouillage sur la surface de verre. Ainsi une détection automatique s'avère difficile. Il faut alors suivre la hauteur du fluide à l'œil et la précision est comprise entre 1 et 3 mm. Cela a été effectué pour certains écoulements mais prend énormément de temps. Un autre moyen d'automatiser la mesure est de s'intéresser à la quantité de fluide qui a coulé en mesurant la masse dans le récipient sous la cuve (voir 1.2.1). Il faut donc connaître la loi $m(t)$, masse de fluide qui s'est écoulé à l'instant t . On peut alors simplement exprimer le débit à travers le trou, en supposant que ce qui se passe après le trou n'a aucune influence :

$$\frac{dm}{dt} = Q = \int_{S_0} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = \pi r^2 \rho v_0 = \rho \pi r^2 \sqrt{2gz(t)} = \rho \pi r^2 \sqrt{2g} \left(\sqrt{h_0} - \frac{\pi r^2 \sqrt{2g}}{2a^2} t \right) \quad , \quad (2.8)$$

$$Q = \frac{dm}{dt} = \rho \pi \sqrt{2g} r^2 h_0^{1/2} - \frac{\pi^2 \rho g}{a^2} r^4 t \quad . \quad (2.9)$$

Par intégration, sachant que la masse coulée initiale est nulle, on obtient

$$m(t) = \rho\pi r^2\sqrt{2g} \left(\sqrt{h_0}t - \frac{\pi r^2\sqrt{2g}}{4a^2}t^2 \right) = \rho\sqrt{2g}\pi r^2 h_0^{1/2} t - \frac{\pi^2\rho g}{2a^2}r^4 t^2 . \quad (2.10)$$

Si on l'exprime en termes de volume écoulé V et de débit volumique Q_V , afin de comparer différents fluides de masses volumiques différentes, on obtient

$$\boxed{V(t) = \sqrt{2g}\pi r^2 h_0^{1/2} t - \frac{\pi^2 g}{2a^2}r^4 t^2} , \quad \boxed{Q_V = \pi\sqrt{2g}r^2 h_0^{1/2} - \frac{\pi^2 g}{a^2}r^4 t} . \quad (2.11)$$

2.2 Limite du modèle du fluide parfait et proposition d'une correction

Nous sommes munis d'un modèle qui suppose que l'écoulement est parfait. À présent, nous voulons confronter la théorie avec l'expérience. Pour cela on remplit notre cuve d'eau avec une hauteur initiale donnée, ici $h_0 = 10$ cm. De nombreux temps d'attente ont été testés (de quelques dizaines de secondes à quelques heures) avant d'ouvrir le trou afin de laisser les écoulements internes, dus au remplissage, relaxer. Tous donnent le même résultat. Nous avons donc choisi d'attendre 1 à 2 minutes avant de lancer chaque expérience. On lance alors une acquisition d'images à intervalle régulier ainsi que l'acquisition de la masse mesurée par la balance. On retire ensuite la languette de laiton et la mousse peut alors tomber, laissant le fluide couler à travers le trou. On récupère alors les données brutes de la balance que l'on traite sous Matlab. Le traitement consiste à enlever les points pour lesquelles la balance n'a pas donné de valeur (car l'acquisition doit être plus rapide que le flux de données). Puis il faut faire commencer la courbe en (0,0) en enlevant les points inférieurs à 0 (l'écoulement n'a pas encore commencé) et en retranchant le temps pour lequel l'écoulement commence. Un exemple de résultat obtenu est tracé sur la FIGURE 2.1 (b). L'erreur sur la mesure a été estimée à 150 ms pour le temps qui correspond au temps d'acquisition et à 0,01 L pour le volume qui correspond à une erreur de 1 mm sur la hauteur initiale, erreur que l'on fait en général avec la précision d'une règle. L'erreur via la résolution de la balance est négligeable par rapport à celle-ci.

La courbe a l'air à première vue d'avoir la bonne forme avec une courbe ressemblant à un polynôme d'ordre deux avec un terme linéaire positif et un terme quadratique négatif. Cependant lorsque l'on trace la prédiction de la théorie de l'écoulement parfait avec les paramètres de l'expérience, on voit une nette différence (FIGURE 2.1 (b)) : le modèle de l'écoulement parfait est en avance par rapport à l'expérience. On peut alors confirmer que l'allure de la courbe expérimentale est proche de la théorie mais que le fluide met plus longtemps à couler, ici environ 260 s au lieu de 200 s, soit un écart d'environ 30%, ce qui n'est pas négligeable.

Le modèle qu'on a présenté suppose surtout que nous avons un écoulement parfait et non un fluide parfait (qui n'existe pas en soi). Il est assez facile de se convaincre que l'écoulement est parfait excepté au niveau du trou. Pour cela, nous pouvons effectuer un calcul d'ordre de grandeur présenté dans l'ANNEXE E. On peut tirer deux conclusions de ce calcul en fonction des fluides.

- Concernant l'eau, la dissipation visqueuse calculée est inférieure à 10% de l'énergie totale de départ, et il s'agit d'une surestimation. Ainsi on peut considérer que la dissipation visqueuse est négligeable pour le cas de l'eau et on peut considérer que l'écoulement est parfait au moins jusqu'au trou.
- Pour le glycérol on remarque d'après nos estimations que la dissipation visqueuse est légèrement plus importante que l'énergie initiale. On comprend bien ici que l'on a énormément surestimé la dissipation visqueuse et ceci pour deux raisons : le rayon que l'on considère est le rayon du trou et non le rayon effectif apparent (défini plus tard) ; pendant l'écoulement, le jet après le trou n'a pas toujours la même taille : il s'amincit. Ce n'est pas prévu par notre calcul et cela réduit la vitesse (c'est-à-dire le rayon effectif apparent). On ne peut donc pas connaître la proportion d'énergie dissipée par frottement visqueux mais on peut conclure que la viscosité va jouer un rôle important lors de l'écoulement. Cependant on remarquera que l'on pourra tout de même appliquer les équations de l'écoulement parfait avec un rayon effectif que l'on pourra estimer.

L'estimation du nombre de Reynolds, effectuée également dans ANNEXE E, est de 1400 à 5600 pour l'eau et de 100 à 215 pour notre mélange eau20-glycérol80. Ceci confirme bien nos conclusions ci-dessus. Le nombre de Reynolds est assez grand devant 1 pour considérer l'écoulement parfait alors que pour le mélange eau20-glycérol80 ce n'est pas le cas.

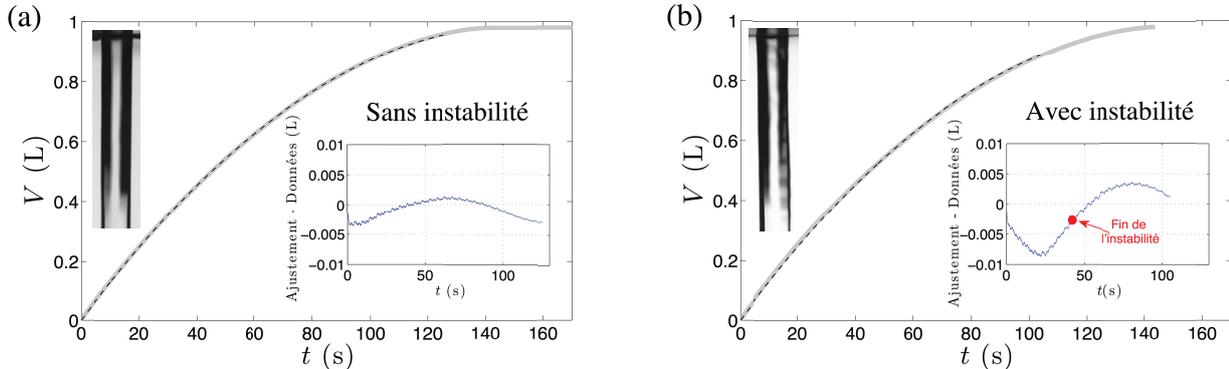


FIGURE 2.2 – **Ajustements sur le volume écoulé au cours du temps. En insert, l'écart entre l'ajustement et les données.** Les deux exemples sont pour l'eau. (a) [$r = 2$ mm ; $L = 2$ mm ; $h_0 = 10$ cm ; Téflon]. Aucune instabilité n'est visible sur le film et l'écart entre l'ajustement et les données est faible. (b) [$r = 2$ mm ; $L = 2$ mm ; $h_0 = 10$ cm ; Plexiglas] Une instabilité est visible sur le film au début de l'écoulement et l'écart entre l'ajustement et les données est plus important. L'ajustement sous-estime les données lors de l'instabilité et les sur-estime lors du jet stable. L'instabilité a une amplitude assez faible ici par rapport à la FIGURE 1.2 (b).

Ainsi notre modèle ne pourra pas prévoir ce qui se passe au niveau du trou, même pour l'eau. Cependant, comme la courbe semble avoir la bonne allure nous pouvons essayer d'ajuster un modèle de la forme $\alpha t^2 + \beta t$. L'ajustement ne s'effectue que sur une partie de la courbe. En effet, à la fin, on remarque que le jet s'amincit avant de s'arrêter, ce que le modèle ne prévoit pas. Nous ne nous intéresserons pas à la fin de l'écoulement dans toute notre étude. De plus, nous avons pu voir dans le paragraphe 1.2.2 que le jet pouvait être instable. La FIGURE 2.2 montre les ajustements que l'on peut faire sur des acquisitions, avec de l'eau, dans 2 conditions expérimentales différentes [$r = 2$ mm ; $L = 2$ mm ; $h_0 = 10$ cm ; Téflon ; Sans instabilité] et [$r = 2$ mm ; $L = 2$ mm ; $h_0 = 10$ cm ; Plexiglas ; Avec instabilité] . À première vue, on pourrait croire que les ajustements sont bons dans les deux cas. Cependant lorsque l'on regarde de plus près on remarque que lorsqu'une instabilité se développe l'ajustement ne passe pas bien au centre des barres d'erreur (mais reste dans les barres d'erreur). On peut alors tracer la différence entre les données expérimentales et l'ajustement en insert sur les FIGURE 2.2. On remarque que la différence est bien plus marquée lorsqu'il y a une instabilité et que l'ajustement sous-estime le volume écoulé au début, lors de l'instabilité, et sur-estime le volume écoulé par la suite, lorsque le jet ne présente plus d'instabilité. Cette observation nous incite à considérer qu'il y a deux régimes distincts : le régime où le jet est instable et le régime où le jet est stable.

De plus, comme on pouvait le prédire avec la FIGURE 2.1, si nous pouvons ajuster une courbe sur nos données, nous remarquons cependant que les paramètres α et β de notre ajustement ne correspondent pas à la théorie avec des écarts assez importants. Regardons alors les paramètres :

$$\alpha = -\frac{\pi^2 g}{2a^2} r^4 \quad \beta = \sqrt{2g\pi} r^2 h_0^{1/2} \quad (2.12)$$

On peut voir que seulement deux paramètres physiques peuvent être effectifs : le rayon du trou perçu le fluide et la hauteur d'eau initiale ressentie le fluide. En effet, la taille de la cuve a pourrait être un paramètre variable mais cela n'a pas réellement de signification physique car cela reviendrait à faire varier la surface de la surface libre du liquide. Ainsi on peut trouver grâce au coefficient α un rayon effectif (perçu par le fluide), r_{eff} , et déduire du coefficient β une hauteur d'eau initiale effective (ressenti par le fluide), $h_{0\text{eff}}$.

2.3 Détermination de r_{eff} et de $h_{0\text{eff}}$ à partir du débit

Comme on a pu le voir, le traitement des données brutes du volume écoulé au cours du temps ne permet pas de différencier les deux régimes, jet stable et jet instable, lorsqu'ils sont présents lors d'un même écoulement. Une idée est alors d'étudier le débit volumique et de le comparer à l'équation (2.11). Le fait de trouver une droite permet de valider le modèle avec plus de facilité.

Cependant pour calculer le débit volumique Q_V il faut dériver des données expérimentales. Pour éviter d'avoir du bruit numérique dû à l'échantillonnage nous devons lisser nos données. Pour cela, la fonction *smooth* de Matlab a été utilisée. Le nombre de points sur lesquels est effectué le lissage dépend des données et de la durée de l'acquisition (car le temps d'échantillonnage est le même pour toutes les mesures). Il faut que le temps de lissage soit grand devant les fluctuations rapides dues à la mesure et petit devant les temps caractéristiques des phénomènes que l'on veut étudier pour éviter de les gommer. Ainsi pour chaque taille de trou et pour chaque fluide, des tests de lissage ont été effectués afin de trouver le paramètre de lissage optimal. Si on lisse puis qu'on dérive les courbes de la FIGURE 2.2 on obtient les courbes de la FIGURE 2.3 où les premiers et les derniers points ont été retirés car le lissage ne peut s'effectuer sur ceux-ci. On remarque que sur la FIGURE 2.3 (a), où aucune instabilité n'est observée et où l'ajustement sur le volume écoulé fonctionnait bien, le débit est une fonction affine du temps. L'ajustement ne convient pas sur la fin de l'écoulement car le jet s'amincit puis l'écoulement s'arrête. En revanche sur la FIGURE 2.3 (b) les deux régimes (jet instable et jet stable) apparaissent et on observe une rupture de pente entre les deux. La pente plus importante du régime instable signifie que le rayon effectif du jet instable est plus grand que le rayon effectif du jet stable.

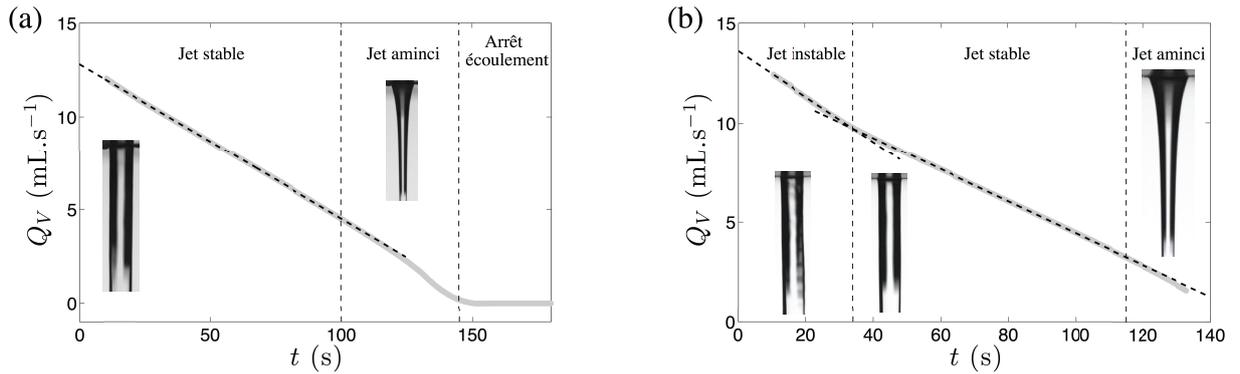


FIGURE 2.3 – Détermination des différents régimes avec le débit volumique Q_V . (a) [$r = 2\text{mm}$; $L = 2\text{ mm}$; $h_0 = 10\text{ cm}$; Téflon]. Aucune instabilité n'est visible sur le film et le débit est linéaire avec le temps sauf à la fin où le jet s'amincit. (b) [$r = 2\text{mm}$; $L = 2\text{ mm}$; $h_0 = 10\text{ cm}$; Plexiglas]. Une instabilité est visible sur le film au début et on observe bien les deux régimes avec la rupture de pente.

On peut alors remonter, comme expliqué dans le paragraphe précédent, à un rayon effectif r_{eff} et une hauteur initiale effective $h_{0\text{eff}}$, ceci pour chaque régime. Ainsi pour le Téflon on obtient

$$r_{\text{eff}} = 1,72\text{ mm} \quad , \quad h_{0\text{eff}} = 9,85\text{ cm} \quad . \quad (2.13)$$

Pour le Plexiglas on obtient alors deux couples de paramètres effectifs, un pour la partie de l'écoulement où le jet est stable et un où le jet est instable :

$$r_{\text{eff}}^{\text{inst}} = 1,85\text{ mm} \quad , \quad h_{0\text{eff}}^{\text{inst}} = 8,12\text{ cm} \quad , \quad r_{\text{eff}} = 1,69\text{ mm} \quad , \quad h_{0\text{eff}} = 9,69\text{ cm} \quad . \quad (2.14)$$

Ces résultats appellent plusieurs observations :

- les rayons et les hauteurs initiales effectifs sont toujours plus petits que le rayon et la hauteur initiale réels ;
- lorsqu'il y a une instabilité, le rayon effectif est plus grand mais la hauteur initiale effective plus petite ;

- le développement de l'instabilité et les paramètres effectifs r_{eff} et $h_{0\text{eff}}$ ont l'air de dépendre du mouillage du fluide sur la plaque (voir 2.5) ;
- les rayons effectifs que l'on estime sont quasiment égaux au rayon du jet que l'on peut mesurer grâce à la visualisation par la caméra.

Nous allons maintenant essayer de confirmer ces dires et de montrer quelles sont les réelles dépendances des paramètres sur r_{eff} et $h_{0\text{eff}}$.

2.4 Dépendance des paramètres sur r_{eff} et $h_{0\text{eff}}$

Lors de nos expériences nous avons fait varier les paramètres suivants : le rayon du trou r , la hauteur initiale du fluide h_0 , le mouillage du fluide sur la plaque θ_S , la viscosité dynamique du fluide η et la longueur du trou L en changeant l'épaisseur de la plaque. Regardons comment les dépendances de r_{eff} et $h_{0\text{eff}}$ avec ces paramètres.

2.4.1 Influence du rayon du trou

Nous avons réalisé des séries d'expériences et estimé r_{eff} et $h_{0\text{eff}}$ pour des rayons de trou différents. Des plaques de différents matériaux (Plexiglas, PVC et Téflon) ont été percées par des trous de 0,5, 1, 1,5 et 2 mm de rayon. Les rayons et les hauteurs effectifs sont estimés à partir de la méthode décrite plus haut et tous les résultats pour les plaques de Téflon sont reportés sur la FIGURE 2.4. Plusieurs expériences avec des h_0 différents allant de 5 à 10 cm ont été réalisées.

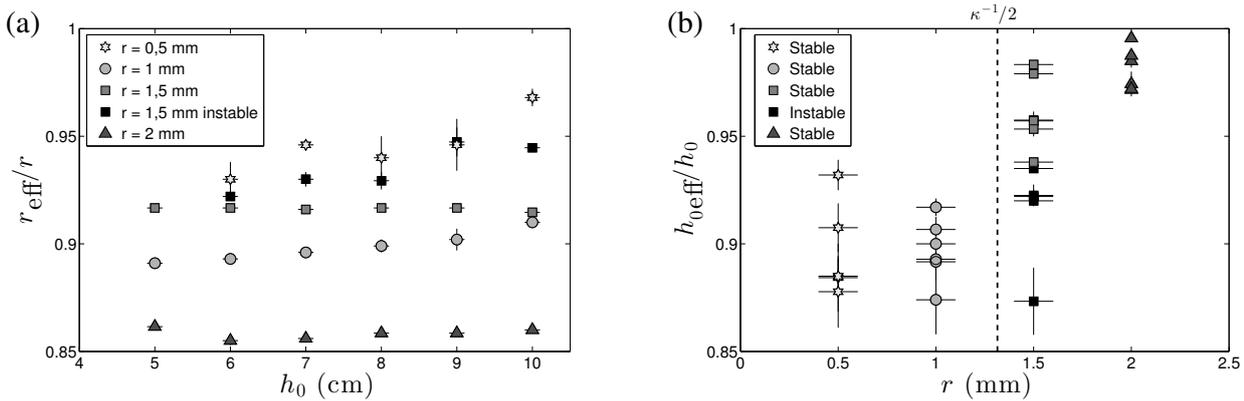


FIGURE 2.4 – **Rayons effectifs et hauteurs initiales effectives normalisés pour de l'eau sur une plaque de Téflon.** (a) Rayons effectifs normalisés r_{eff}/r en fonction de la hauteur initiale d'eau h_0 pour 4 rayons de trou différents [$r = 0,5$ à 2 mm]. [Symboles blancs ou grisés = jet stable ; symboles noirs = jet instable]. (b) Hauteurs effectives normalisées $h_{0\text{eff}}/h_0$ en fonction du rayon du trou. [Mêmes symboles que (a)] ; les différents symboles pour un même r correspondent à des h_0 différents. La demi-longueur capillaire a été tracée par une droite verticale en tirets.

Seuls les résultats pour des plaques de Téflon ont été reportés, pour plus de lisibilité, mais les tendances suivantes sont les mêmes pour tous les matériaux :

- r_{eff}/r du jet stable ne dépend pas de h_0 pour des trous de 1,5 et 2 mm de rayon alors que pour des trous de 0,5 et 1 mm, r_{eff}/r augmente avec h_0 . De même, $h_{0\text{eff}}/h_0$ est plus grand pour les trous de 1,5 et 2 mm que pour les trous de 0,5 et 1 mm. Ceci s'explique par le fait que la longueur capillaire κ^{-1} vaut 2,63 mm et qu'il faut la comparer à la seule longueur caractéristique pertinente qui est le diamètre du trou $2r$. Ainsi si on parle en terme de rayon, la demi-longueur capillaire vaut 1,32 mm et permet ainsi de dire que les effets décrits ci-dessus pour les trous de 0,5 et 1 mm de rayon sont dus aux effets capillaires qui deviennent importants et font que le fluide au niveau du trou semble avoir moins de fluide au-dessus de lui. Cependant, il n'y a pas de tendance général du ratio $h_{0\text{eff}}/h_0$ lorsque h_0 varie.

- Lorsqu'une instabilité est présente, r_{eff}/r est plus important, pour un trou donné, que pour le jet stable, comme on peut le voir avec le trou de 1,5 mm de rayon. En revanche $h_{0\text{eff}}/h_0$ est plus faible pour le jet instable que pour le jet stable. L'instabilité a un rayon effectif plus grand que le jet stable, ce que l'on peut confirmer grâce aux images prises par la caméra. L'amplitude des instabilités peut devenir plus grande que la taille du trou et on voit que si l'on effectue la moyenne de l'amplitude de l'onde que l'on observe, on obtient un rayon équivalent à celui que l'on estime.
- On remarque également que pour r_{eff}/r les trous ne sont pas classés. Le trou de 0,5 mm de rayon a le ratio le plus grand suivi du trou de 1,5 mm de rayon puis du trou de 1 mm de rayon et enfin celui de 2 mm de rayon. Ceci peut être dû à une compétition entre les effets inertiels et capillaires (car les rayons de 1 et 1,5 mm sont inversés mais ils sont proches de la longueur capillaire), mais ceci n'est pas encore très bien compris. En effet, pour les plaques de PVC, le trou de 1,5 mm de rayon se retrouve avec un ratio inférieur au trou de 2 mm de rayon. Des mesures sont encore nécessaires.

2.4.2 Influence de la viscosité

Un des paramètres physiques dont la vitesse de l'écoulement doit dépendre est la viscosité du fluide. On se convainc assez aisément qu'un fluide plus visqueux aura tendance à couler plus lentement à cause de la dissipation visqueuse plus importante dans le fluide et sur les parois. On pourrait également penser que le modèle du fluide parfait et la méthode de détermination des paramètres r_{eff} et $h_{0\text{eff}}$ ne pourront plus s'appliquer. Cependant on remarque que lorsqu'on effectue l'expérience avec le mélange eau20-glycérol80 caractérisé dans le chapitre 1 sur des plaques de PVC on obtient des courbes de la même forme que celle de l'eau sauf lorsque le jet s'amincit plus rapidement. On peut alors estimer les paramètres r_{eff} et $h_{0\text{eff}}$ pour des trous de 2, 1,5 et 1 mm de rayon (le rayon de 0,5 étant trop petit pour qu'un jet se développe¹). Afin de comparer plus facilement avec d'autres fluides comme l'eau et pour prendre en compte un maximum de données, nous avons effectué la moyenne des paramètres r_{eff} et $h_{0\text{eff}}$ pour toutes les hauteurs initiales effectuées. L'erreur standard est aussi calculée afin de nous donner une barre d'erreur. Il faut cependant être conscient que pour les petits rayons de trous nous avons une décroissance des ratios avec la hauteur initiale mais les barres d'erreurs permettent d'en rendre compte. L'avantage de cette méthode est de ne pas privilégier une hauteur initiale donnée et permet de gommer d'éventuelles erreurs de mesure ou de manipulation. Les résultats sont présentés sur la FIGURE 2.5. Comme on pouvait le prédire, le ratio r_{eff}/r est plus faible pour un mélange visqueux et cela quelle que soit la taille du trou. En revanche, le ratio $h_{0\text{eff}}/h_0$ n'est pas si différent pour un trou de rayon 2 mm, par contre il décroît fortement pour des plus petits rayons car les effets de tension de surface au niveau du trou et de la viscosité dans le fluide doivent être plus importants. Cela a pour conséquence que le fluide au niveau du trou ressent moins de fluide au-dessus de lui.

2.4.3 Influence du mouillage

Un des paramètres physiques dont la vitesse de l'écoulement dépend étonnamment est le mouillage du fluide sur la surface que l'on caractérise par l'angle de mouillage statique θ_S défini et mesuré précédemment. Les données sont traitées comme expliqué au paragraphe précédent et les résultats sont présentés sur la FIGURE 2.5 pour trois angles de contact différents. On peut alors remarquer qu'une certaine tendance se dégage. Le ratio r_{eff}/r augmente avec l'angle de contact. Ceci peut s'expliquer par le fait que plus la plaque est hydrophobe (θ_S grand) moins elle interagit avec le fluide et il est moins confiné au centre donc possède un rayon plus grand. En revanche, le ratio $h_{0\text{eff}}/h_0$ n'a pas l'air de dépendre du mouillage du fluide sur la plaque.

1. On a un régime de goutte à goutte.

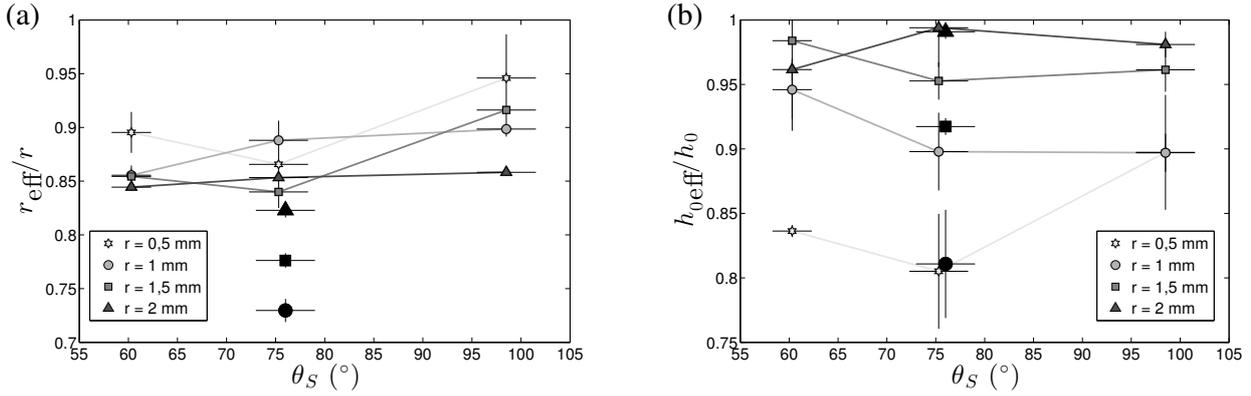


FIGURE 2.5 – **Dépendance de la viscosité et du mouillage sur r_{eff}/r et $h_{0\text{eff}}/h_0$.** (a) Rayon effectif normalisé r_{eff}/r en fonction de l'angle de mouillage statique θ_S . (b) Hauteur initiale effective normalisée $h_{0\text{eff}}/h_0$ en fonction de l'angle de mouillage statique θ_S . [Symboles grisés = eau ; Symboles noirs = mélange eau20-glycérol80].

2.4.4 Dépendance de la longueur du trou

Un autre paramètre physique que nous avons voulu faire varier est l'épaisseur de la plaque percée. Cela revient à faire varier la longueur du trou L . Des expériences ont été réalisées avec de l'eau sur des plaques de PVC de 2 et 4 mm d'épaisseur. On peut ainsi voir l'influence d'un doublement de la longueur du trou. Les résultats sont présentés sur la FIGURE 2.6. Les symboles en gris clairs représentent l'expérience avec la plaque de 2 mm alors que les symboles en gris foncé celle avec la plaque de 4 mm. Des flèches courbées ont été représentées pour montrer quelle est la tendance lorsque l'on double la longueur du trou. Le ratio r_{eff}/r évolue d'une manière assez étrange et inexplicable. Il n'a pas l'air de dépendre (ou très peu) de l'épaisseur de la plaque pour un trou de 4 mm. En revanche il augmente avec L pour un trou de rayon 1,5 mm et il diminue avec L pour un trou de 1 mm de rayon comme on peut le voir avec les flèches. Pour le ratio $h_{0\text{eff}}/h_0$ aucune tendance ne se dégage. Nous avons l'impression que le doublement de l'épaisseur de la plaque n'a pas d'influence sur la perte de charge quelque soit le rayon du trou.

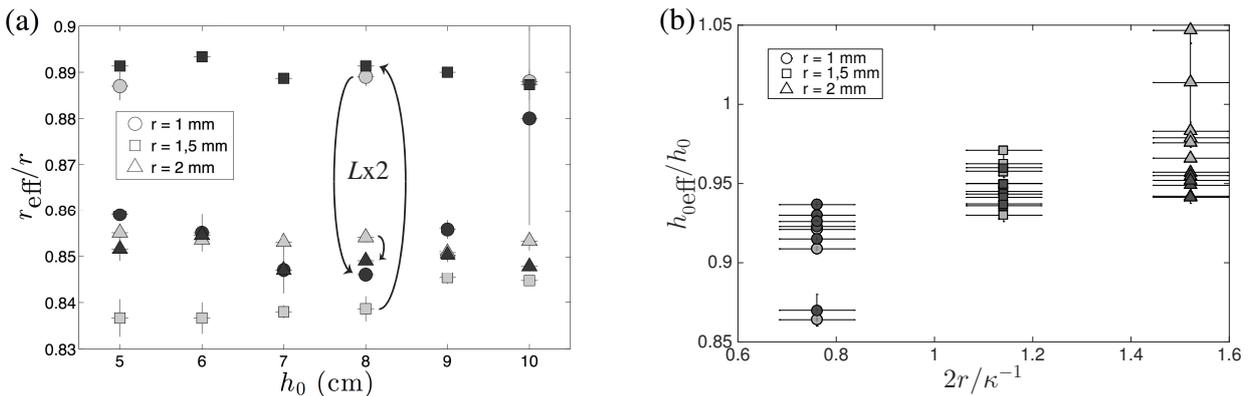


FIGURE 2.6 – **Dépendance de la longueur du trou sur r_{eff} et $h_{0\text{eff}}$. Expériences sur plaque de PVC.** (a) Rayons effectifs normalisés r_{eff}/r en fonction de la hauteur initiale d'eau h_0 pour trois rayons r de trou différents. (b) Hauteurs effectives normalisées $h_{0\text{eff}}/h_0$ en fonction du rayon du trou. Les symboles pour une même taille de trou correspondent à des hauteurs initiales d'eau différentes. [Symboles gris clair, $L = 2$ mm ; Symboles gros foncé, $L = 4$ mm]. Les flèches permettent de visualiser la variation des ratios lorsqu'on double l'épaisseur de la plaque.

2.5 Dépendance des paramètres sur le développement de l'instabilité

On a pu voir qu'une instabilité pouvait se développer au début de l'écoulement. Cette instabilité ressemble à une instabilité de Rayleigh-Bénard sur un tube de fluide. Son amplitude varie en fonction de θ_S , de r , de L et de h_0 . Nous n'avons pas encore étudié en détail cette instabilité mais il est alors possible de tracer un diagramme des régimes en indiquant en fonction de θ_S , de r , de L et de h_0 quand une instabilité est présente. Ces diagrammes sont présentés sur la FIGURE 2.7. Les FIGURES (a) (b) et (c) correspondent respectivement aux plaques de Plexiglas, PVC et Téflon avec des angles de contact statiques croissants. On peut faire plusieurs remarques sur ces diagrammes :

- une plaque plus épaisse favorise l'apparition des instabilités comme on peut le voir sur la FIGURE 2.7 (b) où les triangles grisés sont omniprésents pour tous les trous sauf pour le plus petit où la tension de surface empêche le développement de l'instabilité. L'instabilité est favorisée par le fait que, comme mentionné au paragraphe précédent, l'interaction avec la plaque, qui *a priori* a une influence sur le développement d'instabilités, est plus importante car le trou est plus long. On peut également visualiser que l'amplitude de l'instabilité est plus grande et une étude préliminaire de l'onde montre que plusieurs fréquences sont présentes. Ceci laisse à penser qu'on est dans le domaine non-linéaire ;
- la dépendance avec le mouillage du fluide sur la plaque est beaucoup plus difficile à déterminer. En effet pour le Plexiglas (matériau le plus hydrophile utilisé) les instabilités se développent plus facilement pour des rayons de trous de 2 et 1 mm alors que pour le Téflon (matériau le plus hydrophobe utilisé) les instabilités se développent uniquement pour un rayon de 1,5 mm. Pour le PVC, avec un θ_S intermédiaire, la situation est intermédiaire. Les instabilités se développent plus facilement avec un trou de rayon 1,5 mm. Nous n'avons pas encore d'interprétation de ce phénomène mais nous pouvons remarquer une ressemblance avec une situation de transition de phase ferromagnétique-paramagnétique avec deux valeurs "stables" pour l'instabilité (potentiel à double puits) qui se transforme en une valeur stable intermédiaire "stable" (potentiel à un seul puits). Le paramètre d'ordre devrait dépendre de plusieurs paramètres physiques.

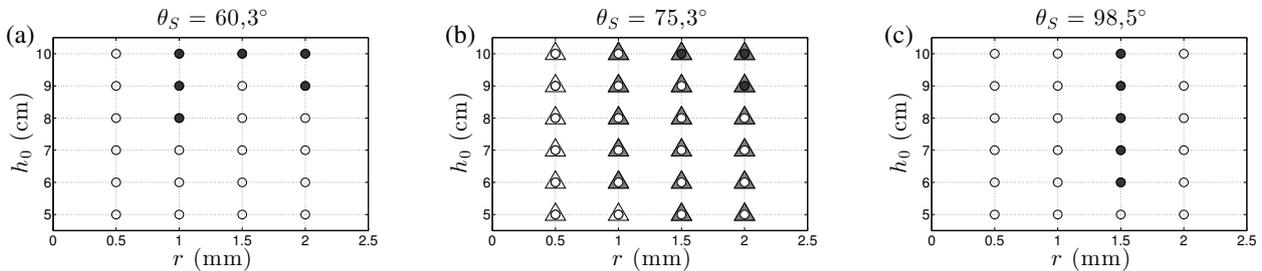


FIGURE 2.7 – Diagramme des régimes d'instabilités pour différents angles de mouillage statique θ_S . (a) Plexiglas [$\theta_S = 75,3^\circ$]. (b) PVC [$\theta_S = 60,3^\circ$]. (c) Téflon [$\theta_S = 98,5^\circ$]. [(\circ , $L = 2$ mm); (\triangle , $L = 4$ mm, jet stable)]; [Symboles blancs = jet stable; Symboles grisés = jet instable].

Toutes ces conclusions restent à confirmer, notamment en effectuant des expériences avec des r intermédiaires et des θ_S plus petits, en étudiant plus en détail ces différentes instabilités qui se développent.

Conclusions et perspectives

Notre projet initial était de s'intéresser aux fluides complexes et à leurs écoulements. Cependant, la construction de l'expérience et l'étude faite sur les fluides newtoniens a occupé la totalité du temps du stage. Néanmoins, des mesures préliminaires ont été effectuées avec la solution de PEO caractérisée au chapitre 1 ($2.000.000 \text{ g.mol}^{-1}$ et $40C^*$). Les résultats sont présentés sur la FIGURE 2.8 où on a tracé les débits au cours du temps, en rapportant pour comparaison les résultats sur l'eau (FIGURE 2.3). Les expériences ont été effectuées sur des plaques de PVC pour des trous de rayon 1 et 2 mm. On remarque

que la solution de PEO coule plus vite pour le trou avec $r = 2$ mm mais plus lentement pour le trou avec $r = 1$ mm. Tout ceci ne peut s'expliquer uniquement avec la viscosité car la solution de PEO est plus visqueuse que l'eau quel que soit le taux de cisaillement et, de plus, le taux de cisaillement est plus important pour le trou avec $r = 1$ mm que pour celui où $r = 2$ mm. Ceci nous amène à penser que le comportement élastique du fluide joue un rôle mais nous ne savons pas encore comment.

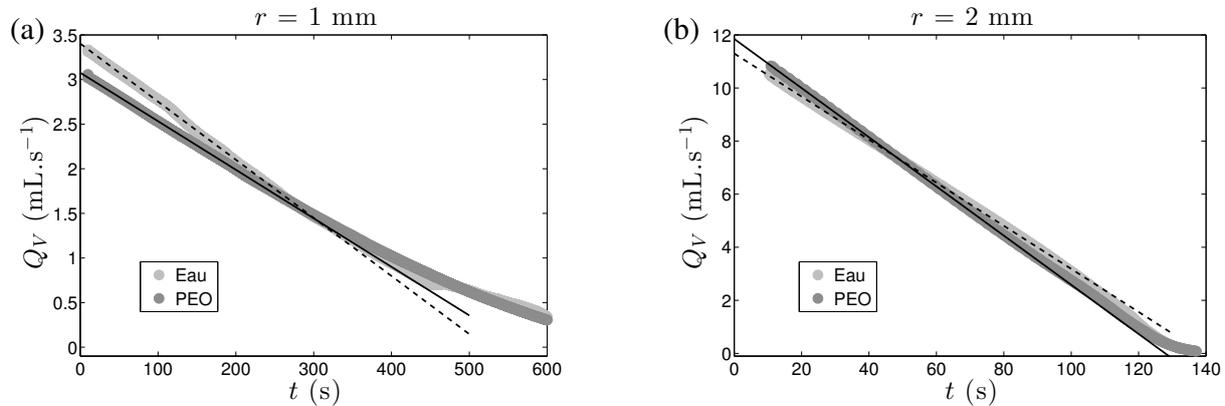


FIGURE 2.8 – **Comparaison du débit entre de l'eau et une solution de PEO à $2.000.000 \text{ g.mol}^{-1}$ à $40C^*$ sur une plaque de PVC.** (a) [$r = 1 \text{ mm}$; $h_0 = 10 \text{ cm}$; $L = 2 \text{ mm}$]. (b) [$r = 2 \text{ mm}$; $h_0 = 8 \text{ cm}$; $L = 2 \text{ mm}$]. [Points gris clairs = eau, points gris foncés = solution de PEO]; [Droites en tirets = pente pour l'eau, droite pleine = pente pour la solution de PEO].

En conclusion, lors de ce stage nous avons mis en place une expérience d'écoulement de fluides à travers un orifice. Nous avons fait varier un maximum de paramètres physiques : viscosité dynamique du fluide η , le rayon du trou r , la longueur du trou L , la hauteur initiale de fluide h_0 , la tension de surface γ et le mouillage du fluide sur la surface où le trou est percé θ_S . Nous avons pu voir que l'écoulement, même avec un fluide simple, ne suit pas le modèle du fluide parfait. Si l'évolution temporelle de la masse écoulee suit bien une loi de la forme $\alpha t^2 + \beta t$ prédite par ce modèle, les valeurs des paramètres α et β qui sont obtenues par l'ajustement des données expérimentales à cette loi ne correspondent pas à celles calculées par le modèle du fluide parfait. Ces valeurs de α et de β conduisent à des valeurs effectives des rayons des orifices et de la hauteur initiale de fluide qui sont inférieures aux conditions expérimentales. Nous avons également remarqué qu'une instabilité pouvait se développer dans certains cas au début de l'écoulement. Nous avons pu établir quelques tendances concernant les grandeurs r_{eff} et $h_{0\text{eff}}$ en fonction des paramètres de notre expérience et nous avons réussi à tracer un diagramme des régimes (jet stable/jet instable) en fonction de ces paramètres. De manière très surprenante, nous observons que le mouillage du fluide sur la surface où le trou est percé joue un rôle important dans l'écoulement.

Cependant certaines observations restent encore incomprises et il sera nécessaire de renouveler les expériences en modifiant certains paramètres physiques. Pour l'avenir, et notamment pour la thèse commençant en septembre 2014, il est prévu de :

- faire varier γ (et aussi θ_S) en utilisant des mélanges eau-éthanol ;
- étudier un peu plus en détail les instabilités en cherchant un nombre sans dimension contrôlant leur apparition et en étudiant les films pour caractériser leur(s) fréquence(s) et leur(s) longueur(s) d'onde et trouver une éventuelle relation de dispersion ;
- utiliser d'autres fluides complexes possédant une physique différente, comme des solutions de Carbopol (fluides à seuil) ou des solutions de micelles géantes comme des solutions à base de CTAB (fluides viscoélastiques) ;
- placer un couvercle hermétique au-dessus de la cuve pour pouvoir augmenter et contrôler la pression dans le réservoir et ainsi le débit à la sortie du trou ;
- installer un thermostat pour contrôler la température et contrôler ainsi η , τ , G ...
- mettre en fonctionnement la visualisation de la surface libre et l'étudier lors de nos écoulements.

Bibliographie

- [1] P. Oswald. *Rhéophysique, Ou comment coule la matière*. Éditions Belin, 2005.
- [2] C. W. Macosko. *Rheology - Principle, measurements and applications*. WILEY-VCH, 1993.
- [3] D. Funfschilling. *Dynamique de bulles dans des fluides rhéologiquement complexes*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1999.
- [4] L.B. Smolka and A. Belmonte. Drop pinch-off and filament dynamics of wormlike micellar fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 115 :1 – 25, 2003.
- [5] M. Le Merrer and D. Quéré and C. Clanet. Buckling of Viscous Filaments of a Fluid under Compression Stresses. *Physical Review Letters*, 109 :064502, 2012.
- [6] J. Nase, A. Lindner, and C. Creton. Pattern formation during deformation of a confined viscoelastic layer : From a viscous liquid to a soft elastic solid. *Physical Review Letters*, 101 :074503, 2008.
- [7] C. Clanet. Clepsydrae, from Galilei to Torricelli. *Physics of Fluids*, 12(11) :2743–2751, 2000.
- [8] E. Alenius. Mode switching in a thick orifice jet, an LES and dynamic mode decomposition approach. *Computers & Fluids*, 90(0) :101 – 112, 2014.
- [9] G. F. Davidson. Experiments on the Flow of Viscous Fluids Through Orifices. *The Royal Society*, 89(608) :91–99, 1913.
- [10] J. Holen, RC. Waag, R Gramiak, MR. Violante, and SA. Roe. Doppler ultrasound in orifice flow. In vitro studies of the relationship between pressure difference and fluid velocity. *Ultrasound Medicine Biology*, 11(2) :261–6, 1985.
- [11] P. Sharma and T. Fang. Breakup of liquid jets from non-circular orifices. *Experiments in Fluids*, 55(2), 2014.
- [12] T. Toplak, H. Tabuteau, J. R. de Bruyn, and P. Coussot. Gravity draining of a yield-stress fluid through an orifice. *Chemical Engineering Science*, 62(23) :6908 – 6913, 2007.
- [13] A. Ushida, T. Hasegawa, and T. Narumi. Anomalous phenomena in several types of liquid flows through small orifices in a range of low Reynolds numbers. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 52(0) :191 – 196, 2014.
- [14] M. Kawaguchi, S. Komatsu, M. Matsuzumi, and A. Takahashi. Concentration dependence of surface pressure of polyether monolayers at the air-water interface. *Journal of Colloid and Interface Science*, 102(2), 1984.
- [15] B. H. Cao and M. W. Kim. Molecular weight dependence of the surface tension of aqueous poly(ethylene oxyde) solutions. *Faraday Discuss*, 98 :245 – 252, 1994.
- [16] B. H. Cao and M. W. Kim. Absorption layer effects on surface waves at the Polyetheleneoxyde (PEO) Solution/Air interface. *Europhysics Letters*, 29(7) :555 – 560, 1995.
- [17] M. W. Kim and B. H. Cao. Additional reduction of surface tension of aqueous Polyethelene oxyde (PEO) Solution at high polymer concentration. *Europhysics Letters*, 24(3) :229 – 234, 1993.
- [18] R. L. Shuler and W. A. Zisman. A study of the behavior of polyoxyethylene at the air-water interface by wave damping and other methods. *The Journal of Physical Chemistry*, 74(7), 1970.

- [19] D. J Kuzmenka and S. Granick. On the collapse of poly(ethylene oxide) monolayers. Subphase of aqueous electrolyte. *Polymer communications*, 29(3) :64 – 66, 1988.
- [20] D. J Kuzmenka and S. Granick. The collapse of poly(ethylene oxide) monolayers. *Macromolecules*, 29 :779 – 782, 1988.
- [21] V. Gauri and K. W. Koelling. Extensional rheology of concentrated poly(ethylene oxide) solutions. *Rheologica Acta*, 36(5) :555–567, 1997.
- [22] B. Briscoe, P. Luckham, and S. Zhu. Rheological properties of poly(ethylene oxide) aqueous solutions. *Journal of Applied Polymer Science*, 70(3) :419–429, 1998.
- [23] K. W. Ebagninin, A. Benchabane, and K. Bekkour. Rheological characterization of poly(ethylene oxide) solutions of different molecular weights. *Journal of Colloid and Interface Science*, 336(1) :360 – 367, 2009.
- [24] F.E. Bailey and J.V. Koleske. *Poly(ethylene oxide)*. Academic Press, 1976.
- [25] W. M. Haynes. *CRC Handbook of Chemistry and Physics - 93e Édition*. CRC Press/Taylor and Francis, 2012.
- [26] E. Guyon, J-P. Hulin, and L. Petit. *Ce que disent les fluides*. Belin Pour la science, 2011.
- [27] P. G. De Gennes and F. Brochard-Wyart and D. Quéré. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Belin, 2002.
- [28] R. Ouziaux and J. Perrier. *Mécanique des fluides appliquée - Tome 1 - Fluides incompressibles*. Dunod Paris, 1966.
- [29] E. Guyon and J.P. Hulin and L. Petit. *Hydrodynamique physique*. Editions du CNRS, 1991.
- [30] S. Whitaker. *Introduction to Fluid Mechanics*. Robert E. Krieger Publishing Company, 1984 (Original 1968).
- [31] A. Andersen, T. Bohr, B. Stenum, J. J. Rasmussen, and B. Lautrup. The bathtub vortex in a rotating container. *Journal of Fluid Mechanics*, 556 :121–146, 2006.
- [32] S. Chaieb. Free Surface Deformation and Cusp Formation During the Drainage of a Very Viscous Fluid. *ArXiv Physics e-prints*, 2004.
- [33] S. Courrech du Pont and J. Eggers. Sink Flow Deforms the Interface Between a Viscous Liquid and Air into a Tip Singularity. *Physical Review Letters*, 96(3)(034501), 2006.
- [34] D. Zhou and J. J. Feng. Selective withdrawal of polymer solutions : computations. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 165 :839–851, 2010.
- [35] P. G. de Gennes. *Scaling Concepts in Polymer Physics*. Cornell University Press, 1979.
- [36] B. Song and J. Springer. Determination of Interfacial Tension from the Profile of a Pendant Drop Using Computer-Aided Image Processing - 1. Theoretical. *Journal of Colloid and Interface Science*, 184(0597) :64 – 76, 1996.
- [37] B. Song and J. Springer. Determination of Interfacial Tension from the Profile of a Pendant Drop Using Computer-Aided Image Processing - 2. Experimental. *Journal of Colloid and Interface Science*, 184(0597) :64 – 76, 1996.

Annexes

A Dispositif expérimental permettant la visualisation de la surface libre

Une caractéristique de l'écoulement que l'on peut également regarder est la déformation de la surface libre. En effet, avec des fluides newtoniens peu visqueux on peut facilement se convaincre que la surface libre du liquide ne va se déformer que lorsqu'il y aura peu de liquide (1 à 2 cm). Cependant avec des fluides assez visqueux ou complexes comme des fluides viscoélastiques ou à seuil, la déformation de la surface libre est possible surtout si le caractère élastique du fluide est important. De plus la visualisation de cette déformation de la surface libre et son étude pourrait permettre de remonter aux propriétés viscoélastiques du fluide.

Pour visualiser cette surface libre nous pouvons, comme pour le jet, visualiser sur le côté par ombroscopie comme cela est fait dans [31–34] où l'on remarque que l'on peut aisément visualiser le profil de la déformation. Des techniques similaires avec une nappe laser sont aussi envisageables mais cela n'apporte rien de plus pour notre système. Trois principaux problèmes se posent avec cette méthode :

- comme on regarde la vidange de la cuve, la hauteur d'eau change au cours du temps et il faut un trop grand champ de vision pour visualiser la surface libre convenablement sur toute la hauteur de la cuve ;
- cette visualisation nous donne uniquement le profil de la déformation, c'est à dire une projection dans un plan donné, le plan de focalisation. Cependant il est intéressant d'avoir une visualisation en 3 dimensions ou une topographie de la déformation afin de détecter une éventuelle dissymétrie ;
- la conception de notre système ne nous permet pas d'avoir une visualisation sur le côté juste au-dessus de l'orifice (environ 4 cm ne sont pas visibles à cause du support en Dural). En effet le parti pris était d'avoir une visualisation juste à la sortie de l'orifice et avoir la visualisation du dessus et du dessous du trou n'est pas possible si l'on veut un système assez solide et résistant.

Ainsi, au vu de tous ces problèmes, nous avons développé une autre technique de visualisation de la surface libre. L'idée est d'éclairer la surface libre par un faisceau lumineux parallèle et de filmer la surface libre perpendiculairement. Ainsi si la surface n'est pas plane le rayon réfléchi sera dévié. Plus la surface sera déformée, plus les rayons seront déviés et moins la caméra recevra de lumière. Le niveau de gris en un point donné devrait ainsi nous permettre de remonter à l'angle de la surface et ainsi remonter à la topographie de la surface libre.

Le dispositif expérimental choisi pour réaliser cette mesure est illustré en FIGURE 1.1 (b). Un faisceau de lumière parallèle éclaire une vitre placée à 45° qui renvoie une partie de la lumière sur la surface libre du liquide dans la cuve. Cette vitre permet également la visualisation au travers, permettant de placer la caméra au-dessus pour filmer la surface libre. Les rayons réfléchis par la plaque se réfléchissent à leur tour sur la surface libre et traversent la plaque de verre pour être captés par la caméra. Nous avons choisi une plaque en verre pour son fort taux de transmission (environ 90% pour la lumière visible). En effet la lumière réfléchie par la surface libre (même plate) ne sera qu'une faible fraction de la lumière incidente, ainsi un fort taux de transmission permet de filmer aisément la surface libre et de capter un maximum de lumière. Si le verre a un fort taux de transmission dans le visible, il a également un faible taux de réflexion. Ainsi il faut un faisceau de lumière parallèle, homogène et surtout puissant sur une grande surface. Pour cela nous avons adopté un éclairage par quatre LED de puissance (LUMILEDS

- REBEL-STAR-ES-NW200) qui sont disposées sur un dissipateur d'énergie. Ces LED sont également équipées d'une lentille permettant d'avoir un faisceau assez directif (30° de dispersion environ). Le dissipateur est accroché à la structure comme la caméra, à 90° l'un de l'autre. Ainsi la vitre doit être placée à 45° . Cependant afin de pouvoir compenser des défauts d'horizontalité ou de verticalité, il est important de pouvoir incliner la vitre de l'angle que l'on désire. La vitre est ainsi sur un axe de rotation libre que l'on peut bloquer lorsque l'on a le bon angle. Cela permet de faire un réglage supplémentaire pour avoir une meilleure image. La FIGURE 9 illustre des exemples d'images obtenues avec un éclairage créé par une lampe QI. Nous dispositif de LED de puissance ne permet pas encore une visualisation correcte.

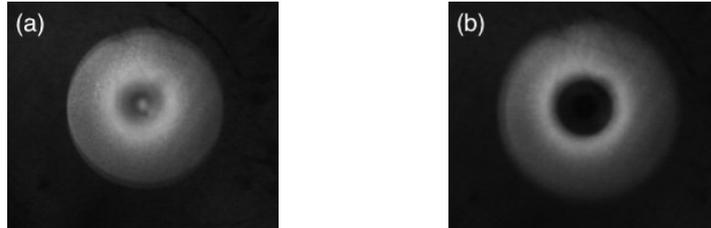


FIGURE 9 – **Visualisation de la surface libre.** Exemples d'images que l'on peut obtenir de la surface libre. Le vortex que l'on voit a été créé par un écoulement à travers un trou de 2 mm de rayon. (a) La surface n'est pas trop déformée et on obtient un dégradé de niveau de gris. (b) La surface est beaucoup plus déformée et le centre est uniformément noir donc non-exploitable pour remonter à une topographie. Le diamètre de la tache lumineuse est d'environ 1 cm.

B Caractérisation et paramètres des polymères. Modèle de Maxwell.

La physique des polymères est une science à part entière. Nous présentons dans cette annexe quelques résultats sur les polymères qui nous serviront pour préparer nos solutions de polymères et les caractériser. Nous commencerons par décrire un polymère en solution afin de déterminer sa concentration critique de recouvrement C^* . Puis nous présenterons un modèle permettant de décrire le comportement rhéologique de telles solutions, le modèle de Maxwell.

B.1 Comportement et caractéristiques des polymères en solution

Lorsque l'on met en solution un polymère (du PEO dans de l'eau dans notre cas), il forme une pelote qui, si le polymère est suffisamment dilué, est libre dans le solvant : il n'interagit pas avec les autres pelotes. La taille typique de la pelote est appelée *rayon de giration* et peut être exprimé pour un polymère réel en bon solvant par

$$R_g = aN^{3/5} \quad (15)$$

avec a la taille d'un monomère et N le nombre de monomères [1, 35]. Si on note M la masse molaire du polymère on a alors

$$N = \frac{M}{m} \quad (16)$$

avec m la masse molaire d'un monomère, $m = 44 \text{ g.mol}^{-1}$ pour le PEO.

Si on se place en régime dilué alors la solution n'aura pas de comportement rhéologique très différent du solvant. Cependant si on concentre suffisamment la solution pour recouvrir tout le volume de pelotes de polymères, les pelotes vont pouvoir interagir et s'enchevêtrer afin de donner de l'élasticité au fluide. La concentration pour laquelle on peut recouvrir entièrement le volume de pelote est appelé concentration critique de recouvrement C^* et est donnée par

$$\frac{C^* \mathcal{N}_A}{M} \frac{4}{3} \pi R_g^3 \approx 1 \quad (17)$$

avec \mathcal{N}_A le nombre d'Avogadro. Ainsi on obtient que

$$C^* = \frac{M}{\mathcal{N}_A \frac{4}{3} \pi R_g^3} = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi \mathcal{N}_A a^3 \left(\frac{M}{m}\right)^{9/5}} = \frac{m^{9/5}}{\frac{4}{3} \pi \mathcal{N}_A a^3} M^{-4/5} . \quad (18)$$

Nous avons à notre disposition de la poudre de PEO pour des chaînes de masse molaire allant de 400.000 à 8.000.000 g.mol⁻¹. On peut ainsi calculer les concentrations critiques pour différentes masses molaires. Les résultats sont regroupés dans la TABLE 1.

M (g.mol ⁻¹)	a (m)	m (g.mol ⁻¹)	C^* (g.L ⁻¹)
400.000	3.10^{-10}	44	0,44
1.000.000	3.10^{-10}	44	0,21
2.000.000	3.10^{-10}	44	0,12
8.000.000	3.10^{-10}	44	0,04

TABLE 1 – Concentration critique pour des solutions de PEO de différentes masses molaires.

B.2 Modèle de Maxwell

Ce modèle, généralisé dans [1], contient les ingrédients essentiels de la viscoélasticité. Le plus simple est de considérer que le matériau possède *un seul temps de relaxation* quand il est soumis à un cisaillement simple. Dans ce cas, le matériau se comporte comme un ressort en série avec un amortisseur visqueux comme représenté sur la FIGURE 10.

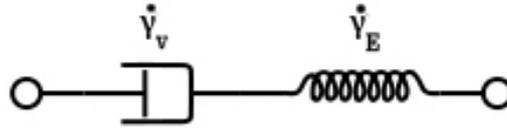


FIGURE 10 – **Modèle de Maxwell.** Modèle à un seul temps de relaxation.

Le taux de déformation total $\dot{\gamma}$ est alors la somme des taux de déformation des deux éléments :

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_E + \dot{\gamma}_v . \quad (19)$$

Le ressort décrivant un solide obéissant rigoureusement à la loi de Hooke et l'amortisseur se comportent comme un fluide idéal de viscosité η , la loi de Newton, on obtient

$$\sigma = G\gamma_E \quad , \quad \sigma = \eta\dot{\gamma}_v . \quad (20)$$

On peut alors directement tirer de ces trois dernières équations *l'équation de Maxwell*, qui relie la contrainte à la déformation totale :

$$\dot{\gamma} = \frac{\dot{\sigma}}{G} + \frac{\sigma}{\eta} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sigma + \tau\dot{\sigma} = \eta\dot{\gamma}} \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau = \frac{\eta}{G}} \quad (21)$$

où τ est appelé *temps de relaxation de Maxwell*. On injecte (32) dans l'équation différentielle (21) pour finalement trouver :

$$G^*(\omega) = \frac{\eta i \omega}{1 + i \omega \tau} \quad (22)$$

En identifiant les parties réelles et imaginaires on obtient alors le module élastique et le module de perte :

$$\boxed{G'(\omega) = \frac{G\tau^2\omega^2}{1 + \tau^2\omega^2}} \quad , \quad \boxed{G''(\omega) = \frac{G\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2}} \quad . \quad (23)$$

Le modèle décrit bien un fluide visqueux à basse fréquence ($G'' > G'$) et un solide élastique à haute fréquence ($G' > G''$). En échelle logarithmique, à basses fréquences, $G'(\omega)$ aura une pente de 2 et $G''(\omega)$ aura une pente de 1. Le croisement des deux asymptotes a pour ordonnée G , le module élastique du fluide. De plus les courbes $G'(\omega)$ et $G''(\omega)$ se coupent au temps τ . Ainsi on peut remonter à tous les paramètres du modèle en repérant ces deux croisements. Cependant nos mesures indiquent que les deux croisements sont confondus dans le cas du PEO.

C Mesures rhéologiques de fluides simples et complexes

Définissons tout d'abord quelques grandeurs que l'on trouve dans tous les livres de rhéologie comme dans [1]. Pour cela prenons le cas d'un fluide newtonien qui est le cas le plus simple. On effectue un cisaillement continu sur le fluide comme représenté sur la FIGURE 11 (a). On définit alors la contrainte imposée de part et d'autre de l'échantillon $\sigma = F/S$, exprimé en Pa (unité de pression), avec F la force tangentielle imposée et S la surface de l'échantillon. Le fluide est alors entraîné avec un profil de vitesse linéaire une fois le régime permanent établi. On a le taux de cisaillement (dérivée temporelle de la déformation pour un solide) défini par $\dot{\gamma} = v/d$ exprimé en s^{-1} , avec v la vitesse relative de la plaque du haut par rapport à la plaque du bas et d la distance entre les deux plaques. Pour un fluide dit newtonien on peut relier les deux par une relation simple, la loi de Newton :

$$\sigma = \eta\dot{\gamma} \quad (24)$$

où le coefficient de proportionnalité η est la viscosité dynamique de cisaillement du fluide. Elle s'exprime en Pa.s. Sa valeur varie sur plusieurs ordres de grandeur le fluide considéré. Un fluide peu visqueux comme l'eau a une viscosité dynamique de $\eta_{eau} = 10^{-3}$ Pa.s alors que les huiles silicones peuvent atteindre des valeurs de plusieurs millions de Pa.s. Ainsi pour connaître la viscosité d'un fluide il suffit de cisailier le fluide et de mesurer à la fois σ et $\dot{\gamma}$.



FIGURE 11 – Mesures rhéologiques. (a) Fluide sous cisaillement continu. (b) Rhéomètre cône-plan.

Cependant dans le système proposé en FIGURE 11 (a), il faudrait se munir d'une plaque infinie ou très grande pour effectuer le cisaillement et cela demanderait également beaucoup de fluide. C'est pourquoi des appareils rotatifs ont été conçus. Ce sont ce que l'on appelle communément des rhéomètres, c'est-à-dire des appareils mesurant la rhéologie des fluides (cependant d'autres rhéomètres mesurant d'autres propriétés des fluides existent). L'idée est d'avoir un élément en rotation permettant de cisailier le fluide indéfiniment sans avoir besoin d'une plaque infinie. Plusieurs géométries existent [1] mais nous n'en utiliseront qu'une : la géométrie cône-plan. Le dispositif est présenté sur la FIGURE 11 (b). Un cône d'angle Ψ très faible (quelques degrés) dont l'extrémité est tronquée sur quelques micromètres

pour éviter qu'il ne touche le plan pendant la mesure est à une distance de quelques micromètres du plan de tel sorte que sa pointe "virtuelle" touche le plan. Ceci est réalisé en effectuant un contact mécanique, puis en écartant le cône du plan de la quantité nécessaire pour satisfaire au mieux cette condition. Ainsi la mesure de σ et de $\dot{\gamma}$ peut s'effectuer soit en imposant la vitesse de rotation du cône ω_0 soit en imposant le couple sur l'arbre de rotation Γ et en mesurant la quantité conjuguée. On peut exprimer la relation qui relie le couple à la vitesse de rotation dans le cas d'un fluide newtonien et si l'angle du cône est assez faible. Dans ces conditions, la vitesse du fluide varie linéairement de 0 à $\omega_0 r \cos \Psi \approx \omega_0 r$ lorsqu'on se déplace du plan vers le cône à la distance r du sommet du cône. L'épaisseur de l'échantillon valant $r\Psi$ à cet endroit, nous en déduisons que le taux de cisaillement vaut localement :

$$\dot{\gamma} = \frac{\omega_0}{\Psi} . \quad (25)$$

On a donc un cisaillement constant sur tout l'échantillon de fluide ce qui est un avantage par rapport à d'autres géométries comme le plan-plan ou le Couette cylindrique. De plus les cônes ont des diamètres de l'ordre de 40 à 60 mm avec un espace entre le cône et le plan d'une centaine de micromètres. Ainsi la quantité de fluide nécessaire est assez faible.

En ce qui concerne la relation entre le couple et la vitesse, il est possible de le calculer et on trouve [1]

$$\Gamma = \frac{2\pi}{3\Psi} \eta R^3 \omega_0 \quad (26)$$

avec η la viscosité dynamique du fluide et R le rayon du cône.

Nous venons de voir que les fluides newtoniens possédaient une relation linéaire entre la contrainte et le taux de cisaillement $\sigma = \eta\dot{\gamma}$. Cependant les fluides que nous désirons étudier sont des fluides complexes, c'est-à-dire des fluides dont la relation $\sigma = f(\dot{\gamma})$ est bien plus compliquée qu'une relation linéaire. Nous tenons notamment à étudier des fluides viscoélastiques. Ces fluides possèdent un comportement visqueux sur des temps longs (donc à basses fréquences), c'est-à-dire qu'ils coulent, et un comportement élastique sur des temps courts (donc à hautes fréquences), c'est-à-dire qu'ils se comportent comme un solide élastique. Un solide élastique parfait est défini par la relation entre la déformation γ et la contrainte σ tout aussi simple que pour le fluide newtonien

$$\sigma = G\gamma \quad (27)$$

avec G le module élastique du solide. Il faut donc pouvoir relier ces deux définitions pour un fluide viscoélastique et on peut faire dépendre η et G de la fréquence. On utilise un formalisme un peu différent mais qui revient au même. On l'étudie pour cela en dynamique en imposant la contrainte σ ou la déformation γ de manière sinusoïdale. On reste dans le domaine linéaire donc la variable conjuguée est également sinusoïdale :

$$\gamma(t) = \gamma_0 \cos \omega t \quad (28)$$

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (29)$$

avec γ_0 et σ_0 les amplitudes de la déformation et de la contrainte, ω la pulsation et φ le déphasage entre les deux variables. On se place alors en notation complexe :

$$\bar{\gamma}(t) = \gamma_0 e^{i\omega t} \quad (30)$$

$$\bar{\sigma}(t) = \sigma_0 e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (31)$$

On a alors la contrainte et la déformation reliées par un module de rigidité complexe :

$$\bar{\sigma}(t) = \bar{G}(\omega) \bar{\gamma} \quad \bar{G} = G' + iG'' \quad (32)$$

avec G' le module élastique et G'' le module de perte que l'on peut relier aux paramètres par :

$$\tan \varphi = \frac{G''}{G'} \quad \frac{\sigma_0}{\gamma_0} = \sqrt{G'^2 + G''^2} \quad (33)$$

On peut également définir une viscosité complexe $\bar{\eta}$ tel que :

$$\bar{\sigma} = \bar{\eta} \bar{\dot{\gamma}} \quad \bar{\eta} = \eta' + i\eta'' \quad (34)$$

Et on a donc les relations :

$$\eta' = \frac{G'}{\omega} \quad \eta'' = \frac{G''}{\omega} \quad (35)$$

Le module élastique G' est relié au comportement élastique du fluide, en phase avec la déformation (comme pour G pour le solide élastique parfait). Le module de perte est relié au comportement visqueux, en quadrature de phase avec la déformation (équivalent de la loi de Newton, au facteur ω près). On mesure, grâce au rhéomètre cône-plan qu'on utilise en oscillation, les modules $G'(\omega)$ et $G''(\omega)$ pour un fluide donné.

D Mesures de tension de surface

Afin de déterminer la longueur capillaire d'un fluide il est nécessaire de déterminer la tension de surface. Il existe de nombreuses méthodes pour mesurer la tension de surface d'un fluide. Nous décrivons ici les méthodes utilisées de la balance d'arrachement et de la goutte montante.

D.1 Balance d'arrachement

Une méthode de mesure de la tension de surface est la balance d'arrachement. Le principe du montage est illustré sur la FIGURE 12. Une boîte de Petri contenant le liquide est posée sur un support élévateur afin de faire varier facilement sa hauteur. Un anneau de platine préalablement nettoyé à l'éthanol est accroché par trois fils au crochet d'un capteur de force (ressort, balance...) fixé par une pince sur une potence.

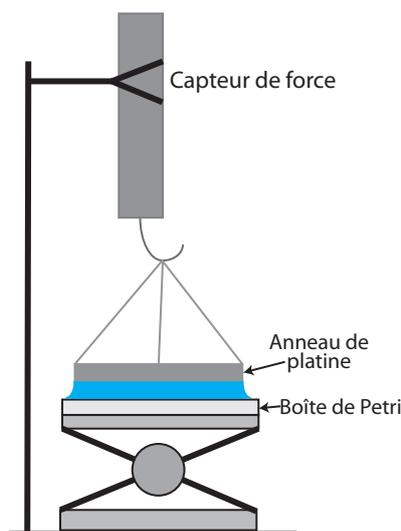


FIGURE 12 – **Description du montage de la balance d'arrachement.** Le système est représenté à l'arrachement, le liquide forme une calotte cylindrique sur l'anneau de platine.

On mesure d'abord la force de l'anneau seul, c'est-à-dire son poids, que l'on note F_{vide} . Le principe de la mesure est de plonger l'anneau de platine dans le liquide en montant le support élévateur. Une fois l'anneau dans le liquide, on redescend doucement le support élévateur. La tension de surface du fluide va permettre à l'anneau de rester "collé" au fluide et le fluide va donc tirer sur l'anneau et donc sur le capteur de force. On descend alors le support élévateur jusqu'à ce que l'angle de contact soit nul, c'est à dire juste avant l'arrachement, moment où l'anneau se décroche du fluide. On relève alors la force juste avant l'arrachement noté $F_{arrachement}$.

L'intérêt d'utiliser un anneau de platine est que lorsque l'on fait un bilan des forces sur la ligne triple, on peut négliger la tension de surface $\gamma_{solide-air}$ et $\gamma_{solide-liquide}$ par rapport au $\gamma_{liquide-air}$. Ainsi si on fait un bilan de force, on a, à l'équilibre :

$$F_{arrachement} - F_{vide} = 2\gamma \cos \theta 2\pi R \quad (36)$$

avec γ la tension de surface liquide-air, θ l'angle de contact entre le liquide et l'anneau et R le rayon de l'anneau. On prend donc $\theta = 0$ et on obtient :

$$\gamma = \frac{F_{arrachement} - F_{vide}}{4\pi R} \quad (37)$$

Cette méthode est assez rapide à mettre en place mais assez peu précise pour des faibles tensions de surface. De plus, nous effectuons des approximations qui peuvent modifier légèrement le résultat par rapport à la réalité. Enfin, assurer un angle de contact égal à zéro n'est pas toujours évident expérimentalement. Cette méthode permet cependant d'avoir rapidement une estimation de la tension de surface.

D.2 Bulle montante

Une autre méthode pour mesurer la tension de surface d'un liquide est d'étudier la formation de bulles d'air à l'intérieur. Un dispositif commercial (*Tracker Télis*) permet de faire ce genre de mesures assez simplement. Les calculs complets avec les corrections ainsi que le dispositif expérimental complet sont décrits dans [36, 37].

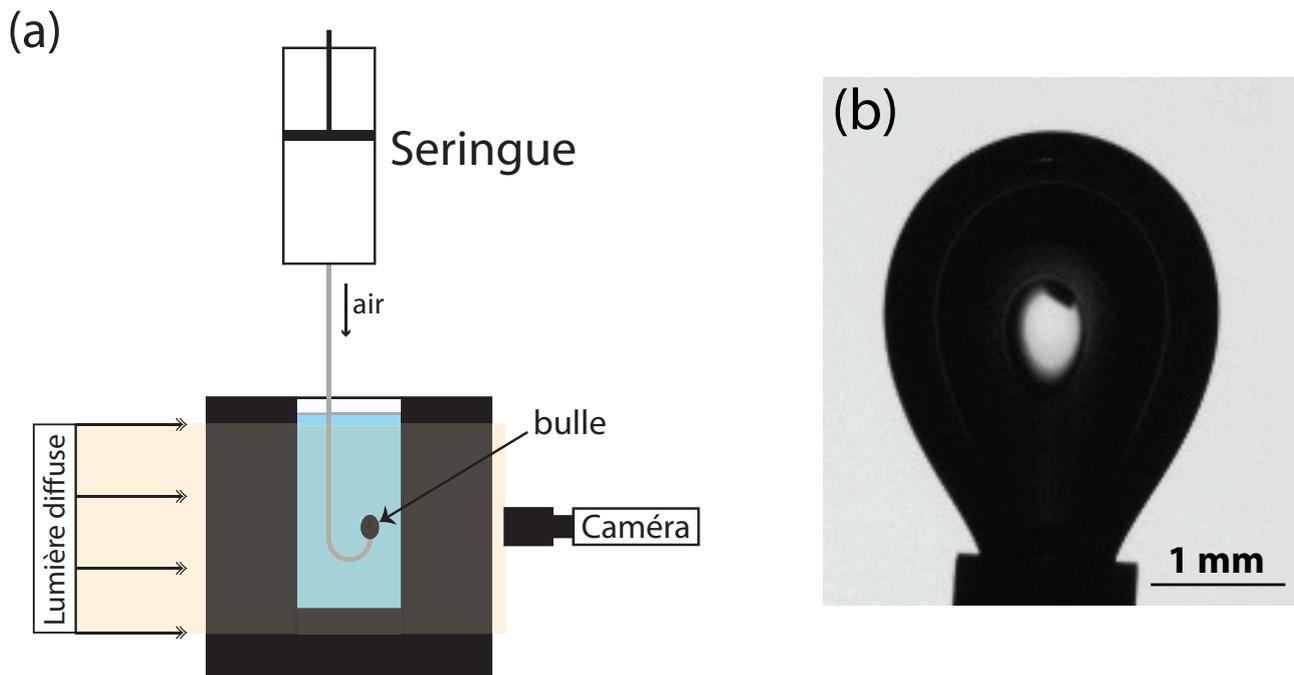


FIGURE 13 – **Dispositif de la bulle montante et exemple d'image obtenue.** (a) Schématisation du dispositif de la bulle montante afin de mesurer la tension de surface. Tout le dispositif permettant de contrôler les positions de chaque élément ainsi que l'injection d'air dans le liquide n'est pas représenté. Le dispositif est représenté avec une bulle d'air accrochée au capillaire, moment où l'on peut effectuer la mesure. (b) Exemple d'image de bulle dans de l'eau pure.

Le principe est très simple et le dispositif est schématisé sur la FIGURE 13 (a). On a une seringue dont l'aiguille est courbée pour remonter vers le haut et le bout n'est pas pointu. On plonge cette seringue

dans le liquide à étudier contenu dans une petite cuve (volume approximatif : 25 mL). On peut alors injecter la quantité d'air souhaitée afin de créer une bulle de volume plus ou moins important, qui reste accrochée au capillaire. Cette bulle retroéclairée est prise en photo par une caméra (ombroscopie). Par la suite un logiciel détecte le contour de la bulle et détermine les paramètres nécessaires via un algorithme décrit dans [36]. Le principe de base est d'utiliser la loi de Laplace :

$$P_{int} - P_{ext} = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (38)$$

avec P_{int} et P_{ext} les pressions à l'intérieur et à l'extérieur de la bulle, γ la tension de surface air-liquide et R_1/R_2 les deux rayons de courbure principaux du point que l'on considère.

Cette loi permet de prévoir la taille et la forme de la bulle pour un volume injecté. En pratique, le logiciel traite la forme de la bulle et calcule la tension de surface associée. Cependant l'utilisateur doit procéder à quelques manipulations :

- calibrer la taille d'un pixel en plaçant une bille calibrée à l'endroit où on forme la bulle ;
- effectuer la mise au point sur la bulle ;
- former des bulles de différentes tailles. En effet on remarque que le logiciel donne des valeurs légèrement différentes en fonction de la taille de la bulle et cela nous permet de déterminer une barre d'erreur ;
- prendre l'image et sélectionner la partie de la bulle à traiter en éliminant l'extrémité de la seringue.

Un exemple d'images que le logiciel traite se trouve sur la FIGURE 13 (b).

E Dissipation visqueuse au sein de l'écoulement

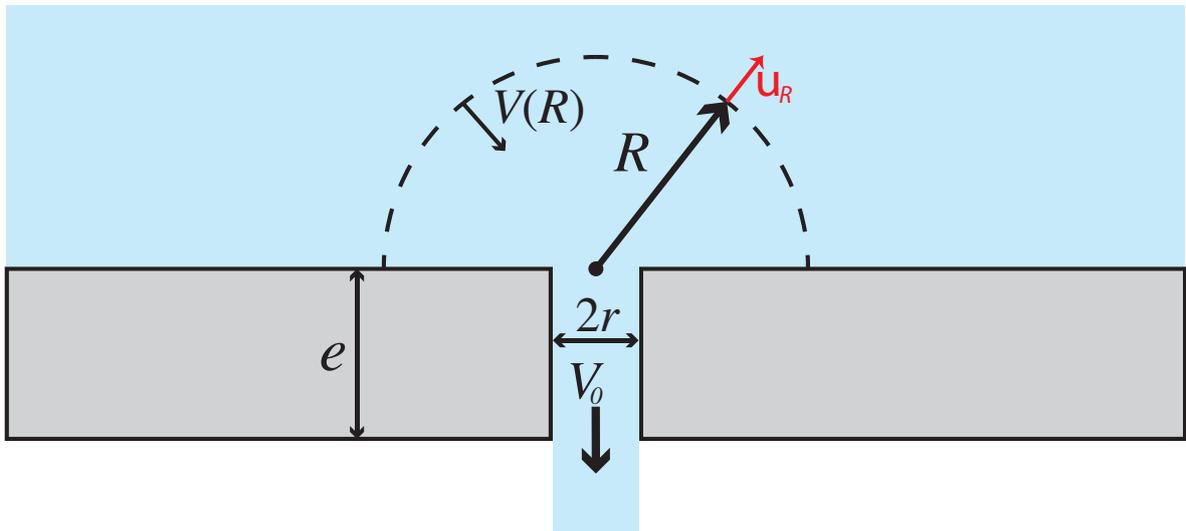


FIGURE 14 – Notations pour le calcul de dissipation visqueuse.

Considérons une demi-sphère centrée sur le trou de rayon R (FIGURE 14). La conservation du débit entre la demi-sphère et le trou donne :

$$V(R) \frac{1}{2} 4\pi R^2 = V_0 \pi r^2 \quad (39)$$

avec $V(R)$ la vitesse sur la demi-sphère de rayon R , V_0 la vitesse dans le trou et r le rayon du trou. Donc :

$$V(R) = \frac{V_0}{2} \frac{r^2}{R^2} \quad (40)$$

Or la dissipation d'énergie cinétique par unité de temps pour un fluide newtonien, d'après [29], peut s'écrire :

$$\frac{dE_c}{dt} = -\frac{\eta}{2} \int_V \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) d\tau \quad (41)$$

Or notre écoulement n'est que suivant \mathbf{u}_R et ne dépend que de R on a donc $i = j = R$:

$$\frac{dE_c}{dt} = -\frac{\eta}{2} \int_V 4 \left(\frac{dv(R)}{dR} \right)^2 d\tau \quad (42)$$

Avec :

$$\frac{dv(R)}{dR} = -\frac{V_0 r^2}{R^3} \quad (43)$$

Et ainsi, en prenant l'intégrale entre r (pour ne pas avoir une singularité) et l'infini (car les bords sont très loin et la correction négligeable), on a :

$$\frac{dE_c}{dt} = -2\eta \int_V \frac{V_0^2 r^4}{R^6} d\tau \quad (44)$$

$$= -2V_0^2 r^4 \eta \int_r^\infty \frac{1}{R^6} 4\pi R^2 dR \quad (45)$$

$$= -8\pi V_0^2 r^4 \eta \int_r^\infty \frac{1}{R^4} dR \quad (46)$$

$$= -8\pi V_0^2 r^4 \eta \left[-\frac{3}{R^3} \right]_r^\infty \quad (47)$$

$$= -24\pi V_0^2 r \eta \quad (48)$$

Il reste maintenant à exprimer la vitesse V_0 au cours du temps car celle-ci diminue lorsque la hauteur du fluide diminue. On va se placer dans le cas le plus simple où la vitesse du fluide en sortie suit la loi de Torricelli (voir 2.1). Dans ce cas, on surestime la valeur de la vitesse. On a :

$$\begin{aligned} V_0^2 &= 2gz(t) \\ &= 2g \left(\sqrt{z_0} - \frac{\pi r^2 \sqrt{2g}}{2a^2} t \right)^2 \quad \text{Eq. 2.7} \\ &= 2gz_0 - \frac{\pi r^2 \sqrt{z_0} (2g)^{3/2}}{a^2} t + \frac{\pi^2 r^4 g^2}{a^4} t^2 \end{aligned} \quad (49)$$

On obtient donc :

$$\frac{dE_c}{dt} = -48\pi r \eta g z_0 + \frac{24\pi^2 r^3 \sqrt{z_0} \eta (2g)^{3/2}}{a^2} t - \frac{24\pi^3 r^5 \eta g^2}{a^4} t^2 \quad (50)$$

Par intégration entre 0 et le temps d'écoulement T , on obtient la perte d'énergie cinétique par frottement visqueux :

$$\boxed{\Delta E_c = -48\pi r \eta g z_0 T + \frac{12\pi^2 r^3 \sqrt{z_0} \eta (2g)^{3/2}}{a^2} T^2 - \frac{8\pi^3 r^5 \eta g^2}{a^4} T^3} \quad (51)$$

On peut alors estimer la perte par frottement visqueux pour l'eau et notre mélange eau20-glycérol80. Les résultats sont présentés dans la TABLE 2. Le calcul est fait pour différentes tailles de trou et pour une hauteur initiale de 10 cm. Le temps d'écoulement T est estimé à partir des données expérimentales. Cependant il faut être conscient que l'on surestime fortement la dissipation visqueuse pour deux raisons :

- le rayon à considérer devrait être le rayon effectif que l'on calcule dans le chapitre 2 qui vaut entre 80 à 90 % du rayon du trou ;
- la vitesse du fluide diminue fortement à la fin de l'écoulement, avec un jet aminci, voire un régime de goutte à goutte. Ceci est surtout le cas pour le glycérol et les petits trous.

Fluide	ρ (kg.m ⁻³)	η (Pa.s)	r (mm)	T (s)	ΔE_c (J)	Re
Eau	1000	10 ⁻³	2	150	-1,16 10 ⁻²	5602
Eau	1000	10 ⁻³	1,5	260	-1,53 10 ⁻²	4202
Eau	1000	10 ⁻³	1	620	-2,35 10 ⁻²	2801
Eau	1000	10 ⁻³	0,5	2000	-4,48 10 ⁻²	1400
Glycérol80-Eau20	1188	3,1 10 ⁻²	2	250	-0,45	215
Glycérol80-Eau20	1188	3,1 10 ⁻²	1,5	460	-1,43	161
Glycérol80-Eau20	1188	3,1 10 ⁻²	1	1400	- 2,68	107

TABLE 2 – Estimation de l'énergie cinétique dissipée pour de l'eau et le mélange eau-glycérol et pour différentes rayon de trou. La hauteur initiale est 10 cm.

On peut cependant remarquer que les valeurs de dissipation par frottement visqueux dépendent peu de la taille du trou mais fortement de la viscosité.

Il faut maintenant comparer cette perte d'énergie à l'énergie initiale du système. Pour cela, considérons que l'énergie emmagasinée est l'intégrale de l'énergie potentielle sur toute la hauteur du fluide. Pour cela on considère une tranche de fluide d'épaisseur dz à l'altitude z possédant une énergie potentielle $\rho g a^2 z dz$ avec a^2 la section de la cuve. On prend l'origine de l'énergie au niveau du trou. On a alors :

$$E_p = \int_0^{z_0} \rho g a^2 z dz = \frac{\rho g a^2 z_0^2}{2} \quad (52)$$

On peut alors estimer cette énergie pour l'eau et pour le glycérol pour une hauteur initiale de 10 cm,

$$E_{p,\text{eau}} = 0,49 \text{ J} \quad , \quad E_{p,\text{eau-gly}} = 0,58 \text{ J} \quad . \quad (53)$$

On peut également estimer le nombre de Reynolds pour montrer que notre écoulement peut être considéré comme parfait. Le nombre de Reynolds est défini par

$$Re = \frac{UL\rho}{\eta} \quad (54)$$

avec U une vitesse caractéristique de l'écoulement, L une taille caractéristique de l'écoulement, ρ la masse volumique du fluide et η la viscosité dynamique du fluide.

Pour estimer le nombre de Reynolds dans nos écoulements il faut savoir quelle vitesse caractéristique U et quelle taille caractéristique il est pertinent de prendre. Deux choix s'offrent à nous : soit nous prenons le diamètre du trou pour L et la vitesse du fluide au niveau du trou pour U , soit nous prenons la taille de la cuve pour L et la vitesse de la surface libre pour U . Cependant, par conservation du débit, les deux nombres de Reynolds calculés ainsi seront égaux. Prenons donc comme vitesse caractéristique la vitesse de Torricelli à l'instant initial

$$U = \sqrt{2gz_0} \quad (55)$$

et comme taille caractéristique le diamètre du trou $L = d$. Les résultats sont regroupés dans la TABLE 2. On remarque que les nombres de Reynolds sont suffisamment grand devant 1 (plus de 1000 fois) pour de l'eau alors que pour notre mélange eau20-glycérol80, le nombre de Reynolds est un peu faible (moins de 1000) pour pouvoir considérer un écoulement parfait.