
Dynamique de remontée de bulle dans un fluide complexe confiné

Résumé : *Le rapport de stage qui suit présente le travail que j'ai effectué au cours de 4 mois de stage sous la direction de Valérie Vidal, au Laboratoire de Physique de l'ENS Lyon. Au cours de ce stage expérimental, nous nous sommes intéressés à l'étude de la dynamique de remontée d'une bulle unique dans un fluide confiné à deux dimensions. Je présenterai ici le dispositif expérimental que nous avons utilisé, puis les deux fluides dans lesquels l'expérience a été réalisée : un mélange eau-glycérol qui est un fluide newtonien et une solution de polymère (PEO) qui est un fluide complexe. Finalement je décrirai les résultats obtenus qui sont une classification des formes des bulles en fonction de leur vitesse et leur volume, ainsi que la découverte d'une instabilité dans le cas du PEO qui fait que les bulles suffisamment grosses ne suivent pas une trajectoire rectiligne. Cette étude sera poursuivie par une thèse qui commencera en septembre 2014 sous la direction de Valérie Vidal.*

Mots clefs : *Bulles, Fluide complexe, Polymère, Rhéologie*

Stage encadré par :

Valérie Vidal

valerie.vidal@ens-lyon.fr / tél. (+33) 4 72 72 83 75

Laboratoire de Physique de l'ENS Lyon - CNRS

46 Allée d'Italie 69364 lyon cedex 07

<http://www.ens-lyon.fr/PHYSIQUE/>



Remerciements

Avant de passer au rapport, je tenais à remercier les personnes que j'ai côtoyées au cours de ce stage. Evidemment en premier lieu Valérie qui a toujours été très disponible au cours de mon travail et qui m'a guidé au quotidien sur tout les aspects de la recherche, aussi bien sur les points techniques que logistiques, ce qui semble être de bonne augure pour la suite de ce projet. Je tiens également à remercier

par avance les membres du jury, messieurs Olivier Pierre-Louis, Thierry Dauxois et Ludovic Bellon pour l'évaluation de mon travail, en espérant avoir répondu aux attentes du travail exigé. Je remercie

ensuite l'ensemble de l'équipe avec qui j'ai eu de nombreuses discussions sur de nombreux sujets, et pas seulement scientifiques, et à laquelle je me considère bien intégré ce qui sera un atout pour l'avenir. Je pense en particulier à Eric, Cendrine (qui je pense, se sera remise à la rentrée de sa défaite au jeu des pronostixs), Sylvain, Stéphane, Jean-Christophe et Catherine. Un grand merci revient également

à l'ensemble de l'équipe technique du laboratoire, qui fournissent une aide indispensable pour tout les aspects matériels et en particulier Frank et Hervé, le premier avec qui nous avons mis en place la manipulation, et le deuxième avec qui nous avons installé l'ordinateur que j'utilise en ce moment même pour écrire ce rapport (outil ô combien essentiel pour le travail de recherche). Et finalement, ceux que

l'on ne peut pas oublier : les copains, notamment ceux du labo à savoir Olivier, Jérémy, Victor, Paco et Quentin mais tout les autres également, qui font que les journées sont ce qu'elles sont.

Table des matières

1	Présentation de l'expérience	2
1.1	Dispositif expérimental	2
1.2	Analyse dimensionnelle	3
1.3	Taille de la couche de lubrification	4
2	Caractérisation des fluides	5
2.1	Fluides utilisés	5
2.2	Mesures rhéologiques	5
2.3	Tension superficielle	6
2.3.1	Parachor	6
2.3.2	Méthode de la bulle montante	7
3	Observations et Analyse	8
3.1	Observations	8
3.2	Analyse d'image	8
4	Résultats expérimentaux	10
4.1	Vitesse de remontée	10
4.2	Modèle de sédimentation	11
4.3	Oscillations et fragmentation	12
4.3.1	Observations	12
4.3.2	Analyse du front de déstabilisation	13
4.3.3	Interprétations physiques	14
4.3.4	Comparaison avec l'instabilité de Saffman-Taylor	15
	Annexe	20
A	Couche de Lubrification	20
B	Fluide complexe	20
C	Instabilité de Saffman-Taylor	21

Introduction

Le projet de ce stage de 4 mois effectué sous la direction de Valérie Vidal a eu pour but d'étudier la dynamique de remontée de bulles confinées à 2 dimensions dans une cellule dite de Hele-Shaw verticale. Ce travail est un préparatif à la thèse que je commencerai en septembre 2014.

Nous envisageons d'étudier les différents phénomènes apparaissant lors de la remontée de bulles confinées à 2 dimensions dans des fluides non-newtoniens. Différents travaux ont déjà été effectués sur la remontée de bulles, et l'on peut notamment citer deux thèses, l'une rédigée par Denis Funfschilling [1] et l'autre rédigée par Matthieu Roudet [2]. La première s'intéresse à la remontée de bulles et de trains de bulles dans des fluides non-newtoniens mais à 3 dimensions. La deuxième discute quant à elle de la remontée de bulles dans la même géométrie que mon travail mais dans de l'eau (qui est un fluide newtonien). L'étude que j'ai effectuée se trouve donc à l'interface entre ces deux thèses. Ainsi nous espérons observer deux types d'effets : des effets dûs au confinement, et des effets dûs au caractère non-newtonien du fluide.

Durant ce stage j'ai travaillé uniquement dans le cas d'une bulle seule remontant dans la cellule.

Dans une première partie je présenterai l'expérience que j'ai réalisée en présentant de manière détaillée le dispositif expérimental et une analyse des paramètres physiques allant jouer un rôle. Ensuite je discuterai de la nature des deux fluides que j'ai utilisés et leurs différentes caractéristiques qui influenceront sur notre étude. Finalement je présenterai les résultats expérimentaux obtenus en essayant d'avancer des explications plausibles sur les effets observés.

Ce rapport a pour but de présenter les résultats que j'ai obtenus durant ces 4 mois de stage, en sachant qu'il reste encore beaucoup d'aspects à explorer, même dans le cas simple d'une bulle unique, et que ce travail n'est qu'un travail préliminaire pour les 3 années d'études doctorales qui commenceront en septembre prochain. Pour la suite du travail que j'effectuerai durant ma thèse, deux possibilités d'études sont en perspectives : l'étude des interactions qui peuvent se produire entre plusieurs bulles en ascension, et l'étude d'interactions entre des bulles en ascension et des obstacles fixes que l'on placera sur leurs trajectoires.

1 Présentation de l'expérience

1.1 Dispositif expérimental

Nous nous intéressons à la remontée de bulles confinées dans des fluides complexes. Pour cela il nous fallait construire une cellule à 2 dimensions (cellule de Hele-Shaw) d'une taille assez grande pour pouvoir regarder la remontée d'une bulle sur une longueur supérieure à la longueur d'établissement du régime stationnaire. Le schéma du dispositif expérimental est présenté en figure 1.

La cellule est constituée de deux plaques de verre de largeur $W=28,3$ cm et d'une hauteur $H=40$ cm. Celles-ci sont séparées d'un espacement de $e=2$ mm par des joints rectangulaires plats en plastique. La fixation des plaques est assurée par 3 pinces sauteuses de chaque côté, et une barre à section rectangulaire en aluminium est vissée sur le dessus des plaques pour les appuyer vers le bas. Cette barre est percée d'un trou pour éviter les surpressions lorsque l'on injectera de l'air dans la cellule. Le tout est fixé sur un support en aluminium pouvant s'incliner, ce qui nous permet de faire varier la gravité effective dans l'expérience, l'amplitude de l'angle variant entre l'horizontalité et la verticalité. Dans toute la suite nous nous placerons uniquement en position verticale.

Au bas de la cellule, nous avons placé 13 injecteurs que nous pouvons relier à des entrées d'air. Durant ce stage, nous avons utilisé uniquement l'arrivée d'air centrale pour éviter les effets de bords et nous l'avons reliée à une seringue en plastique, d'une capacité de 60 mL. On injectera les bulles d'air à la main via cette seringue. L'orifice d'émission des bulles est de l'ordre de 1 mm de diamètre. La présence de ce nombre d'entrées vient du fait que dans la suite du projet (pendant la thèse), nous tenterons d'injecter plusieurs bulles en même temps pour étudier l'interaction et éventuellement la coalescence entre les bulles. Au cours de ce stage nous avons utilisé 3 autres entrées dans un but purement pratique : elles nous ont servi de réservoir à fluide. Ainsi pour vider le dispositif (ou le remplir) nous utilisons trois autres seringues de 60 mL qui contiennent le fluide, et cela nous permettait également de contrôler de manière plus précise la hauteur de fluide, $H_o=30$ cm.

Toute la difficulté de la mise en place de l'expérience résidait dans le fait que nous voulions un dispositif expérimental entièrement démontable pour éventuellement insérer des obstacles dans la cellule. Etant donné que étanchéité et dispositif démontable ne vont pas bien ensemble, il m'a fallu une semaine pour réussir à éliminer ces fuites. Pour cela j'ai ajouté des bandes de Téflon aux endroits victimes de fuites, notamment au bas des plaques. J'ai également ajouté au niveau des deux coins inférieurs qui fuyaient massivement des joints en silicone. Dès que l'on démonte le dispositif (par exemple pour le nettoyer lorsque l'on change de fluide), il est cependant indispensable de refaire systématiquement les joints en Téflon.

Pour la visualisation, nous avons utilisé une caméra PL-B781 (PixeLink) qui a une résolution maximale de 1280 x 1024 en noir et blanc. L'avantage de cette caméra est que l'on peut moduler la zone d'acquisition, ce qui permet d'augmenter la fréquence d'acquisition (fps). Les films que j'ai obtenus étaient à des fps de l'ordre de 45 pour des résolutions de 1280 x 416. L'objectif utilisé est une lentille 12,5-75mm avec une distance focale minimale de 1,2 m. L'ensemble caméra-objectif est fixé sur un support boy placé à 1,2m du dispositif expérimental.

La cellule expérimentale est rétroéclairée à l'aide d'un éclairage plan à néon blanc (JustNormLicht, Classic Line) du même type que ceux utilisés pour observer les radiographies. L'avantage est que cet éclairage est relativement homogène.

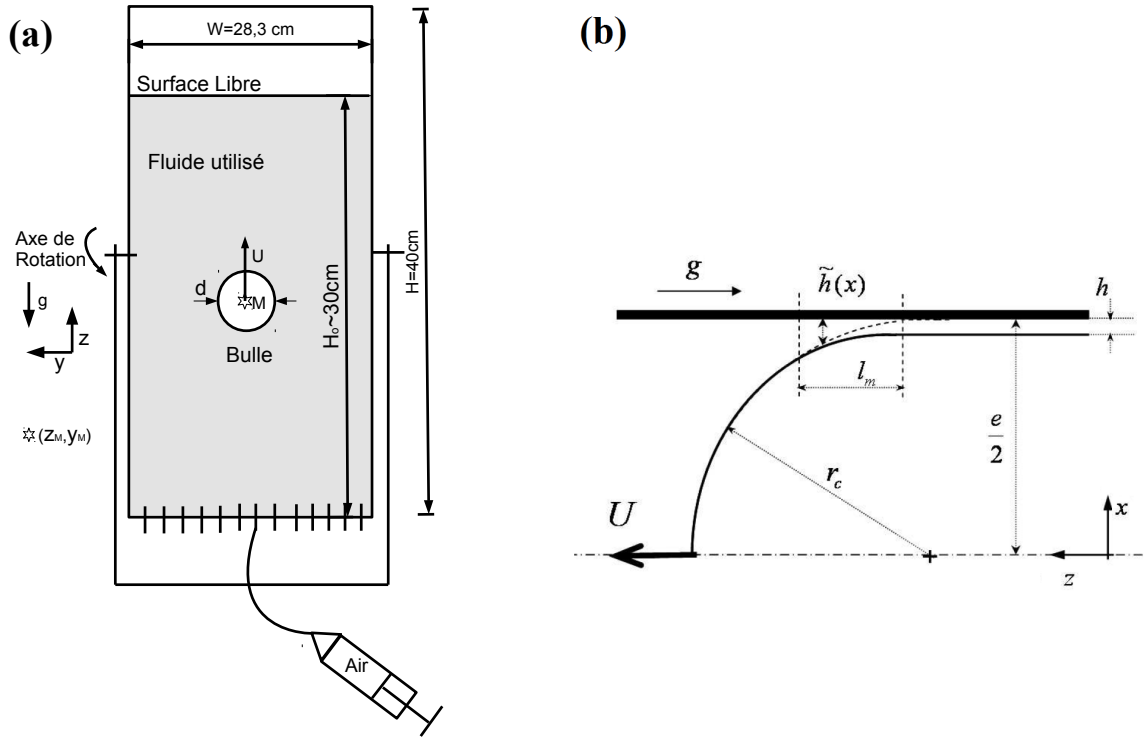


FIGURE 1 – (a) Schéma du dispositif expérimental vue de face. Le point M correspond au centre de masse de la bulle, g est la gravité. (b) Bulle montante vue de profil (image est tirée de [2]). Les paramètres sont définis dans le texte ou en annexe.

1.2 Analyse dimensionnelle

Pour amorcer l'étude de notre problème, il faut définir les grandeurs que l'on cherche à exprimer, pour pouvoir remonter à des comportements "universels". Il est d'usage en physique d'exprimer le nombre de paramètres de notre problème, et il est typique d'utiliser ces paramètres pour remonter à des nombres sans dimension qui caractériseront notre étude. Ainsi pour notre problème on peut se donner les différents paramètres et grandeurs qui pourraient avoir une influence ainsi que leur ordre de grandeur :

- Viscosité du fluide : $\eta \sim 100 \times 10^{-3} \text{Pa}\cdot\text{s}$
- Tension superficielle fluide / air : $\sigma \sim 70 \times 10^{-3} \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$
- Taille caractéristique des bulles (diamètre) : $d \sim [0.3 - 3.4] \text{cm}$
- Taille du gap : $e = 2 \text{mm}$
- Vitesse de la bulle : $U \sim [1 - 10] \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$
- Masse volumique du fluide : $\rho \sim 10^3 \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Accélération gravitationnelle : $g \sim 10 \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

D'autres paramètres pourraient éventuellement intervenir comme par exemple la masse volumique de l'air ou la largeur de la cellule, mais la masse volumique de l'air est négligeable devant celle du fluide, et on suppose que les effets des bords latéraux de la cellule seront également négligeables. Ces deux paramètres n'influent donc pas sur la physique du problème. Grâce à cette liste de paramètres indépendants, on peut appliquer le théorème de Buckingham nous donnant les nombres sans dimension

Re	As	Bo	Ca
0.3-34	0.1-0.66	0.85-4.76	0.01-0.14

TABLE 1 – Ordre de grandeur des nombres sans dimension.

qui vont influencer sur la physique du problème. On a ici trois unités physiques différentes : la masse, le temps et la longueur. Le nombre de paramètres physiques du problème est de 7 a priori, ainsi les nombres sans dimension que l'on pourra définir sont au nombre de 7-3=4.

On définira alors les nombres suivants :

- le nombre de Reynolds qui compare les forces inertielles et les forces de viscosité : $Re = \frac{\rho U d}{\eta}$
- le rapport d'aspect des bulles : $As = \frac{e}{d}$
- le nombre de Bond (ou Eötvös) qui compare la poussée d'Archimède et la tension superficielle : $Bo = \frac{\rho d e g}{\sigma}$
- le nombre capillaire qui compare la force visqueuse et la tension superficielle : $Ca = \frac{\eta U}{\sigma}$

Ces 4 nombres suffisent a priori pour décrire le problème mais dans la littérature on en trouve d'autres qui conviendraient également, le plus connu à titre indicatif étant le nombre de Weber qui compare les forces d'inertie et les forces capillaires : $We = \frac{\rho d U^2}{\sigma}$.

Dans nos expériences, les gammes de variation de ces nombres sans dimension sont présentées dans le tableau 1. On peut faire une rapide interprétation de la valeur de ces nombres. Le rapport d'aspect étant petit devant 1, cela nous indique que l'on est bien dans une configuration à 2 dimensions, ou encore confinée sauf pour les très petites bulles mais elles ne seront pas l'objet central de notre étude. Le nombre de Reynolds, de l'ordre de 1, nous indique que l'on se trouve dans un régime laminaire mais surtout qu'il n'y aura pas de turbulence. Le nombre de Bond, supérieur à 1 pour les grosses bulles, nous indique que l'écoulement est contrôlé par la poussée d'Archimède et que les bulles n'auront pas une forme sphérique. Pour les petites bulles, c'est la tension superficielle qui domine et ces bulles auront donc une forme sphérique. Finalement le nombre capillaire qui est faible nous laisse à penser que les bulles seront peu déformées au cours de l'écoulement par les forces hydrodynamiques.

1.3 Taille de la couche de lubrification

Une première question que l'on peut se poser est celle de la taille du film de lubrification entre les parois et une bulle montante. Il a été montré (le calcul est donné en annexe A et a été effectué dans [2]) pour une bulle se déplaçant entre deux plaques, que l'épaisseur de la couche de lubrification ne dépend que du nombre capillaire, tant que l'on est à Reynolds faible dans cette couche fine (on néglige les effets inertiels), et suit la relation suivante :

$$\frac{h}{e} \sim \frac{Ca^{2/3}}{1 + Ca^{2/3}} \quad (1)$$

où h est l'épaisseur de la couche de lubrification (figure 1b). Dans notre cas, le nombre capillaire est petit devant 1 et donc $h/e \sim Ca^{2/3} \ll 1$. La couche de lubrification est donc petite devant la taille du gap.

Cette première analyse nous sera utile pour la suite car elle nous permettra de déterminer le volume de la bulle en considérant uniquement la surface apparente multipliée par le gap et ceci dans une bonne approximation pour les bulles assez grandes (ce qui sera en général le cas).

2 Caractérisation des fluides

2.1 Fluides utilisés

Au cours de notre étude nous avons utilisé deux fluides différents : un fluide témoin qui est un fluide newtonien, et un fluide complexe qui est une solution de polymère. Afin de pouvoir comparer les résultats, nous avons fait en sorte que les deux fluides aient le même ordre de grandeur de viscosité.

Le fluide complexe que nous avons utilisé est une solution de polymère : le polyéthylèneoxyde (PEO, figure 2a). Un polymère est une macromolécule constituée de la répétition d'un motif appelé monomère. Pour le PEO ce motif est l'étheroxyde. Dans notre cas le polymère est gigantesque : sa masse molaire est de 8 millions de grammes par mole, ce qui représente un enchaînement de $N = \frac{M_{poly}}{M_{mono}} = \frac{8 \times 10^6}{44} = 1.8 \times 10^5$ monomères par molécule. Pour les solutions de polymère on peut définir une concentration de recouvrement C^* : c'est la concentration à partir de laquelle les molécules de polymère commencent à s'enchevêtrer. Cette concentration peut se calculer de manière théorique [3] et est donnée par la formule suivante :

$$C^* = \frac{M_W}{4/3\pi R_g^3 \mathcal{N}_a} \quad (2)$$

avec M_W la masse molaire, R_g le rayon de giration à savoir l'extension spatiale caractéristique d'une molécule de polymère et \mathcal{N}_a le nombre d'Avogadro. En bon solvant, ce qui est notre cas ici, on a $R_g \sim aN^{3/5}$ avec a la taille d'un monomère et N le nombre de monomères dans notre polymère. Après évaluation de ces différents paramètres, on obtient finalement que dans notre cas $C^* \approx 0.04$ g/L.

Nous voulions ici obtenir une solution assez visqueuse, nous avons donc travaillé avec une solution de PEO à $100C^*$, ce qui représente une concentration de 4 g/L. Pour pouvoir interpréter les résultats obtenus par la suite, nous nous sommes intéressés aux propriétés de ces fluides, et pour cela nous nous sommes penchés sur les deux grandeurs caractérisant ces fluides, à savoir leur rhéologie et leur tension de surface.

Le fluide newtonien que nous avons utilisé est un mélange eau-glycérol à 88% en masse de glycérol. Ce mélange a alors une viscosité tabulée, qui varie beaucoup en fonction de la température, entre 80 et 200 mPa.s [8] et une tension de surface théorique de l'ordre de $65\text{mN}\cdot\text{m}^{-1}$. La formule chimique du glycérol est donnée en figure 2b.

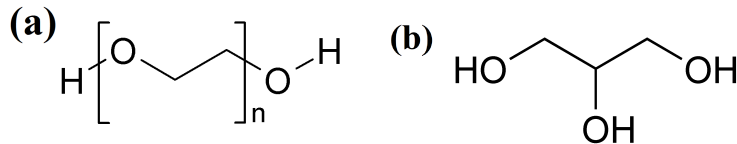


FIGURE 2 – Formule chimique en (a) du PEO, en (b) du glycérol.

2.2 Mesures rhéologiques

Pour effectuer les mesures rhéologiques sur nos fluides nous avons utilisé un rhéomètre de marque Bohlin C-VOR 150, avec une géométrie de type cône-plan d'angle 2° et de diamètre 6 cm (figure 3a). En imposant des paliers de taux de cisaillements ($\dot{\gamma}$) sur des temps longs ($\sim 20\text{s}$), on a mesuré la réponse moyenne en contrainte et en viscosité. Les courbes obtenues sont présentées figure 3b. Pour le glycérol, la viscosité reste constante à $\eta \approx 100$ mPa.s lorsque l'on varie le taux de cisaillement, ce qui est proche de la valeur attendue, et ce qui est caractéristique du comportement newtonien de ce fluide.

Pour le PEO, la viscosité diminue lorsque le taux de cisaillement augmente, ce qui est caractéristique des fluides rhéofluidifiants. Je n'ai pas su expliquer la remontée de la viscosité lorsque l'on dépassait $\dot{\gamma} = 200\text{s}^{-1}$, mais cette valeur est de toute façon au-dessus des cisaillements que l'on a dans notre expérience.

Dans la suite pour les calculs, on prendra la viscosité typique du PEO comme étant $\eta_{PEO} \approx 100$ mPa.S, ce qui correspond à un taux de cisaillement de une fois la taille typique de la bulle par seconde, et paraît être le bon ordre de grandeur.

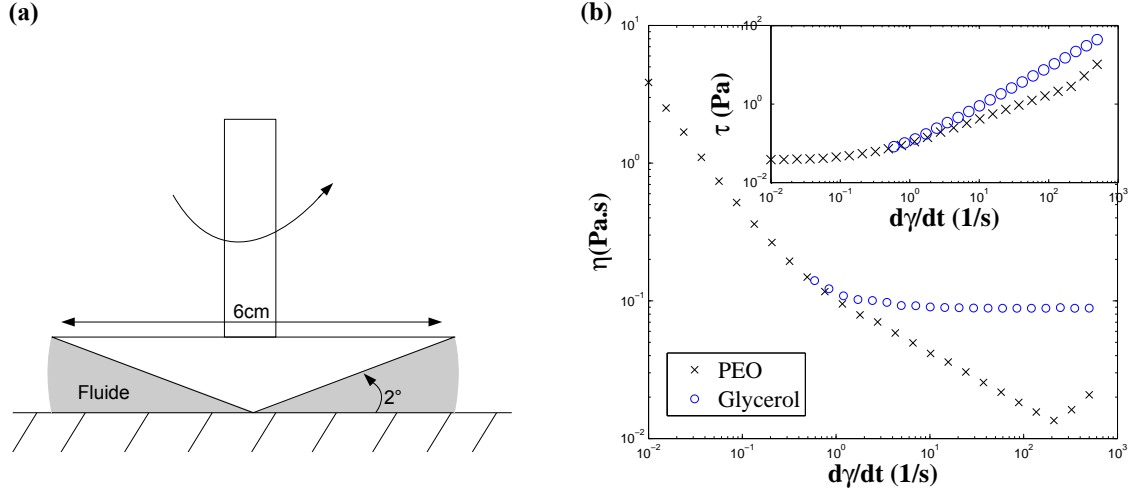


FIGURE 3 – (a) Schéma du rhéomètre utilisé. (b) Viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$; en insert, contrainte τ en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ imposé.

2.3 Tension superficielle

Pour obtenir la tension superficielle entre nos fluides et l'air nous avons utilisé deux méthodes : une méthode d'estimation empirique ainsi qu'une méthode expérimentale directe.

2.3.1 Parachor

La méthode du Parachor est une méthode empirique qui permet d'estimer la tension de surface d'un élément en se basant sur sa composition chimique. Elle associe à chaque atome constituant la molécule une valeur de tension de surface¹. La tension de surface est alors définie comme

$$\sigma = (P/V_M)^4 = (P\rho/M)^4 \quad (3)$$

avec P le coefficient parachor, V_M le volume molaire, et M la masse molaire. Les valeurs associées au Parachor pour chaque élément sont présentées dans le tableau 2.

Hydrogène	Carbone	Oxygène
15.5	9.0	19.8

TABLE 2 – Valeur du parachor pour les 3 constituants de nos molécules (d'après [4]).

On peut ainsi calculer la tension de surface pour les 3 éléments qui nous intéressent : l'eau, le glycérol, et le PEO. On remarque que pour une chaîne de polymère le parachor ne dépendra que du monomère et non pas de la longueur du polymère. En appliquant alors la formule pour trouver σ , on obtient les résultats présentés dans le tableau 3.

1. Cette méthode n'est aujourd'hui que très peu utilisée par les physiciens mais l'ayant découverte au cours du stage, je me permets de la présenter ici.

Element	Eau	PEO pur	Glycérol pur	PEO(100C*)	Glycérol 88%
Masse molaire (g/mol)	18	44	92	18.3	83.1
Densité	1	1.12	1.26	1	1.22
Parachor	50.8	99.8	210.4	51	191.2
σ calculé (mN/m)	63.4	41.5	68.9	60.3	62
σ tabulé (mN/m)	70	43	64	55 – 65	~ 63

TABLE 3 – Paramètres utilisés pour calculer σ et le résultat du calcul

On trouve ainsi des valeurs proches des valeurs tabulées et des valeurs que j’ai trouvé expérimentalement par la méthode de la bulle montante, présentées en tableau 4. Pour le glycérol et le PEO à 100 C* les résultats sont obtenus en faisant des moyennes avec les valeurs pour les corps purs. Ceci nous donne un ordre de grandeur des valeurs que l’on espère obtenir². Les articles mesurant la tension de surface du PEO en solution [5] donnent cet ordre de grandeur de tension de surface ($\sim 60 \text{ mN.m}^{-1}$) mais les polymères utilisés n’ont jamais une si grande taille ($M=8.10^6 \text{ g.mol}^{-1}$). Il est donc difficile de comparer cela avec des valeurs tabulées.

2.3.2 Méthode de la bulle montante

L’autre méthode que nous avons utilisée pour mesurer la tension de surface de nos solutions est la méthode de la bulle montante. On utilise pour cela un tensiomètre à bulle montante commercial (Tracker, Téclis) dont le fonctionnement est détaillé dans les articles [6] et [7]. Le principe est relativement simple : grâce à un tube capillaire on injecte une bulle dans le fluide sans qu’elle se décroche du capillaire. On a alors une bulle d’air à l’équilibre avec le fluide qui l’entoure. On prend une image bien contrastée (cf figure 4) que l’on traite avec un programme de traitement d’images déjà codé. La zone de mesure correspond au rectangle bleu.

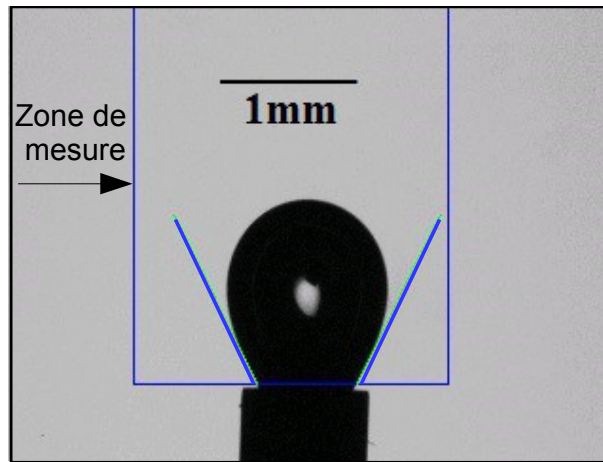


FIGURE 4 – Photo de la bulle lors du traitement d’images pour mesurer la tension de surface. Les deux tangentes à la bulle en sortie du capillaire sont déterminées par le logiciel.

Le logiciel calcule la forme du contour de la bulle et remonte alors à la tension de surface entre le fluide et l’air via une méthode d’optimisation de profil par rapport à des simulations numériques. Le détail de cette méthode est donné dans [6]. Nous avons au préalable étalonné le tensiomètre avec de l’éthanol pur et nous avons fait une série de 10 mesures pour chaque fluide, en formant à chaque fois une nouvelle bulle, afin d’estimer la barre d’erreur. Les résultats obtenus sont présentés dans le

2. Pour l’eau, la valeur est inférieure à la valeur réelle sûrement à cause du fait que c’est un élément qui présente des propriétés très différentes des autres corps purs.

Element	Ethanol	Eau	PEO(100C*)	Glycérol 88%
σ (mN/m)	21.9	70	61	64.5
Déviatiion standard (mN/m)	0.3	1	1	0.5
σ calculé (mN/m)	-	63.4	60.3	62
σ tabulé (mN/m)	22.3	70	55 – 65	~ 63

TABLE 4 – Tension de surface mesurée par la méthode de la bulle montante.

tableau 4. Ces résultats sont cohérents avec ceux calculés via la méthode du Parachor, et sont cohérents avec les valeurs tabulées pour l'éthanol, l'eau et le glycérol.

Maintenant que nous avons caractérisé les fluides, nous pouvons nous intéresser à la partie principale de ce stage, l'étude de la dynamique de remontée de bulles dans le dispositif présenté en première partie.

3 Observations et Analyse

3.1 Observations

L'injection des bulles se faisant manuellement à l'aide d'une seringue, il est difficile de sélectionner de manière précise la taille des bulles. Nous avons donc fait une étude "statistique" en prenant un nombre important de films, obtenant ainsi une gamme assez large de taille de bulles. Ainsi nous avons réalisé 80 fois l'expérience de remontée d'une bulle unique avec notre fluide de PEO et 100 fois avec le glycérol.

Pour ce qui est du PEO, nous avons observé 3 différents régimes de remontée de bulles (figure 5) :

- Le premier régime, pour des petits volumes injectés ($V < 0.1\text{mL}$), sont des petites bulles qui sont relativement sphériques. Dans ce cas, les phénomènes de capillarité sont importants et donc maintiennent la bulle dans cette forme.
- Pour le deuxième régime, lorsque l'on augmente le volume des bulles ($0.1 < V < 0.4\text{mL}$), on obtient un changement de forme. Les bulles présentent une "queue" qui est cuspée, à savoir qui présente une singularité. Ce phénomène vient de la diminution de l'importance de la capillarité et du fait que l'on change de régime hydrodynamique. Cette singularité (cusp) a été largement étudiée en trois dimensions pour des fluides complexes [1, 9]. Ce phénomène s'explique par le fait que l'on a un fluide complexe, qui présente donc un temps de relaxation (voir Annexe B). Ainsi lorsque la bulle traverse la couche de fluide, elle écarte les enchevêtrements de polymères, qui mettront un certain temps à relaxer à l'arrière de la bulle. Ceci va laisser place à une dépression à l'arrière de la bulle, ce qui fait en sorte que cette dernière présente une singularité.
- Le troisième régime est observé lorsque l'on augmente encore la taille des bulles ($V > 0.4\text{mL}$). On observe alors des oscillations ou, selon les cas, une fragmentation de la bulle. Je décrirai plus en détail ce phénomène dans la partie 4.3.

La figure 6 nous montre le cas d'une bulle qui fragmente dans un premier temps, donnant naissance à une petite bulle ronde, puis se met à osciller.

Pour le glycérol, on obtient des bulles qui ont des formes très différentes : elles ne présentent pas de singularité et ont un front beaucoup moins plat, comme le montre la figure 5. De plus, nous n'avons pas observé d'oscillations pour les bulles dans le glycérol, en régime stationnaire.

3.2 Analyse d'image

Lors de la réalisation de l'expérience, nous obtenons des images brutes non traitées. Afin d'obtenir des résultats quantitatifs, il a fallu commencer par écrire un script Matlab permettant d'analyser les

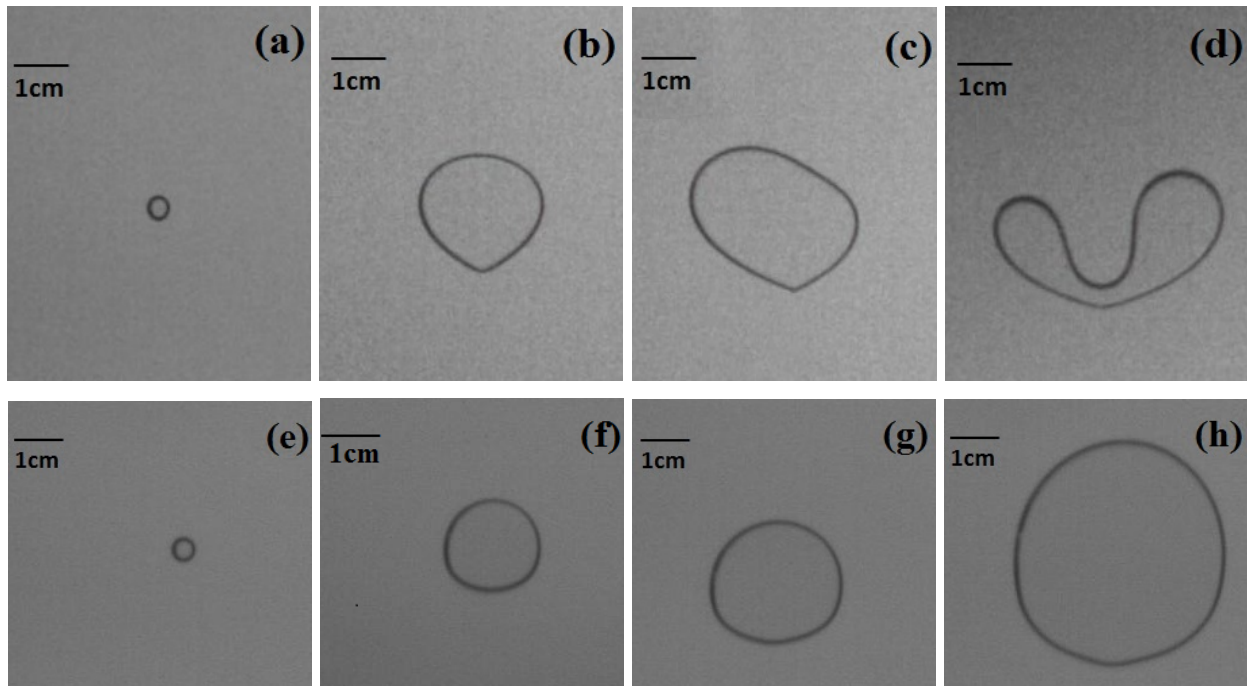


FIGURE 5 – Différentes formes de bulles pour le PEO (a-d) et pour le glycérol (e-h). On a pour le PEO d'après notre classification, (a) petite bulle ronde, (b) bulle cuspidée non-oscillante, (c) bulle oscillante, (d) bulle fragmentant. De la gauche vers la droite le volume augmente.

images pour ainsi remonter aux grandeurs recherchées, comme par exemple le volume de la bulle, ou encore sa vitesse. Je vais présenter dans cette partie la façon dont l'analyse d'images a été effectuée.

- Dans un premier temps, une méthode typique pour analyser une image est de la binariser, pour cela nous avons soustrait le fond de l'image à l'image que l'on souhaitait traiter (figure 7 (a) et 7 (b)). Nous avons pris une photo du fond avant de réaliser l'expérience. Après soustraction, si l'image est assez contrastée, on obtient une image où seule la bulle apparaît (figure 7 (b)).

- Une fois le fond soustrait, on choisit une valeur seuil pour laquelle on considérera qu'au dessus de cette valeur on binarise l'image à une valeur de 1, et en dessous on binarise à une valeur de 0. On obtient alors la figure 7 (c) .

- On utilise ensuite la fonction *contour* . Cette fonction calcule les gradients dans l'image et me permet ainsi de "détecter" le contour des bulles binarisées.

- Nous enregistrons alors pour chaque image la forme de la bulle ou des bulles (si fragmentation). Pour indexer les bulles (lorsqu'il y a plusieurs bulles sur la même image) nous utilisons un critère de distance entre les centres de masse. Une fois obtenues toutes les formes et les positions des bulles en fonction du temps, nous pouvons alors analyser les données.

Les deux premiers paramètres calculés sont la surface apparente des bulles, qui permet de remonter au volume de celles-ci, et la position du centre de masse, qui permet de remonter à la vitesse de la bulle. La figure 8 montre un exemple de l'évolution verticale du centre de masse de la bulle. On voit que le profil est linéaire tout au long de la remontée.

Pour calculer la vitesse verticale on a considéré une simple régression linéaire. Une première observation que l'on peut faire est que même au début de l'acquisition la vitesse semble constante, ce qui nous indique que l'on a atteint rapidement le régime stationnaire, qui est défini comme le régime où la bulle remonte à vitesse constante (et donc que la somme des forces appliquées est nulle).

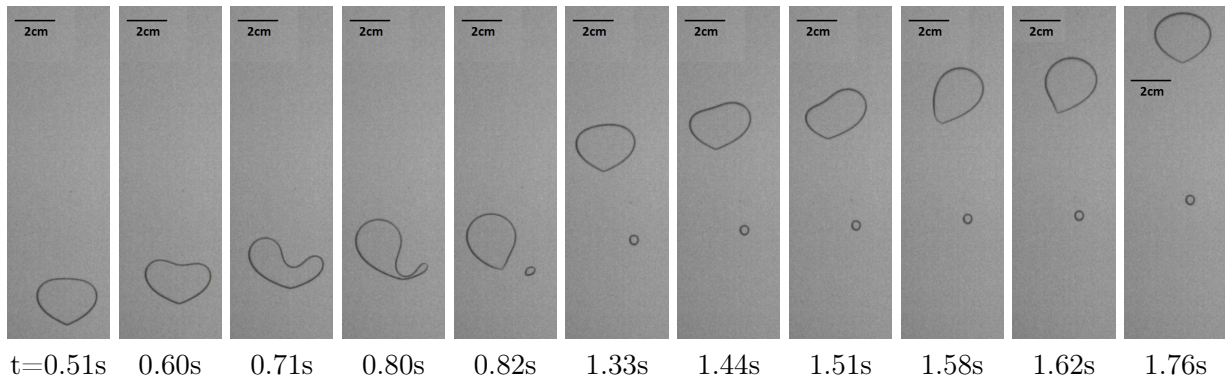


FIGURE 6 – Exemple d’une bulle dans le PEO [100C*, $V=0.8\text{mL}$] qui fragmente et puis oscille (les images ne sont pas à des fréquences régulières).

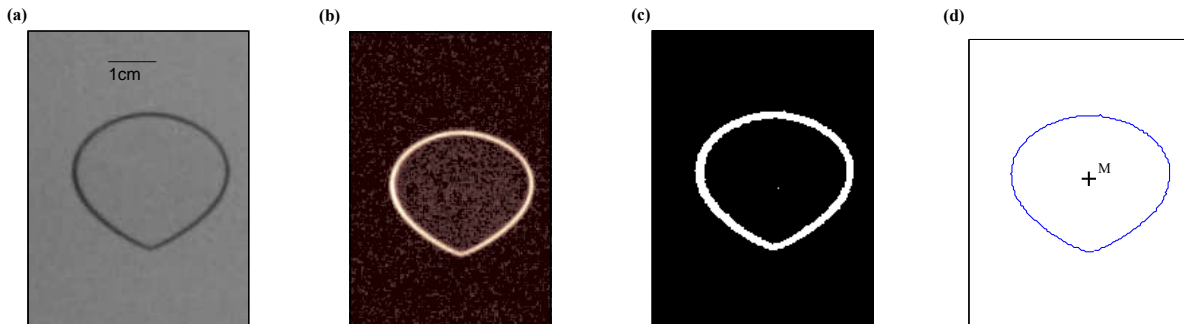


FIGURE 7 – Les différentes étapes du traitement d’image (l’échelle est la même sur les 4 figures). (a) Image initiale, (b) Image moins le fond, (c) Image après seuillage, (d) Détection du contour et du centre de masse.

Pour calculer la surface S de la bulle, j’ai utilisé une fonction Matlab déjà codée, *polyarea*, qui donne la surface d’un polygone en connaissant ses arêtes. On remonte alors au volume qui correspond à la surface apparente multipliée par l’écartement entre les deux plaques, $V = S.e$.

4 Résultats expérimentaux

4.1 Vitesse de remontée

La première chose à laquelle nous nous sommes intéressés est la relation entre la vitesse de remontée et le volume pour les différentes tailles de bulles. Comme nous l’avons montré dans la première partie, nous avons négligé la couche de lubrification et donc le volume des bulles correspond juste à la surface multiplié par le gap. Nous utiliserons donc plutôt la surface que le volume par la suite.

Pour l’ensemble de nos expériences nous avons tracé la vitesse de remontée de la bulle, U , en fonction de sa surface apparente. Les résultats sont présentés en figure 9a.

La première observation que l’on peut faire est que la courbe pour le glycérol est en dessous de la courbe pour le PEO pour les régimes à grande vitesse. Ceci est cohérent avec les mesures rhéologiques que nous avons effectuées, étant donné que le glycérol est plus visqueux que la solution de PEO lorsque l’on est plus cisailé. Pour des petits cisaillements (faible vitesse), les deux fluides ont le même ordre de grandeur de viscosité, et on a alors les courbes qui se superposent.

La deuxième chose à noter est la séparation assez nette entre les différents régimes pour la solution

de PEO. Pour des bulles d'une surface inférieure à $0,5 \text{ cm}^2$, on a toujours les bulles de forme arrondie. Entre $0,5 \text{ cm}^2$ et 2 cm^2 , les bulles sont cuspidées et n'oscillent pas. Pour $S > 2 \text{ cm}^2$, les bulles se mettent à osciller et parfois, se fragmentent. On observe cependant une superposition entre le domaine où les bulles sont cuspidées et ces bulles oscillantes, que nous discuterons plus en détail dans la partie 4.3.

Pour le glycérol, nous n'observons pas d'oscillation, et toutes les bulles sont soit arrondies soit légèrement aplaties (figure 5).

Pour mieux visualiser cela, on peut tracer ces mêmes courbes en échelle log-log, ceci est présenté en insert de la figure 9a. Grâce à ce changement d'échelle, on voit clairement apparaître deux régimes distincts avec une brisure de pente aux environs de $0,5 \text{ cm}^2$ pour le glycérol et de 1 cm^2 pour le PEO.

On peut alors s'intéresser aux valeurs des nombres sans dimension à la transition entre les deux régimes qui sont présentées tableau 5.

Nombre	Re	Bo	Ca
PEO	7.8	1.86	0.12
Glycérol	5.6	2.06	0.08

TABLE 5 – Nombres sans dimension à la transition.

4.2 Modèle de sédimentation

Pour estimer l'ordre de grandeur de la vitesse de remontée des bulles, on peut écrire un modèle simplifié dit de "sédimentation".

On voit sur la figure 8 que l'on atteint très rapidement un régime stationnaire pour la vitesse de remontée de la bulle et on peut donc faire un bilan des forces appliquées à la bulle : la poussée d'Archimède $\rho g V$ et la force de frottement visqueux, appelée force de Stokes. Cette dernière s'écrit $F_s = \frac{1}{2} \rho C_D U^2 e d$, le produit $e d$ correspondant à la surface efficace de la bulle et C_D étant le coefficient de traînée. Ce bilan s'écrit alors

$$-\rho g V + \frac{1}{2} \rho C_D U^2 e d = 0 \quad (4)$$

En première approximation, on écrit que $V = \pi d^2 e$ et en inversant la relation précédente, on obtient que

$$U = \sqrt{\frac{2\pi g d}{C_D}}. \quad (5)$$

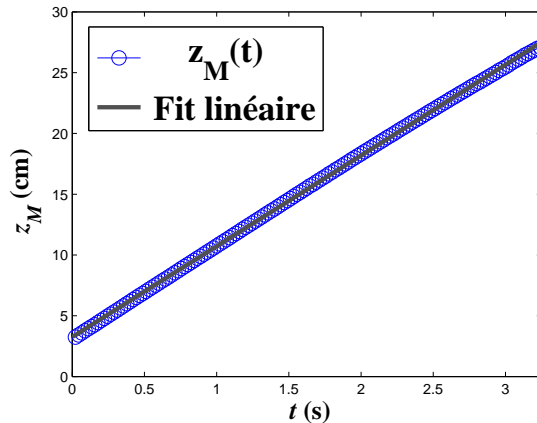


FIGURE 8 – Position verticale du centre de masse M de la bulle z_M , en fonction du temps t .

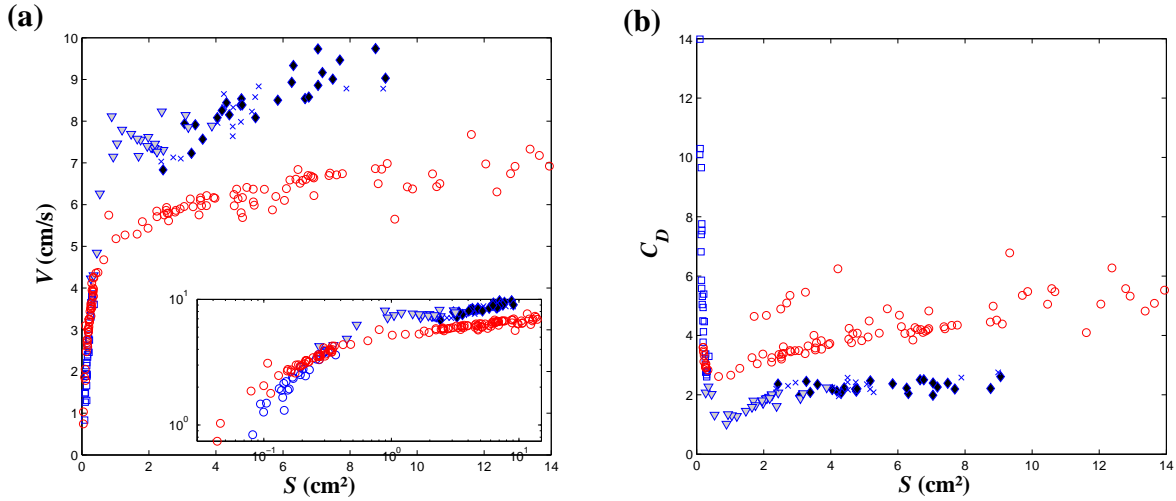


FIGURE 9 – (a) Vitesse U et (b) Coefficient de traînée C_D , en fonction de la surface apparente S de la bulle. [glycérol (88%) : \circ], [PEO (100C*) : (\square , bulles rondes), (∇ : bulles cuspidées non-oscillantes), (\diamond , bulles oscillantes), (\times bulles qui fragmentent)]. La courbe en insert de (a) est en échelle log-log.

Pour un cylindre à Reynolds proche de 5 il a été montré que le coefficient de traînée était de l'ordre de 5. On a alors une estimation de la vitesse limite, qui est proportionnelle à \sqrt{d} et qui pour $d=1\text{cm}$ sera de l'ordre de $3.5\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, ce qui est le bon ordre de grandeur.

Le modèle de sédimentation reste tout de même très simplifié, étant donné qu'il est valable uniquement pour des bulles non confinées. Si on réécrit la vitesse alors estimée, cette fois en fonction de la surface de la bulle, on a

$$U = \sqrt{\frac{2\pi g}{C_D}} \sqrt[4]{\frac{S}{\pi}}. \quad (6)$$

En inversant cette relation, on obtient que le coefficient de traînée est donné par

$$C_D = \frac{2g\sqrt{\pi}}{U^2} \sqrt{S}. \quad (7)$$

La figure 9b nous donne ce coefficient de traînée en fonction de la surface des bulles. On obtient que le coefficient de traînée augmente très légèrement avec la surface et que l'ordre de grandeur de C_D est de 4 pour le glycérol et de 2 pour le PEO. Les courbes pour le coefficient de traînée autour d'un cylindre régulier indéformable en fluide newtonien non confiné ont été tracées dans [10]. On a alors pour un Reynolds de l'ordre de 10, un coefficient de traînée qui est de l'ordre de 4. On voit que l'on est dans le bon ordre de grandeur, mais légèrement au-dessous. Cela peut être dû au fait nos bulles sont déformables, que l'on est confiné et que le fluide est non-newtonien.

4.3 Oscillations et fragmentation

4.3.1 Observations

Comme nous l'avons vu précédemment, lorsque les bulles sont assez grandes, elles se mettent à osciller, voire à fragmenter, et nous allons nous pencher sur l'analyse de ce phénomène. Ces oscillations sont clairement visibles lorsque l'on trace la position latérale du centre de masse en fonction du temps comme le montre la figure 10a.

Des oscillations de bulles montantes ont déjà été observées, notamment en premier par Léonard De Vinci, dans de l'eau. Ce problème a été étudié en détail dans [2]. Il est montré que quand ces oscillations existent elles ont une période bien définie. Ces oscillations sont dues à des instabilités dans le sillage de la bulle qui se développent à des nombres de Reynolds importants. Or notre fluide est beaucoup plus visqueux que l'eau ce qui laisse à penser que ces instabilités de sillage ne peuvent pas se développer.

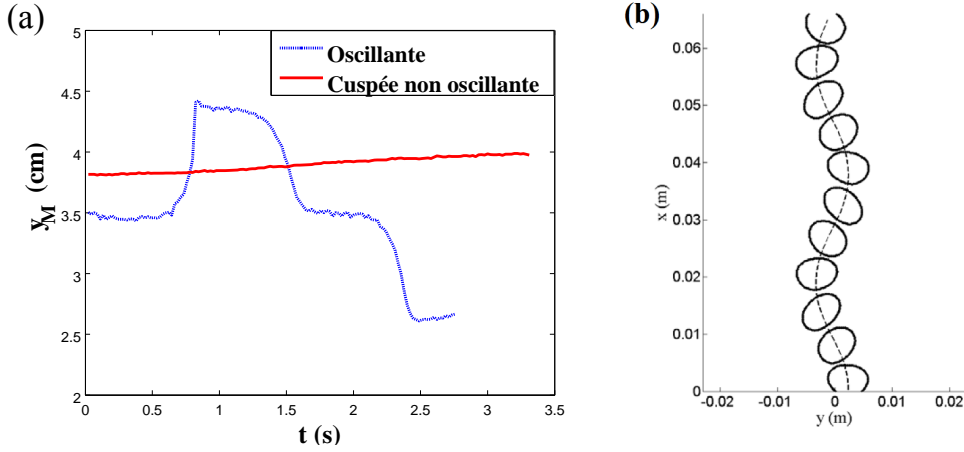


FIGURE 10 – Les deux différents types d’oscillations. (a) Position latérale du centre de masse en fonction du temps dans le PEO, (b) Oscillation observée dans l’eau, courbe tirée de [2].

Nous n’avons d’ailleurs pas observé de périodicité des oscillations dans notre fluide, nous devons donc chercher d’autres interprétations à l’instabilité développée pour nos bulles.

Dans notre cas le développement des oscillations des bulles se fait de la manière suivante : la bulle (qui est assez grosse et cuspée) monte à vitesse constante, puis le front s’aplatit selon un certain angle α_f (figure 11). Cet aplatissement peut se former à gauche, à droite ou bien au centre de la bulle qui formera alors un front horizontal. Ainsi lorsque le front s’aplatit, tout se passe comme s’il y avait un obstacle qui gênait l’avancée de la bulle. Quand le front plat est sur le côté gauche de la bulle, celle-ci va se déformer et avoir une composante des vitesses vers la droite. On aura alors un déplacement du centre de masse vers la droite et la bulle, une fois l’instabilité dissipée, reprendra sa forme initiale et une trajectoire verticale.

Un point plus subtil est lorsque le front devient horizontal. Le centre du front va arrêter d’avancer alors que les côtés de la bulle vont continuer et on aura ainsi fragmentation de la bulle. Ceci est montré en figure 5d.

4.3.2 Analyse du front de déstabilisation

Pour étudier de manière plus précise cette déformation du front, nous nous sommes intéressés à savoir comment ce front se déformait. Pour cela il a fallu estimer sur quelle largeur le front s’aplatissait et selon quel angle. La définition de cet angle est donnée en figure 11a. La forme des bulles avait déjà été obtenue précédemment avec le script de détection présenté en section 3.2. La question était alors de trouver un critère pour dire si le front est plat ou non, ainsi que de calculer l’angle que faisait le front avec l’horizontale.

Dans un premier temps il a fallu définir le front de la bulle, pour cela on a considéré un critère sur les extremum horizontaux, comme le montre la figure 11b. On considère que le front est la courbe reliant y_{min} et y_{max} . On a ensuite choisi de manière empirique une longueur minimale critique à partir de laquelle on considèrerait que le front était plat. Nous avons choisi une longueur $l_{min} \sim 0,9$ cm. Ensuite nous avançons le long du front point par point en faisant une régression linéaire à partir du point noté i sur un nombre n de points suivants. Tant que l’écart entre le front et la régression linéaire est inférieure à une valeur seuil δ , on passe à une régression sur les $n + 1$ points suivants. Lorsque le seuil est dépassé, on enregistre le nombre de points n sur lequel on a fait la régression et on passe au point $i + 1$. Lorsque l’on a balayé tout les points du front, le maximum des n enregistré nous donne la longueur maximale sur laquelle le front est plat pour l’image en question, notée l_f . Si cette longueur est supérieure à l_{min} on considère que le front est plat entre le point i et le point $i + n$, sinon on considère que la bulle ne présente pas de front plat. En connaissant la pente de la régression linéaire au point i on peut alors

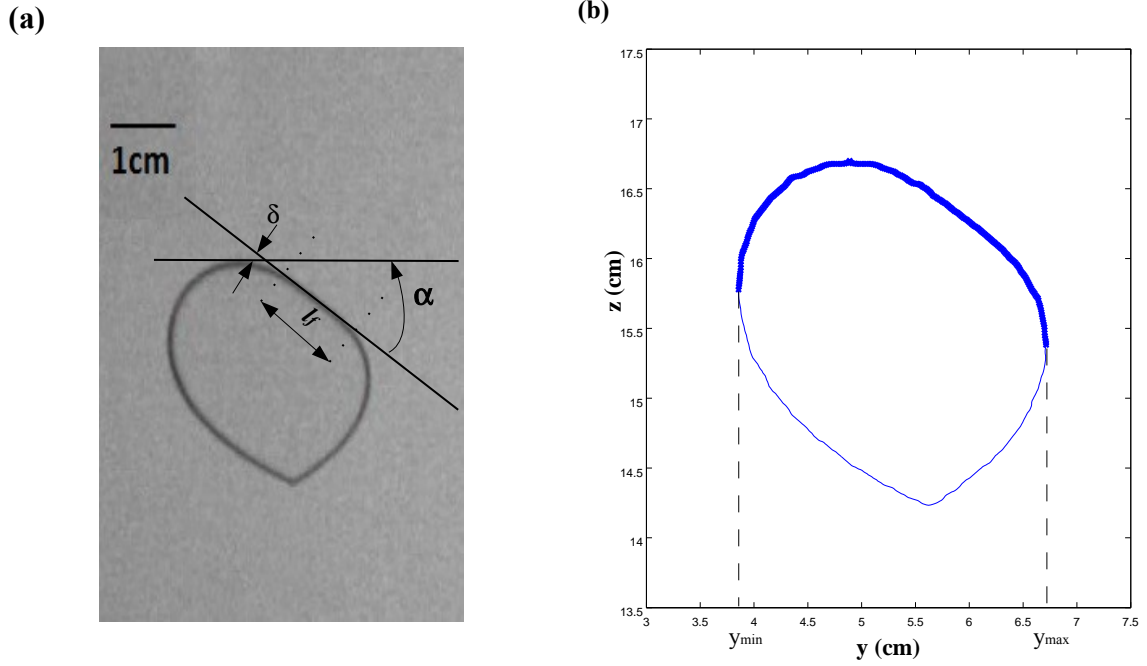


FIGURE 11 – (a) Définition de l'angle du front et des paramètres l_c et δ , (b) Définition du front de la bulle.

remonter à l'angle α_f .

En itérant ce processus sur toutes les images, on obtient finalement la largeur du front de la bulle et l'angle de ce front en fonction du temps. Ceci est présenté en figure 12. Les courbes représentées correspondent à la même vidéo qu'en figure 6. On observe pour la largeur du front trois pics, le premier correspondant à une fragmentation de la bulle, les deux autres à des oscillations (la dernière oscillation arrive à la fin de la vidéo et n'est pas visible sur la figure 6). Grâce à cette méthode nous avons déterminé un critère nous permettant de dire si on a l'instabilité d'oscillations qui se développe ou non.

La courbe 12b nous donne l'angle que le front fait avec l'horizontale lorsque l'on a oscillation ou fragmentation. On remarque que lorsque l'angle mesuré est de part et d'autre de la valeur 0, on a une fragmentation de la bulle ; lorsque la valeur de cet angle est positive, on a une oscillation vers la droite et lorsqu'elle est négative, la bulle oscille vers la gauche. Ceci a été vérifié sur d'autres courbes et pas uniquement sur celle présentée ici. On peut donc grâce à cela savoir si la bulle a fragmenté ou oscillé, et dans quelle direction elle l'a fait.

Ce travail sur le calcul de l'angle de front et de sa largeur a eu pour but de mettre des grandeurs quantitative sur ce phénomène d'instabilité observé, mais nous n'avons pas pour l'instant réussi à relier ces grandeurs mesurées avec des phénomènes physiques. Ceci fera partie des premières choses à développer en septembre. Nous avons cependant tenté d'interpréter l'instabilité sans pouvoir réellement la quantifier et c'est ce que je vais présenter maintenant.

4.3.3 Interprétations physiques

Nous avons interprété ce phénomène d'oscillations via deux principes, un premier qui est de l'instabilité de Saffman-Taylor (digitation visqueuse) et le deuxième qui vient du fait que la solution de PEO est une solution rhéofluidifiante.

Le fait que la solution de PEO est rhéofluidifiante signifie que les zones les plus cisailées sont moins visqueuses, or ces zones correspondent aux bords de la bulle. Ceci est une conjecture et il faudrait le vérifier expérimentalement ce que je ferai à la rentrée par une méthode de vélocimétrie (PIV). Si

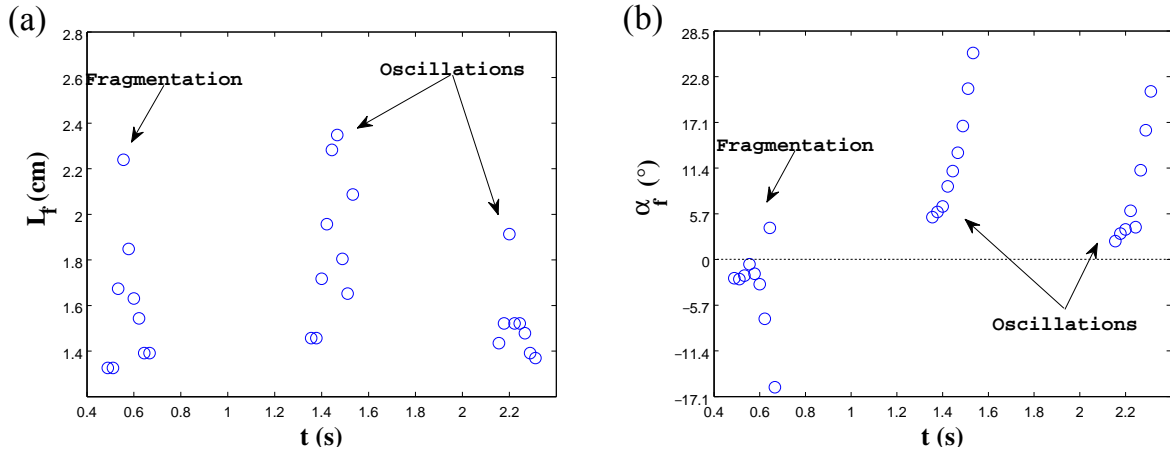


FIGURE 12 – Largeur l_f et angle α_f du front en fonction du temps pour la bulle présentée en figure 6. [PEO 100C*, $V=0.8\text{mL}$].

on suppose que cela est vrai, cela signifie que les bords de la bulle avancent plus vite que le front. Cependant les bulles ne se déforment pas en continu mais avancent de manière stationnaire avant d'osciller. Ce sont les effets capillaires qui maintiennent la bulle dans sa forme lorsque l'on est en régime stationnaire et assurent la stabilité de la forme de la bulle.

Pourtant on observe bien des oscillations, et c'est là qu'intervient le phénomène de digitation visqueuse, appelé instabilité de Saffman-Taylor [11].

Le phénomène de digitation visqueuse apparaît lorsque l'on a deux fluides de viscosités différentes qui s'interpénètrent. Lorsque la surface entre les deux fluides est plane via la tension superficielle, une instabilité apparaît et on a alors une déformation de la surface qui va prendre des formes de doigts (Annexe C). Dans notre cas, le moteur de l'instabilité vient d'une compétition entre la tension de surface qui maintient la bulle dans sa forme initiale, et la loi de Darcy qui exprime la vitesse locale des fluides en fonction des gradients de pression et de la viscosité. Ainsi le nombre capillaire ($Ca = \eta U / \sigma$) compare les forces visqueuses et les forces capillaires et c'est ce nombre qui nous informera sur la possibilité pour ces instabilités de se développer ou non.

On a vu dans la figure 9 que cette instabilité se développe pour des vitesses de l'ordre de $7\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, ce qui correspond à un nombre capillaire de l'ordre de $Ca \sim \frac{7 \cdot 10^{-2} \cdot 100 \cdot 10^{-3}}{60 \cdot 10^{-3}} \sim 0.17$. La surface à la transition est de l'ordre de 2.5cm^2 , on peut donner la valeur des autres nombres sans dimension à cette transition : $Re = 12.5$ et $Bo = 2.97$.

La subtilité de l'affaire est que pour que ce phénomène apparaisse il faut avoir une interface plane. Ainsi pour les bulles dans la solution de PEO qui est rhéofluidifiante, on a naturellement le front plat car le cisaillement est plus faible au niveau du front alors que pour les bulles de glycérol, le front n'est pas assez plat pour que l'instabilité se développe. On voit pour le glycérol l'interface qui parfois se déforme légèrement, ce qui témoigne du fait que l'on a des débuts d'instabilités, mais celles-ci ne se développent pas.

4.3.4 Comparaison avec l'instabilité de Saffman-Taylor

Pour aller un peu plus loin nous avons comparé la largeur du front plat à la théorie de l'instabilité de Saffman-Taylor, pour les bulles qui fragmentent. Pour cela nous avons regardé la largeur du front l_{f-calc}^{max} au moment de l'inversion de courbure du front, qui correspond au maximum du pic de fragmentation de la figure 12a. Nous avons effectué cela sur 9 bulles différentes qui fragmentent, en prenant uniquement le pic de fragmentation et non pas les pics d'oscillations. Pour vérifier que le résultat obtenu par le calcul Matlab était correct. Nous avons également estimé la largeur du front à la main l_{f-img}^{max} directement sur les images. Ceci est présenté en figure 13a. On remarque que le traitement informatique surestime la largeur du front par rapport à celle mesurée "à la main". L'estimation que l'on a faite des barres

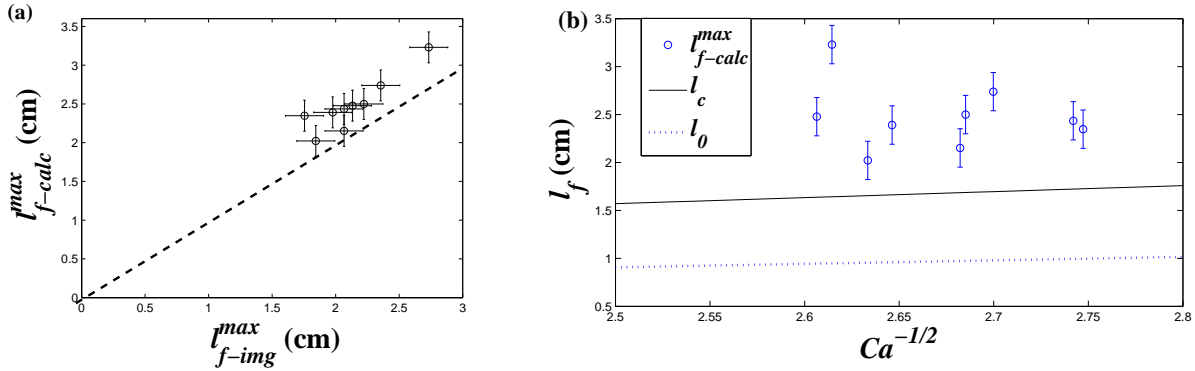


FIGURE 13 – (a) Comparaison entre la largeur de front l_{f-calc}^{max} calculée et celle mesurée "à la main" sur les images l_{f-img}^{max} . (b) Largeur du front calculé l_{f-calc}^{max} en fonction de $1/\sqrt{Ca}$. La droite en pointillés correspond à l_0 et celle en trait plein à l_c (théorie de Saffman-Taylor, voir texte).

d'erreur est de 1.5mm pour l_{f-img}^{max} et de 2mm pour l_{f-calc}^{max} . On voit que dans notre cas l'ordre de grandeur de la taille du front au changement de courbure est compris entre 2 et 3 cm.

On peut alors relier cette valeur au nombre capillaire et à la longueur d'onde de développement de l'instabilité de Saffman-Taylor dans le cas simple qui est présenté en annexe C. Pour le développement de cette instabilité, on a deux longueurs caractéristiques : $l_0 = \pi e / \sqrt{3Ca}$ et $l_c = \pi e / \sqrt{Ca}$.

l_0 est la longueur d'onde minimale à partir de laquelle l'instabilité peut se développer, l_c est la longueur d'onde qui maximise le taux de croissance et donc qui aura le plus d'importance dans le phénomène de digitation. Ces grandeurs sont représentées en fonction de $1/\sqrt{Ca}$ dans la figure 13b. On a également placé dans cette figure les valeurs du front maximal calculé avec matlab.

On remarque premièrement que la valeur de l_0 est pour les plus petites bulles qui fragmentent de l'ordre de 0.95 cm. On avait pris pour notre script une valeur pour laquelle on considèrerait le front plat de $l_{min}=0,9$ cm. On remarque qu'il y avait une certaine cohérence à choisir cette valeur de l_{min} . En dessous de celle-ci l'instabilité n'aurait de toute manière pas pu se développer, le front étant plus court que la longueur d'onde minimale.

Pour ce qui est de l_c , pour notre gamme de nombre capillaire, sa valeur est plutôt de l'ordre de 1,6cm. La mesure expérimentale de l_f lors de la fragmentation des bulles donne une taille du front systématiquement supérieure à cette longueur. Ainsi l'instabilité peut se développer avec son plus grand taux de croissance.

Pour résumer, lorsque les bulles sont trop petites le front n'est pas assez plat pour que l'instabilité se développe. Lorsque le front a une taille comprise entre l_0 et l_c , l'instabilité a la possibilité de se développer, mais avec un taux de croissance trop faible ce qui fait que la bulle se met à osciller. Pour les bulles avec un front plat de taille supérieure à l_c , l'instabilité peut se développer suffisamment vite pour que la fragmentation ait lieu.

Nous avons donc montré ici qu'une cause probable de fragmentation est l'instabilité de Saffman-Taylor. Afin de réaliser une comparaison plus quantitative, il aurait fallu mesurer la longueur d'onde de développement λ de l'instabilité (voir figure 14), mais étant donné la forme des bulles je n'ai pas eu le temps d'écrire un programme calculant ceci de manière précise, et ce sera l'objet de mon travail en septembre.

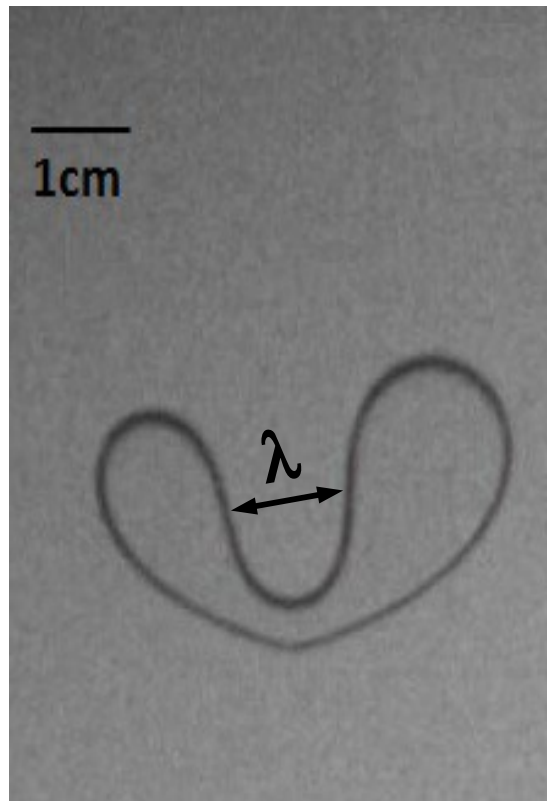


FIGURE 14 – Longueur d’onde λ de développement de l’instabilité, que l’on essaiera de relier à l’instabilité de Saffman-Taylor.

Conclusion

Au cours de ce stage de 4 mois, je me suis intéressé à la remontée de bulles dans un fluide complexe, confinées en cellule de Hele-Shaw verticale. Ces bulles étant confinées à deux dimensions nous pouvons nous attendre à des comportements insolites qui ne sont pas encore étudiés. Le stage s’est déroulé en trois grandes parties : la mise en place de l’expérience, la caractérisation des fluides utilisés et finalement l’étude de la dynamique remontée de la bulle.

Les deux fluides utilisés pendant ce stage sont une solution de PEO qui est un polymère et qui présente un caractère de fluide complexe rhéofluidifiant et le glycérol qui lui est un fluide newtonien. La caractérisation s’est faite sur deux aspects, une étude des propriétés rhéologiques nous donnant des informations sur la viscosité du fluide, et une étude sur la tension superficielle de ces fluides ce qui influe sur la forme des bulles.

Pour l’expérience de remontée d’une bulle unique dans une solution de polymère (PEO), nous avons observé trois différents régimes : lorsque les bulles sont de petite taille, celles-ci ont une forme arrondie, lorsque l’on augmente la taille elles changent de forme et il apparaît une singularité en queue de la bulle, et finalement au-dessus d’un certain seuil, une instabilité apparaît. La bulle n’a plus alors une trajectoire rectiligne mais se met à osciller voire à fragmenter.

L’analyse de la vitesse de remontée des bulles en fonction de leur volume montre deux régimes différents : en-dessous d’une taille critique, il y a une augmentation importante de la vitesse des bulles en fonction de leur taille, au-dessus, on observe une saturation venant de la compétition entre force de frottement et poussée d’Archimède.

L'étude s'est alors portée sur le régime des grosses bulles, ce régime présentant des oscillations non intuitives. Des oscillations dans la trajectoire de bulles dans de l'eau avait déjà été observées par Léonard de Vinci au début du 16ème siècle mais ces oscillations avaient lieu dans des fluides beaucoup moins visqueux et nous pensons ne pas avoir à faire au même phénomène ici. Ces oscillations font ici plutôt penser à des instabilités de type Saffman-Taylor (digitation visqueuse) couplées au caractère rhéofluidifiant du fluide, qui apparaissent lorsque la bulle est suffisamment grande. Nous avons relié la taille de la déstabilisation à celle rapportée pour l'instabilité de Saffman-Taylor, et nous avons trouvé que cette explication semble cohérente.

La modélisation propre du phénomène reste à faire et sera ce qui m'occupera en premier lieu au cours de la thèse qui va suivre et qui débutera en septembre 2014.

Pour les perspectives à plus long terme, nous nous intéresserons à l'étude d'interaction entre des bulles et des obstacles pour étudier les phénomènes de coalescence et de fragmentation.

Références

- [1] D. Funfschilling, *Dynamique des bulles dans des fluides rhéologiquement complexes*, Thèse de l'Institut National Polytechnique de Nancy (1999).
- [2] M. Roudet, *Hydrodynamique et transfert de masse autour d'une bulle confinée entre deux plaques*, Thèse de l'université de Toulouse (2008) .
- [3] P. Oswald, *Rhéophysique, ou comment coule la matière*, Belin (2005).
- [4] A. Agrawal, *Surface tension of polymers*, <http://web.mit.edu/nmf/education/wettability/summerreading-2005short.pdf> (2005).
- [5] D.J. Kuzmenka and S. Granick, On the collapse of poly(ethylene oxide) monolayers. Subphase of aqueous electrolyte, *Polymer Communications*, **29**, p.64-66 (1988).
- [6] B. Song and J. Springer, Determination of Interfacial Tension from the Profile of a Pendant Drop Using Computer-Aided Image Processing, Theoretical, *Journal of Colloid and Interface Science*, **184**, p.64-76 (1996).
- [7] B. Song and J. Springer, Determination of Interfacial Tension from the Profile of a Pendant Drop Using Computer-Aided Image Processing, Experimental, *Journal of Colloid and Interface Science*, **184**, p.77-91 (1996).
- [8] J.B. Segur and H.E. Oberstar, Viscosity of Glycerol and its aqueous solutions, *Industrial and Engineering Chemistry*, **Vol 43** , **No 9**, p.2117-2120 (1951).
- [9] A. Belmonte, Self-oscillations of a cusped bubble rising through a micellar solution, *Rheologica Acta*, **39**, p.554-559 (2000).
- [10] D. Huilier, *Vitesse de sédimentation particulière*, http://www.daniel-huilier.fr/Enseignement/IUFM/Documents_Pedagogiques/TP2_3_Physique/Principe_de_Sedimentation.pdf (2005).
- [11] P. G. Saffman and G. Taylor, The Penetration of a Fluid into a Porous Medium or Hele-Shaw Cell Containing a More Viscous Liquid, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, **Vol 245**, **No 1242**, p.312-329 (1958)
- [12] A. Lindler, *L'instabilité de Saffman-Taylor dans les fluides complexes : relation entre les propriétés rhéologiques et la formation de motifs*, Thèse de l'université Paris VI (2000).

Annexes

A Couche de Lubrification

Le calcul que je vais présenter ici a été effectué dans [2], et permet d'exprimer la taille de la couche de lubrification entre la bulle et les plaques. Les notations correspondent à celles présentées en figure 1(b).

On suppose que la bulle se déplace à la vitesse U , et que h correspond à l'épaisseur de la couche de lubrification. Cette épaisseur est constante tant que l'on est loin du ménisque. Si les conditions de non glissement sont vérifiées, le fluide a une vitesse nulle en $x = e/2$ et une vitesse U en $x = e/2 - h$ (on a le problème symétrique en $-e/2$ et $-e/2 + h$).

En définissant la longueur capillaire $l_{cap} = \sqrt{\sigma/\rho g}$, on peut estimer cette longueur qui est de l'ordre de 2.4 mm. L'écart entre les deux plaques étant inférieur à cette longueur, les effets capillaires dominent par rapport à la viscosité. On peut alors considérer que le bord de la bulle a un rayon de courbure constant qui est donné par $r_c = e/2 - h$ dans le plan (Oxz) , et un rayon de courbure de $d/2$ dans le plan (Oyz) . On a alors au raccordement entre ces deux rayons de courbures, un ménisque dit dynamique d'une longueur l_m (voir figure 1b) dans lequel on a une variation de pression due à la loi de Laplace. Cela représente une variation d'amplitude de pression de $\sigma(1/r_c + 2/d) = \sigma(2/e + 2/d)$.

Ce gradient de pression qui est créé va être compensé par les forces hydrodynamiques inertielles et visqueuses. En prenant comme longueur caractéristique l_m selon z et h selon x , on peut écrire alors un bilan des forces au niveau de la zone de raccordement comme étant

$$\frac{\eta U}{h^2} + \frac{1}{l_m} \rho U^2 = \frac{1}{l_m} \sigma \left(\frac{1}{r_c} + \frac{2}{d} \right) . \quad (8)$$

En négligeant le terme inertiel face au terme visqueux, et en sachant que l'on a e petit devant d , le bilan se réécrit $\eta U/h^2 \sim (\sigma/r_c l_m)$.

La courbure dans la zone du ménisque étant suffisamment plate, on peut l'écrire en première approximation comme $1/r_c \sim h/l_m^2$. En combinant les deux dernières équations avec le nombre capillaire $Ca = \eta U/\sigma$, on obtient que $(l_m/r_c)^3 \sim Ca$. En notant que $r_c = e/2 - h$, on peut inverser cette dernière équation et on obtient

$$\frac{h}{e} \sim \frac{Ca^{2/3}}{1 + Ca^{2/3}} . \quad (9)$$

B Fluide complexe

Il existe deux grandes familles de fluides, les fluides newtoniens, dont la viscosité ne dépend pas des contraintes imposées au fluide, et les fluides non-newtoniens, comme la solution de PEO, qui eux ont une viscosité dépendant de la façon dont le fluide est contraint. La figure 15 montre les grandes familles de fluides.

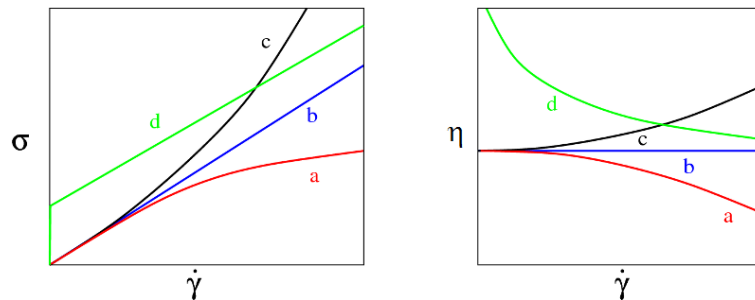


FIGURE 15 – Courbes de rhéologie pour les différents types de fluides(voir texte).

La figure de gauche représente la contrainte que l'on impose au fluide (σ) en fonction du taux de cisaillement ($\dot{\gamma}$) pour 4 type de fluides différents. La viscosité η est défini comme $\sigma = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma}$. On a alors la figure de droite qui elle représente la variation de viscosité en fonction du taux de cisaillement pour ces 4 mêmes fluides. On voit donc que pour les 4 différents fluides la viscosité n'est pas toujours constante.

- Le fluide (a) a une viscosité qui diminue avec le taux de cisaillement ce sera un fluide appelé *rhéofluidifiant*.
- Le fluide (b) a une viscosité constante, c'est la définition d'un fluide *newtonien*.
- Le fluide (c) a une viscosité qui augmente, il est *rhéoépaississant*.
- Le fluide (d) a une viscosité qui diverge à cisaillement nul, c'est ce qu'on appelle un *fluide à seuil* : si la contrainte seuil n'est pas atteinte, le fluide ne coule pas.

Une autre propriété de certains fluides complexes est leur temps de relaxation. Contrairement aux fluides newtoniens, les fluides complexes peuvent présenter des phénomènes de relaxation à savoir que leurs propriétés physiques, comme par exemple la viscosité, ne vont pas être constantes au cours du temps mais vont dépendre de l'histoire du fluide. Ainsi lorsque l'on cisaille le fluide, sa viscosité va diminuer et lorsque l'on arrête le cisaillement il faudra attendre un certain temps avant que le fluide reprenne sa viscosité initiale. Ce phénomène s'explique par le fait que ces fluides présentent des structures internes microscopiques au niveau moléculaire, et que lorsque l'on déforme ces structures, il faut atteindre un certain temps pour qu'il y ait réarrangement dans la structure initiale.

Les fluides complexes présentent de nombreuses autres propriétés mais ce sont les propriétés de rhéofluidification et de temps de relaxation qui nous auront servi au cours de ce stage. La première explique l'instabilité qui se développe et la deuxième nous permet de comprendre la forme cuspée des bulles.

C Instabilité de Saffman-Taylor

L'instabilité de Saffman-Taylor (digitation visqueuse) est une instabilité qui se développe au niveau d'une interface plane entre deux fluides de viscosités différentes, ce qui ressemble au phénomène que nous avons observé dans notre expérience. Le calcul que je vais présenter a été effectué dans [11] et [12] et traite du cas simple de fluides newtoniens. On s'intéresse à de l'air s'avancant à une vitesse U dans un fluide newtonien visqueux en cellule de Hele-Shaw. Le schéma de principe est présenté en figure 16. L'interface initiale entre ces deux fluides est plane.

On peut alors écrire la loi de Darcy à l'interface qui relie la pression et la vitesse moyenne :

$$\mathbf{V} = -\frac{e^2}{12\eta} \nabla p . \quad (10)$$

L'incompressibilité des fluides nous donne $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$. En combinant ces deux expressions, on obtient que $\Delta p = 0$ pour chacun des fluides. On a alors $\Delta p_1 = 0$ et $\Delta p_2 = 0$. A l'interface, la composante normale des vitesses est la même pour les deux fluides et on a donc

$$U_n = \frac{e^2}{12\eta_1} (\nabla p_1)_n = \frac{e^2}{12\eta_2} (\nabla p_2)_n . \quad (11)$$

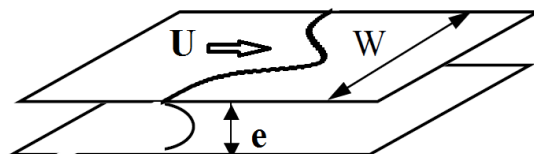


FIGURE 16 – Dispositif de Hele-Shaw et début de digitation visqueuse. Schéma tiré de [12].

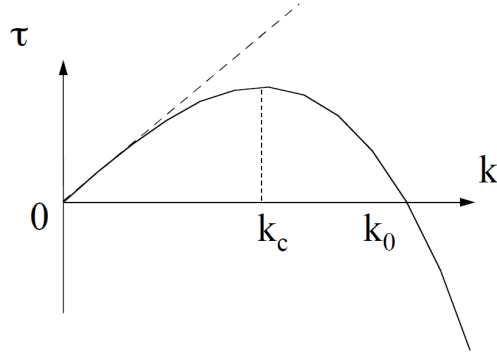


FIGURE 17 – Taux de croissance τ en fonction du nombre d'onde k . Figure tirée de [12].

On peut alors écrire la loi de Laplace à l'interface de la même manière qu'on l'avait écrite dans la partie l'annexe A. Cette loi s'écrit $\delta p = \sigma(2/e + 2/r_2)$ avec r_2 le rayon de courbure selon l'axe parallèle à U . Ici on se place dans l'hypothèse de Darcy qui suppose que $r_2 = e/2$.

Pour résoudre le problème il faut donc simplement résoudre l'équation $\delta p = 0$ ce que nous allons faire via une analyse de stabilité linéaire. On suppose que la surface est soumise à une perturbation sinusoïdale telle que le front soit de la forme $\xi = Ut + \epsilon^t \sin(ky)$. ϵ correspond à l'amplitude de la perturbation, $l = 2\pi/k$ est sa longueur d'onde et τ son taux de croissance. Si τ est positif, la perturbation sera instable et on aura développement d'une instabilité. En prenant en compte les conditions aux limites et en réinjectant cette forme dans l'équation de Laplace, on obtient une relation sur le taux de croissance qui est la suivante :

$$\tau = U|k| \left(1 - \frac{e^2 \sigma}{12\eta U} k^2 \right). \quad (12)$$

On peut alors tracer le taux de croissance τ en fonction du nombre d'onde k et on obtient la figure 17.

L'instabilité pourra se développer ($\tau > 0$) pour des nombres d'ondes k compris entre 0 et $k_0 = \sqrt{12U\eta/e^2\sigma}$, avec un maximum de τ pour $k = k_c = k_0/\sqrt{3}$. La longueur d'onde la plus instable peut donc s'écrire :

$$l_c = l_0\sqrt{3} = \frac{2\pi}{k_c} = \pi e \sqrt{\frac{\sigma}{\eta U}} = \frac{\pi e}{\sqrt{Ca}} \quad (13)$$

où $Ca = \eta U/\sigma$ est le nombre capillaire que l'on avait défini au début du rapport (section 1.2).