
Remontée de bulles dans un fluide complexe

Résumé : *Ce rapport de stage présente le travail que j'ai effectué au cours de deux mois de stage expérimental sous la direction de Valérie Vidal et Raphaël Poryles au Laboratoire de Physique de l'ENS de Lyon. Au cours de ce stage, nous nous sommes intéressés aux interactions entre différentes bulles remontant dans un fluide complexe confiné dans une cellule de Hele-Shaw. Le dispositif expérimental sera présenté ainsi que le fluide utilisé qui est une solution de polymère (PEO). Ce fluide non newtonien a été comparé avec un fluide simple newtonien (Ucon). Nous nous sommes ensuite concentré sur la remontée de bulles dans le PEO en étudiant la taille, la vitesse et la coalescence des bulles, ce qui a permis la mise en évidence d'un minimum de la hauteur de coalescence critique quand le débit varie.*

Mots clefs : *Bulles, Fluide complexe confiné, Polymère, Rhéologie*

Stage encadré par :

Valérie Vidal et Raphaël Poryles

valerie.vidal@ens-lyon.fr / tél. (+33) 4 72 72 83 75

raphael.poryles@ens-lyon.fr

Laboratoire de Physique (UMR CNRS 5672)

46 allée d'Italie 69364 Lyon CEDEX 07, FRANCE

<http://www.ens-lyon.fr/PHYSIQUE>



Remerciements

Je tiens à grandement remercier mes encadrants Valérie et Raphaël qui m'ont très bien accueilli et guidé pendant ce stage dans un domaine qui m'était inconnu jusque là, et qui ont toujours été disponibles pour répondre à mes questions.

Je remercie également mes compagnons de salle Lucas, Timothée, Marion, Jean-Christophe qui ont su autant égayer mes journées que piquer ma curiosité.

Enfin, je remercie toute l'équipe du laboratoire avec qui je me suis très bien entendu.

Table des matières

1	Dispositif expérimental	1
1.1	Description	1
1.2	Fluides utilisés	2
2	Analyse des données	4
3	Morphologie des bulles	6
4	Dynamique	9
4.1	Vitesse de remontée	9
4.2	Nombres de Reynolds et d'Archimède	9
4.3	Coefficient de traînée	11
4.4	Interaction entre les bulles	12
5	Conclusion et perspectives	13

Introduction

L'étude de la remontée de bulles dans un fluide est l'un des exemples les plus simples que l'on puisse considérer en mécanique des fluides. Cela apparaît dans de nombreux domaines et à différentes échelles telles que le dégazage sur les volcans [1], l'émission d'hydrocarbures en fond de mer [2], l'industrie du verre et les fameuses bulles de champagne [3]. Malgré l'apparente simplicité du problème, il reste encore beaucoup de pistes à explorer sur ce problème et ce pour mieux comprendre la dynamique de remontée et d'interaction de ces bulles, car elle intervient fortement dans les domaines mentionnés plus haut.

Comprendre la remontée de trains de bulles passe d'abord par la compréhension de la remontée d'une bulle unique non confinée dans différents fluides, ce qui a conduit à la publication d'études fondamentales dans le domaine. Dans un fluide simple, Zenit et Magnaudet [4] ont étudié les instabilités de sillage. Dans un fluide complexe, Hassager [5] met en évidence un l'existence d'un cusp et Belmonte [6] montre des oscillations de forme et de vitesse.

D'autres études sur la remontée de trains de bulles non confinées ont également été réalisées, tant en fluide simple [7] où beaucoup de comportements différents ont été observés donnant lieu à des bifurcations et une transition vers le chaos, qu'en fluide complexe [8, 9, 10] où des interactions en ligne et des coalescences ont été remarquées.

On peut également changer la géométrie de l'expérience et considérer des bulles confinées cette fois-ci. Il y a eu beaucoup de travaux sur la remontée d'une bulle dans un fluide simple [11, 12, 13] mais assez peu pour la remontée de bulles dans un fluide complexe [14, 15] et dans des régimes suffisamment inertiels pour voir apparaître l'instabilité de sillage.

L'objectif de ce stage de deux mois sous la direction de Valérie Vidal était d'étudier la remontée et l'interaction de bulles lorsqu'on injecte de l'air à débit constant dans une solution de fluide complexe confinée dans une cellule de Hele-Shaw verticale.

Plus précisément, nous avons voulu étudier la morphologie et la dynamique des bulles, c'est-à-dire la vitesse des bulles, leur hauteur de coalescence ainsi que leur volume. Malgré l'apparente simplicité du problème, l'absence de théorie rend l'étude difficile, et établir un modèle pour essayer d'expliquer certains résultats obtenus se révèle être très épineux.

Dans une première partie, je présenterai le dispositif expérimental ainsi que les fluides utilisés pour notre étude. Ensuite, je discuterai des méthodes utilisées pour l'analyse des données. Enfin, je présenterai les résultats expérimentaux obtenus en essayant de les expliquer.

1 Dispositif expérimental

1.1 Description

La base du montage expérimental est une cellule de Hele-Shaw (schématisée en figure 1). Il s'agit de deux plaques de verre de largeur 28.3 cm et de hauteur 40 cm, séparées de $e = 2$ mm par des joints rectangulaires en plastique. Ces plaques viennent s'enchâsser dans un cadre en aluminium et sont maintenues par trois pinces sauterelles sur chaque côté. Une barre de serrage est vissée sur le dessus pour assurer une jonction étanche entre les plaques de verre et le bas de la cellule. Cette barre est percée d'un trou pour éviter toute surpression lorsqu'on injectera de l'air. Malgré la présence de cette barre de serrage appuyant vers le bas, nous avons dû utiliser du Téflon pour colmater les fuites qui apparaissaient, colmatage que nous avons dû refaire à chaque démontage de la cellule. On notera que le cadre est inclinable mais nous nous placerons uniquement dans la position verticale.

Au bas de la cellule sont placés treize injecteurs. Durant ce stage, nous n'avons utilisé que l'injecteur central par lequel on injecte de l'air à débit constant Q grâce à un contrôleur de débit piloté en tension (Bronkhorst Mass Stream D-5111 de M+W Instruments, $Q = 0.22 - 2.2$ mL/s). L'orifice d'émission est une aiguille de seringue de diamètre intérieur 0.6 mm. Nous avons utilisé deux autres injecteurs latéraux pour pouvoir remplir ou vider la cellule.

Pour ce qui est de la visualisation, nous avons utilisé une caméra PL-B781 (PixeLink) qui a une

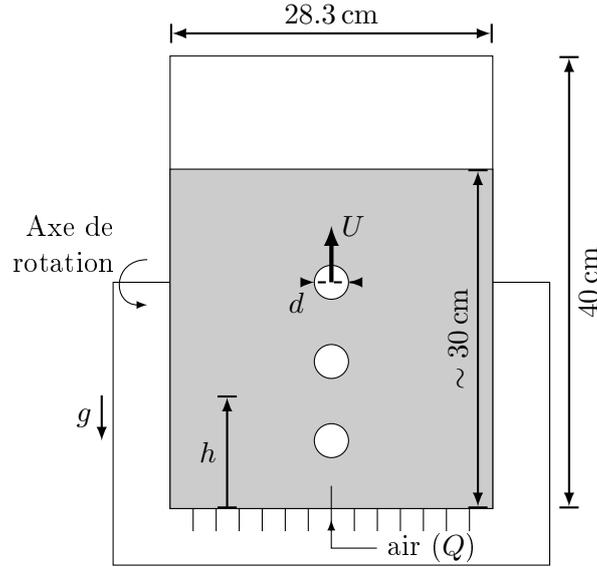


FIGURE 1 – Schéma du dispositif expérimental. d est la taille caractéristique de la bulle, U sa vitesse. On définit la hauteur h comme la distance par rapport à la base de l'injecteur.

résolution maximale de 1280×1024 pixels en noir et blanc. Cette caméra a l'avantage d'avoir une zone d'acquisition réglable, permettant d'augmenter la fréquence d'acquisition (fps). Les films réalisés sont à 20 fps pour une région d'acquisition de 264×1872 pixels. La caméra est munie d'un objectif de focale 12.5 – 75 mm et est posée sur un support boy placé à 1 m de la cellule.

1.2 Fluides utilisés

Plusieurs fluides ont été utilisés au cours de cette expérience. La première solution est une solution de polymères (polyéthylène oxide, PEO). Le PEO se présente sous forme de poudre blanche à diluer (le nôtre est commercialisé par Sigma-Aldrich). Ces polymères se présentent sous forme de longues chaînes formées par la répétition d'un même motif appelé monomère. Dans le cas du PEO, le monomère est l'étheroxyde et est au nombre d'environ 1.8×10^5 par chaîne. On peut définir une concentration de recouvrement, au-delà de laquelle les chaînes commencent à s'enchevêtrer. On peut calculer théoriquement cette concentration critique de recouvrement grâce à la formule suivante donnée dans [16] :

$$C^* = \frac{M_W}{(4/3)\pi R_g^3 \mathcal{N}_a} \quad (1)$$

avec M_W la masse molaire, R_g le rayon de giration qui caractérise l'extension spatiale caractéristique d'une molécule de polymère et \mathcal{N}_a le nombre d'Avogadro. Dans un solvant aqueux, on a $R_g \sim aN^{3/5}$ avec a la taille d'un monomère et N le nombre de monomères par chaîne. Après calcul, on obtient concentration de recouvrement $C^* = 0.04$ g/L. Au-delà de cette concentration, les molécules "se voient" et des effets non newtoniens apparaissent. Nous voulions travailler dans le cas où ces effets sont importants donc nous avons choisi de travailler avec deux solutions concentrées à 4 g/L et à 8 g/L, ce qui est bien au-dessus de cette concentration de recouvrement.

Un second fluide a été utilisé en tant que fluide "témoin". Il s'agit de deux solutions de Ucon (lubrifiant industriel commercialisé par Dow Chemical) dilué dans l'eau, l'une à 30% en titre massique de Ucon et l'autre à 62% en titre massique de Ucon.

Un fluide est newtonien quand sa viscosité est indépendante du taux de cisaillement qui lui est appliqué, on a donc $\sigma = \eta \dot{\gamma}$ avec σ la contrainte appliquée sur le fluide (en Pa), η la viscosité (en Pa s) qui est indépendante du taux de cisaillement, et $\dot{\gamma}$ le taux de cisaillement (en s^{-1}). Si la viscosité varie avec le taux de cisaillement, on dit que le fluide est non newtonien. En utilisant un rhéomètre (Kinexus, Malvern) en géométrie cône-plan (cône d'angle 2° , diamètre 60 mm), on peut tracer la viscosité en

fonction du taux de cisaillement appliqué. La géométrie cône-plan offre l'avantage d'avoir un taux de cisaillement qui est constant sur tout l'échantillon, ce que l'on aurait pas en géométrie plan-plan par exemple.

Comme on le voit sur la figure 2, la viscosité des solutions de PEO est constante à faible taux de cisaillement (zone appelée "plateau newtonien") puis elle décroît. On dit que alors que le fluide est rhéofluidifiant, puisque sa viscosité va diminuer quand on applique un fort taux de cisaillement. La variation de η avec $\dot{\gamma}$ peut être représentée par un modèle simple, le modèle de Carreau [17] :

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\eta_0}{(1 + (\dot{\gamma}\tau)^2)^{1/4}} \quad (2)$$

C'est ce modèle qui a été utilisé pour modéliser les courbes des différentes solutions de PEO réalisées en figure 2, et on remarque qu'il décrit très bien les données obtenues.

Au contraire, le Ucon a une viscosité constante avec le taux de cisaillement, on a donc un fluide newtonien. Cette viscosité sera simplement modélisée par une constante η_0 . Là aussi, les données s'accordent très bien avec le modèle. On notera toutefois que les incertitudes de mesures du rhéomètre sont accrues à faible cisaillement, ce qui explique la légère divergence de la courbe de viscosité pour la solution de Ucon 30%.

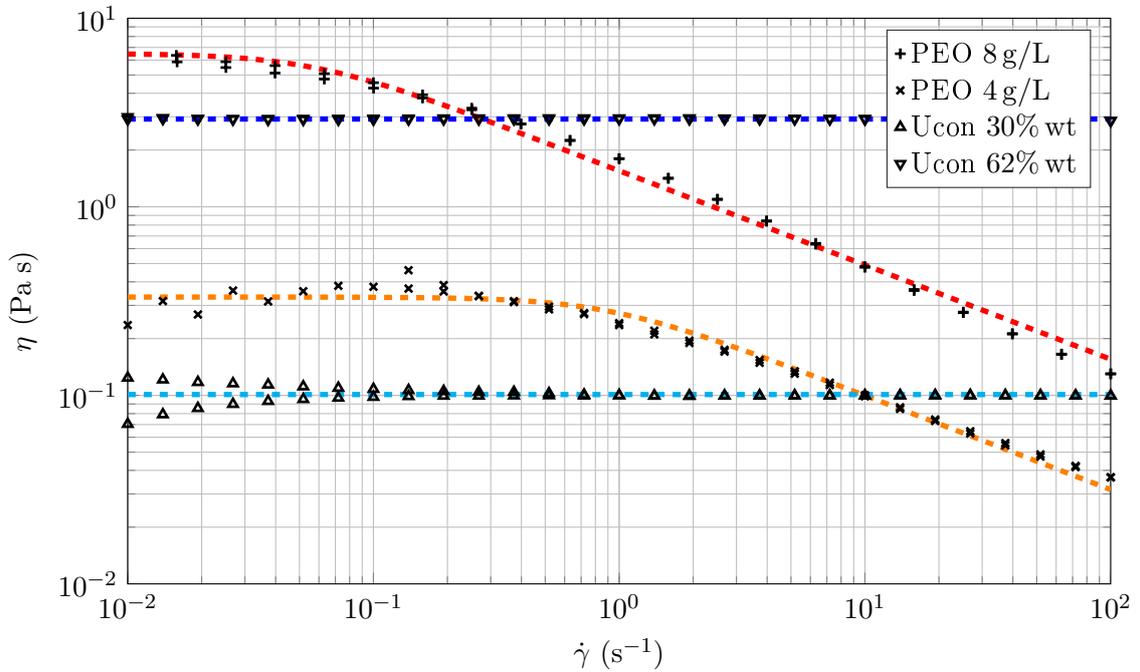


FIGURE 2 – Viscosité de la solution en fonction du taux de cisaillement. En pointillés, les courbes de modélisation, les paramètres sont donnés dans la table 1. Le PEO est rhéofluidifiant alors que le Ucon est newtonien.

Solution	Concentration	η_0 (Pa s)	τ (s)
PEO	4 g/L	0.33	1.1
PEO	8 g/L	6.51	17.54
Ucon	30% wt	0.1	–
Ucon	62% wt	2.92	–

TABLE 1 – Paramètres de modélisation de la viscosité des différentes solutions.

2 Analyse des données

Chaque film réalisé a demandé une analyse grâce au logiciel Matlab (The Mathworks [®]) pour pouvoir en extraire des informations exploitables. Il a fallu transformer chaque film en séquence d'images (Fig. 3(a)). Une fois cela fait, cette image a été soustraite d'une photo du fond (photo du fluide sans bulle) (Fig. 3(b)), puis on effectue un seuillage (Fig. 3(c)). On utilise ensuite la fonction *contour* de Matlab permettant de détecter les contours apparaissant dans une image (Fig. 3(d)). Comme on peut le voir sur la figure 3(a) on peut distinguer les contours intérieur et extérieur des bulles. Comme on va remplir le contour pour avoir une estimation de son volume, il est préférable de ne garder que les contours intérieurs car ils permettent de distinguer deux bulles distinctes qui se touchent mais qui n'ont pas encore coalescé. Le remplissage (Fig. 3(e)) binarise l'image : si le pixel est à l'intérieur ou sur le contour alors il est mis à 1 sinon il est mis à 0.

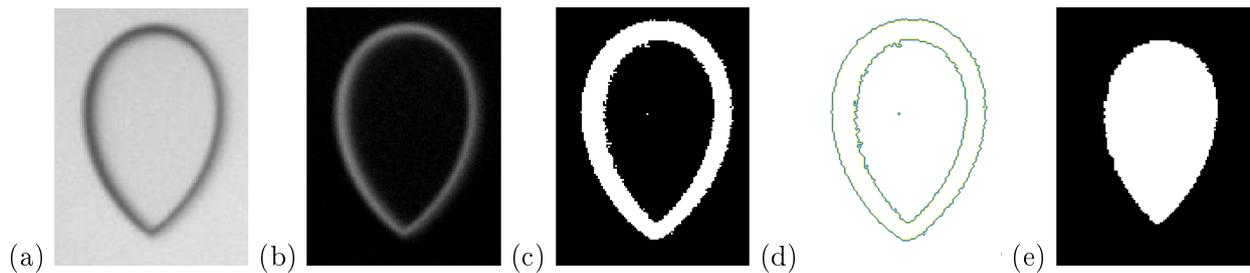


FIGURE 3 – Les différentes étapes du traitement des films : (a) image originale, (b) soustraction de l'arrière-plan, (c) binarisation, (d) détection des contours, (e) remplissage du contour intérieur

Un algorithme réalisant un graphe spatio-temporel de chaque film a également été réalisé. Pour cela, chaque image traitée est sommée suivant ses lignes pour n'obtenir qu'une colonne. En répétant ce processus pour chaque image du film, et en juxtaposant les colonnes, on obtient une image comme celle de la figure 4 permettant de repérer le trajet des bulles et leur coalescence. La couleur représente le nombre la largeur de la bulle à hauteur et temps fixé.

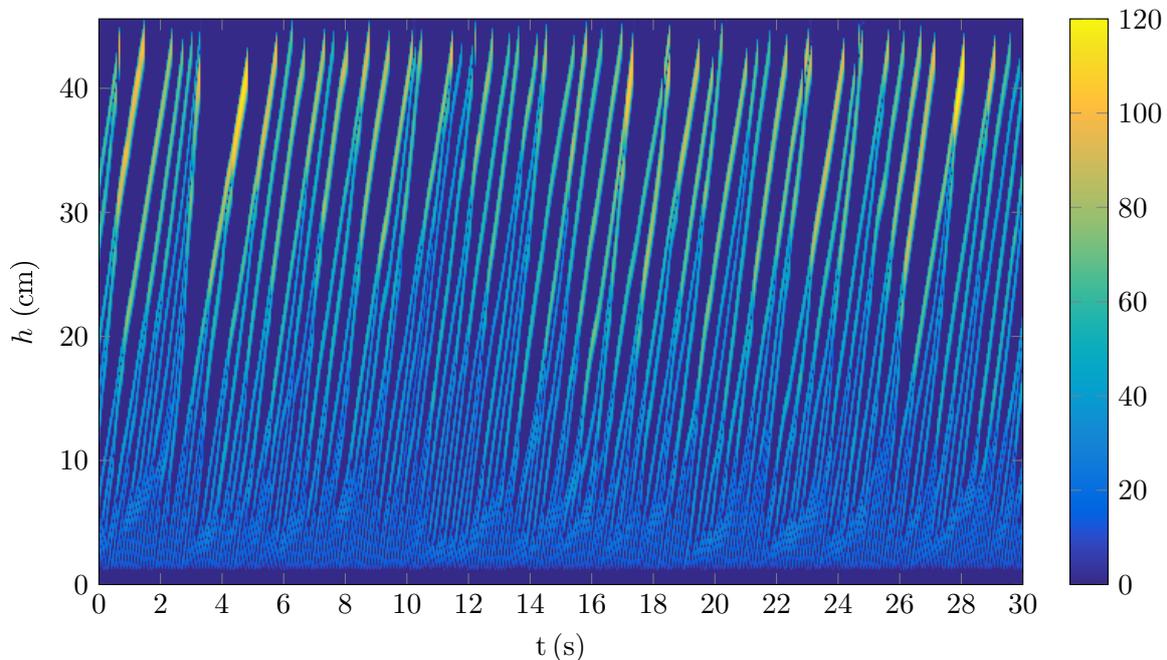


FIGURE 4 – Exemple de diagramme spatio-temporel [PEO 8 g/L, $Q= 0.43 \text{ mL/s}$]. La hauteur h représente la hauteur par rapport à l'injecteur telle que définie sur la figure 1. La raréfaction des traits quand h augmente est due aux coalescences des bulles.

Une fois ce graphe spatio-temporel réalisé pour chaque film, on peut s'intéresser aux paramètres physiques que l'on veut étudier. Des algorithmes permettant d'accéder aux volumes et aux vitesses des bulles à hauteur fixée.

Le volume s'obtient facilement car sur le diagramme spatio-temporel, une bulle à un instant t est représentée par un segment vertical. En additionnant les valeurs des pixels de ce segment, on obtient la surface apparente de la bulle, et en multipliant par l'espacement de la cellule de Hele-Shaw, on retrouve son volume. On notera qu'on sous-estime ce volume car on a considéré les contours intérieurs d'une part mais que d'autre part on fait une légère surestimation car on néglige la couche de lubrification entre la bulle et la vitre de la cellule.

Le calcul des vitesses a demandé plus de travail. La première idée que l'on peut avoir est de détecter les lignes présentes dans le diagramme spatio-temporel. Mathématiquement, cela s'appelle la transformée de Hough qui est déjà codée dans *Matlab*. Comme sur le diagramme spatio-temporel, les bulles forment des lignes, on pourrait détecter ces lignes, trouver leur angle par rapport aux axes et en déduire la vitesse. La transformée de Hough est une transformation géométrique permettant de détecter des lignes présentes dans une image. Toute droite du plan pouvant être définie par son angle par rapport à un axe et sa distance par rapport à l'origine, on crée une matrice où l'élément (i, j) contient un coefficient définissant la présence de la droite d'angle i et de distance à l'origine j . Ce coefficient est simplement obtenu en comptant le nombre de pixels blancs sur le chemin de la droite considérée dans l'image qui a été binarisée au préalable. Le problème avec cette transformée, c'est qu'elle ne détecte pas que les lignes continues, donc on peut détecter des lignes non désirées quand il y a beaucoup de lignes présentes dans un image. D'autre part, comme les lignes ont une épaisseur dans notre diagramme spatio-temporel, il y a une marge d'erreur sur l'angle de la ligne détectée. Enfin, le coefficient affecté à une droite ne représente rien physiquement, donc il est difficile de définir un critère de sélection des lignes pertinentes à l'expérience.

On a alors décidé de calculer les vitesses instantanées des bulles. Pour cela, on identifie les fronts des bulles à l'instant t et on regarde où se trouvent ces fronts à l'instant $t + \Delta t$. La différence de hauteur multipliée par la fréquence d'acquisition de la caméra donne la vitesse instantanée de la bulle. Une fois ces grandeurs calculées, on les affecte à tous les pixels constituant la hauteur de la bulle.

On peut alors effectuer des statistiques sur ces grandeurs à hauteur fixée. Chaque ligne sur le diagramme spatio-temporel faisant plusieurs pixels de large, le choix a été fait de ne conserver qu'une vitesse et qu'un seul volume pour une bulle.

Huit débits différents ont été considérés pour notre étude. Pour chaque débit, différentes tranches de volumes ont été distinguées, permettant de calculer différentes grandeurs. Cette étape sera expliquée plus en détail ci-dessous. Les différents débits choisis sont explicités dans la table 2 et la même convention sera utilisée dans tous les graphes où les débits sont séparés.

Tension contrôleur (V)	Débit (mL/s)	Symbole
0.5	0.22	○
1	0.43	+
1.5	0.65	*
2	0.87	×
2.5	1.08	□
3	1.3	◇
4	1.73	△
5	2.17	▽

TABLE 2 – Symboles associés aux différents débits considérés. Dans la suite, on prendra cette convention dans tout graphique faisant intervenir différents débits.

3 Morphologie des bulles

En premier lieu, il convient de caractériser les bulles remontant dans le fluide, et cela commence par mesurer leur taille (et donc leur volume) ainsi que décrire leur forme.

La figure 5 montre qu'au fur et à mesure que le débit, augmente, les bulles sont plus grosses. On reconnaît également une caractéristique typique des fluides rhéofluidifiants, en l'occurrence la forme particulière de la bulle qui remonte. En effet, une "queue" (appelée cusp) est présente à l'arrière de celle-ci. Ce cusp est absent quand on travaille dans des fluides newtoniens comme nos solutions de Ucon. On voit cette absence de cusp sur la figure 5(d).

Une fois la forme globale de ces bulles décrite, il faut quantifier leur largeur et leur hauteur (respectivement w et ℓ , voir figure 5) et au vu du nombre de bulles, on ne peut faire qu'une étude statistique. La statistique présentée en figure 6 a été réalisée sur tout les films donc pour tous les différents débits étudiés, pour les deux solutions de PEO. On voit que pour la solution concentrée à 4 g/L, le rapport d'aspect défini par ℓ/w est très proche de 1. Cela signifie que la bulle apparaît quasiment circulaire (mais quand même avec un cusp). Cela s'explique par le fait que les bulles sont petites donc les forces capillaires jouent un rôle beaucoup plus important. Pour la solution de PEO concentrée à 8 g/L, le rapport d'aspect est très proche de 2. Nos bulles sont donc plus allongées et ont une forme beaucoup plus elliptique (sans oublier le cusp ici aussi).

Un autre diagramme est très instructif : il s'agit de tracer les volumes V présents en fonction de la hauteur h dans la cuve (voir figure 1). Un exemple est donné en figure 7. On voit que l'on peut dégager des gammes de volumes correspondant aux bulles sortant de l'injecteur, celles résultant d'une première coalescence, deuxième coalescence, *etc.* Ce diagramme permet également de fournir une hauteur critique de première, deuxième, troisième coalescence (notées respectivement h_1 , h_2 , h_3 sur la figure 7). Ces hauteurs seront étudiées plus en détail ci-dessous.

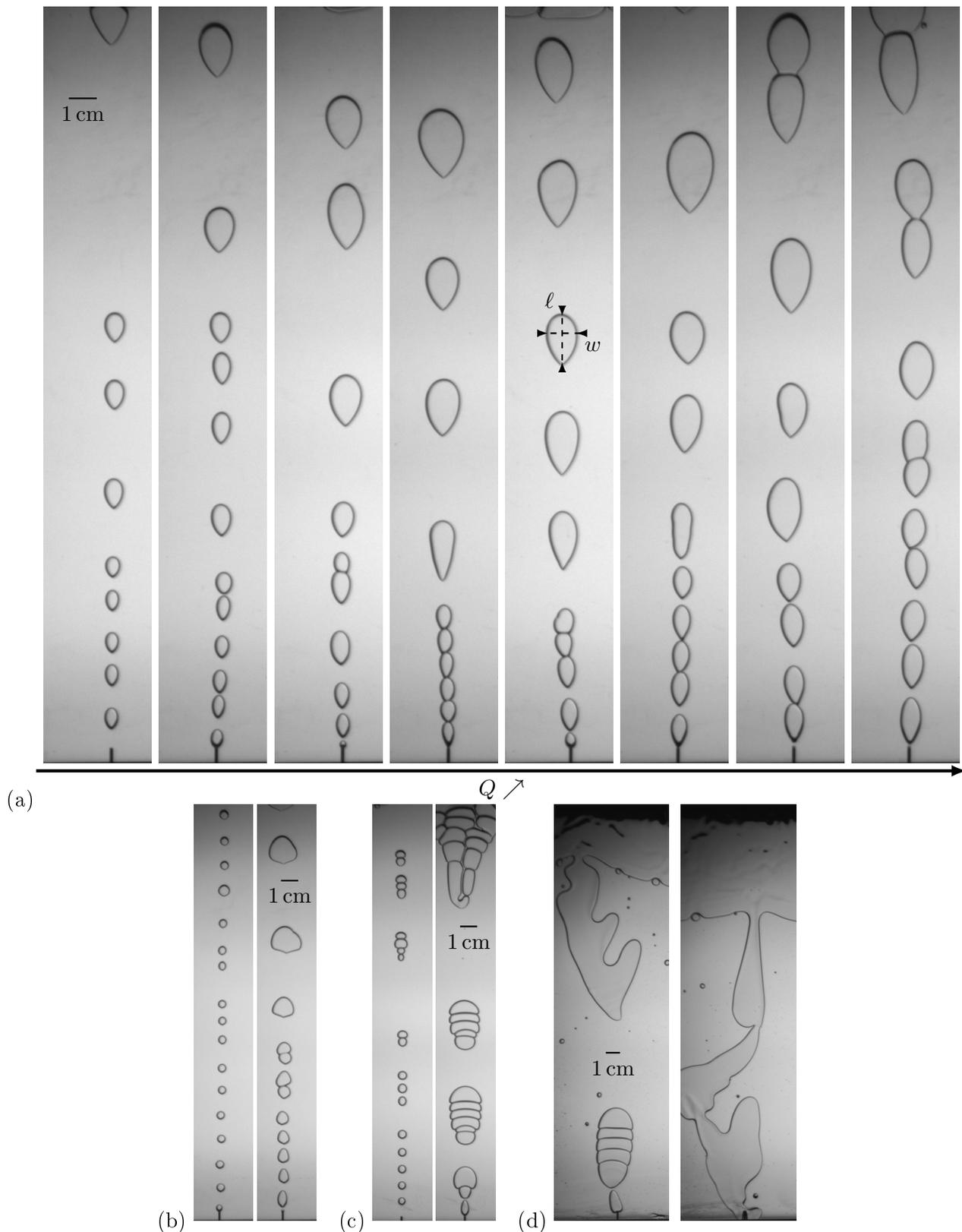


FIGURE 5 – (a) Bulles dans un fluide de polymère concentré [PEO 8 g/L, débits de $Q = 0.22$ mL/s à $Q = 2.17$ mL/s suivant ceux donnés en table 2]. L'échelle est la même pour toute la rangée. (b) Bulles dans un fluide de polymère moins concentré [PEO 4 g/L, $Q = 0.43$ mL/s (gauche), $Q = 2.17$ mL/s (droite)]. On remarque la présence d'un cusp mais moins prononcé. (c) Bulles dans un fluide newtonien peu visqueux [Ucon 30% wt, $Q = 0.22$ mL/s (gauche), $Q = 2.17$ mL/s (droite)]. On remarque que les bulles sont sphériques, contrairement à précédemment. (d) Bulles dans un fluide newtonien plus visqueux [Ucon 62% wt, $Q = 0.22$ mL/s (gauche), $Q = 2.17$ mL/s (droite)]. On voit qu'il y a un canal ouvert à haut débit.

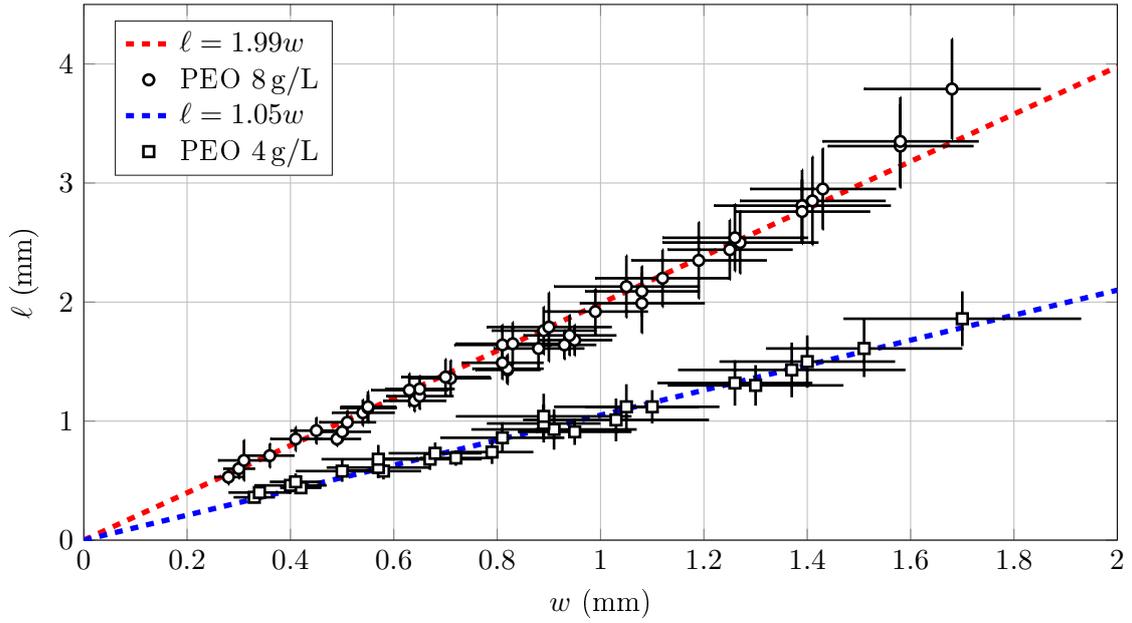


FIGURE 6 – Hauteur des bulles en fonction de leur largeur pour tous les débits testés. La pente correspond au rapport d'aspect ℓ/w . La linéarité signifie que la forme globale des bulles change peu quand leur volume augmente.

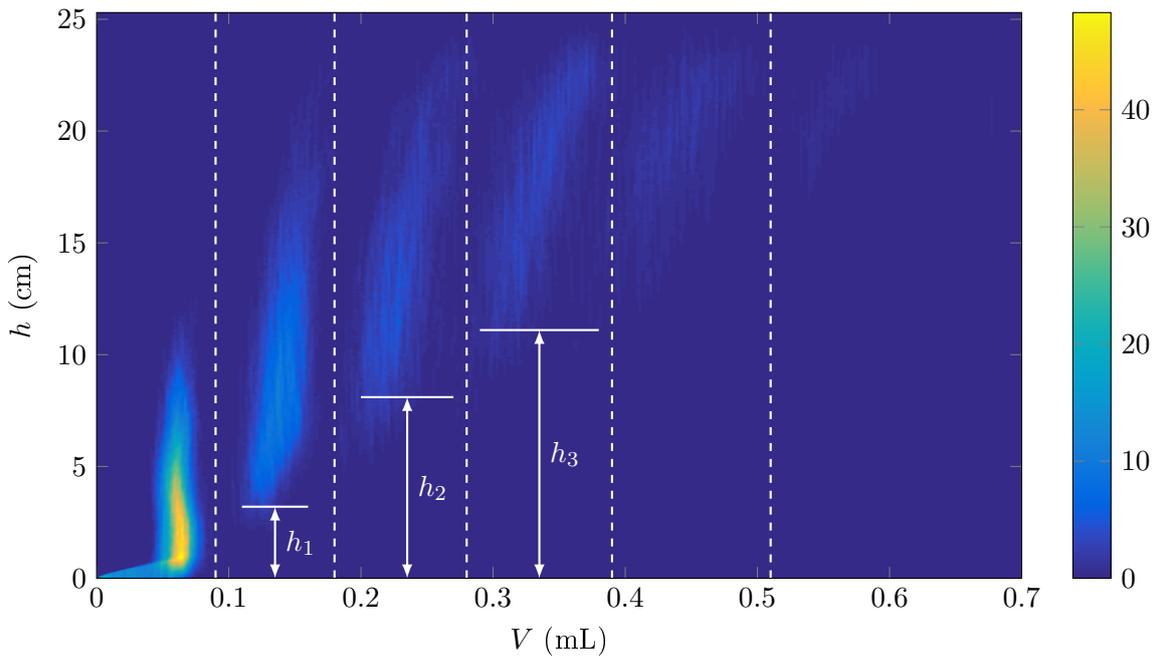


FIGURE 7 – Volume présents à hauteur pour différentes hauteurs [PEO 8 g/L, $Q = 1.3 \text{ mL/s}$]. On voit des taches séparées, ce qui permet de définir des gammes de volumes et des hauteurs critiques de coalescence.

4 Dynamique

Dans toute la suite, on ne considérera plus que les bulles remontant dans une solutions de PEO concentrée à 8 g/L.

4.1 Vitesse de remontée

Grâce à notre algorithme créé pour calculer les vitesses, on peut faire une étude statistique de la vitesse des bulles appartenant à une gamme de volume précise. Comme on le voit sur la figure 8(a), à bas débit la vitesse augmente avec le volume de la bulle puis au fur et à mesure que le débit augmente, cette tendance s'inverse. On pourrait alors penser trouver une courbe maîtresse pour faire coïncider ces courbes, il faut donc trouver un facteur de normalisation. Pour normaliser le volume, on a choisi de diviser le volume des bulles par celui de la bulle sortant de l'injecteur à débit donné. Pour ce qui est de la normalisation de la vitesse, on ne peut diviser par la vitesse de la bulle sortant de l'injecteur car on parle ici de bulle ayant un volume différent, donc on ne peut comparer leurs vitesses. De plus, il faut que le débit intervienne puisque c'est le paramètre qui varie entre ces courbes. On a alors besoin d'une surface pour pouvoir obtenir une vitesse. Cette surface est la section horizontale de la bulle $w \times e$ avec w la largeur de la bulle comme sur la figure 5(a) et e l'épaisseur de la cellule. On a donc :

$$v^* = \frac{Q}{we}. \quad (3)$$

On peut maintenant tracer la vitesse normalisée en fonction du volume normalisé (figure 8(b)) et on voit que les courbes se superposent bien sauf pour les petits débits. Nous n'avons pas trouvé de justification pour expliquer ce comportement.

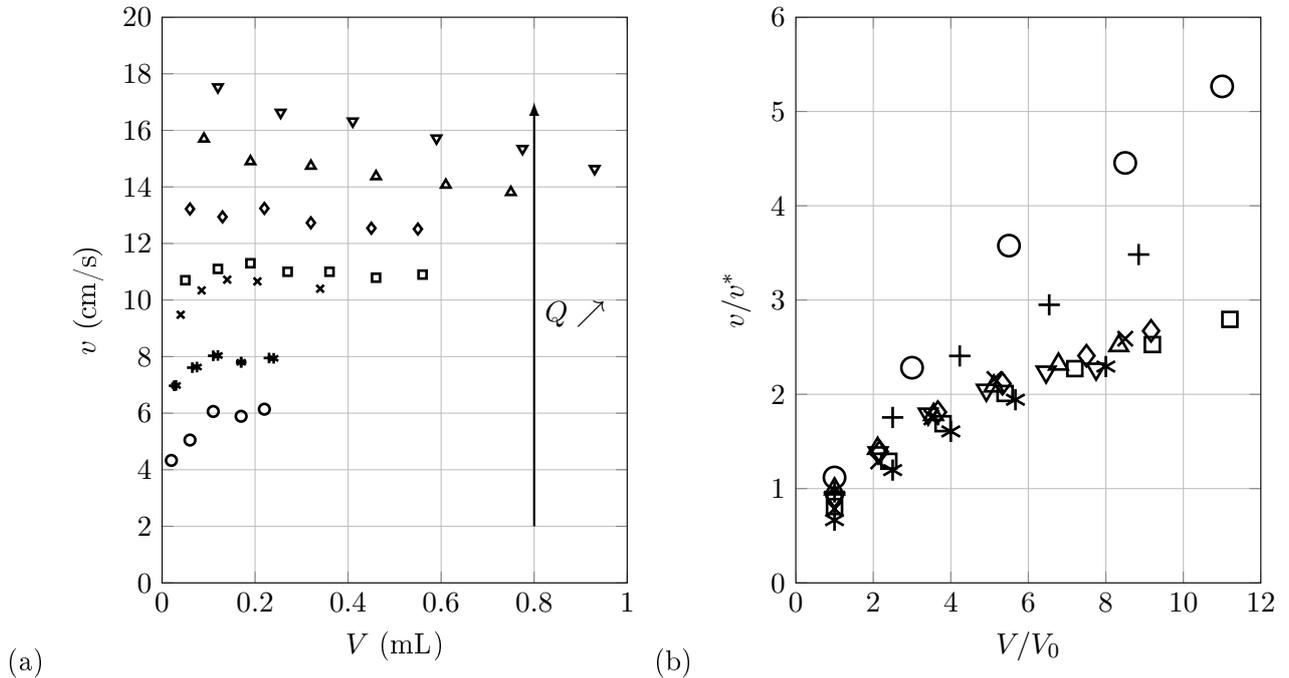


FIGURE 8 – (a) Vitesse en fonction du volume.(b) Vitesse normalisée en fonction du volume normalisé. Les courbes se superposent sauf pour les bas débits. Les symboles pour les deux graphes sont donnés en table 2.

4.2 Nombres de Reynolds et d'Archimède

On peut construire des nombres sans dimension relatifs à l'écoulement : le nombre d'Archimède Ar et le nombre de Reynolds Re . Le nombre d'Archimède représente le rapport entre la poussée

d'Archimède et la force de frottement visqueux. Le nombre de Reynolds, lui, fait le rapport entre l'inertie de la bulle et la force de frottement visqueux.

$$Ar = \frac{\rho\sqrt{gd}d}{\eta} \quad (4)$$

$$Re = \frac{Ud\rho}{\eta}, \quad (5)$$

avec ρ la masse volumique du fluide, g l'accélération de la pesanteur, d la taille caractéristique de la bulle, U sa vitesse, et η la viscosité du fluide.

Un moyen classique de quantifier la dynamique de la bulle est de représenter Re en fonction de Ar . Filella [13] obtient pour la remontée unique d'une bulle dans de l'eau, dans une cellule de Hele-Shaw une relation linéaire entre ces deux nombres sans dimension.

Pour chaque débit et chaque tranche de volume distinguée, on prend $d = 2\sqrt{V/(\pi.e)}$, $\dot{\gamma} = U/d$ ce qui permet d'avoir une viscosité η "vue" par la bulle calculée grâce à l'équation (2) la modélisation donnée dans la table 1. On voit dans l'encart de la figure 9 que les courbes pour différents débits ont la même tendance et suivent globalement la même pente. On peut chercher à modifier un paramètre pour faire coïncider tous ces points. Le nombre de Reynolds "original" ne prend en compte qu'une seule bulle et pas du tout le fait que notre écoulement est en fait un train de bulles. La viscosité η est calculée à partir des données et de la loi de Carreau mentionnée plus haut mais comme η dépend du cisaillement $\dot{\gamma}$, calculer le nombre de Reynolds "original" revient à dire que notre fluide est constamment cisailé, ce qui n'est pas le cas puisqu'il ne l'est que périodiquement. On va donc modifier notre nombre de Reynolds pour qu'il prenne cela en compte. Intuitivement, on peut penser que la période des bulles et le temps de cisaillement du fluide par le passage d'une bulle va intervenir. On va supposer que toutes les bulles sortant de l'injecteur ont un même volume. On peut alors définir une période d'injection $T_{inj} = Q/V$. Ces bulles ont une vitesse U et une taille d . Cela permet de définir un temps de cisaillement du fluide $T_{cis} = 1/\dot{\gamma} = d/U$. On définit alors notre nombre de Reynolds modifié

$$Re' = \frac{UL\rho}{\eta} \left(\frac{T_{cis}}{T_{inj}} \right), \quad (6)$$

qui est en fait le nombre de Reynolds multiplié par la fraction du temps pendant lequel notre fluide est cisailé.

Filella [13] obtient une relation linéaire entre ces deux grandeurs pour la remontée d'une bulle unique dans une cellule de Hele-Shaw remplie d'eau. Il y a une relation linéaire entre ces deux grandeurs et la pente de la droite de régression est 1. La linéarité montre que la dynamique de la remontée est entièrement régie par la flottabilité de la bulle.

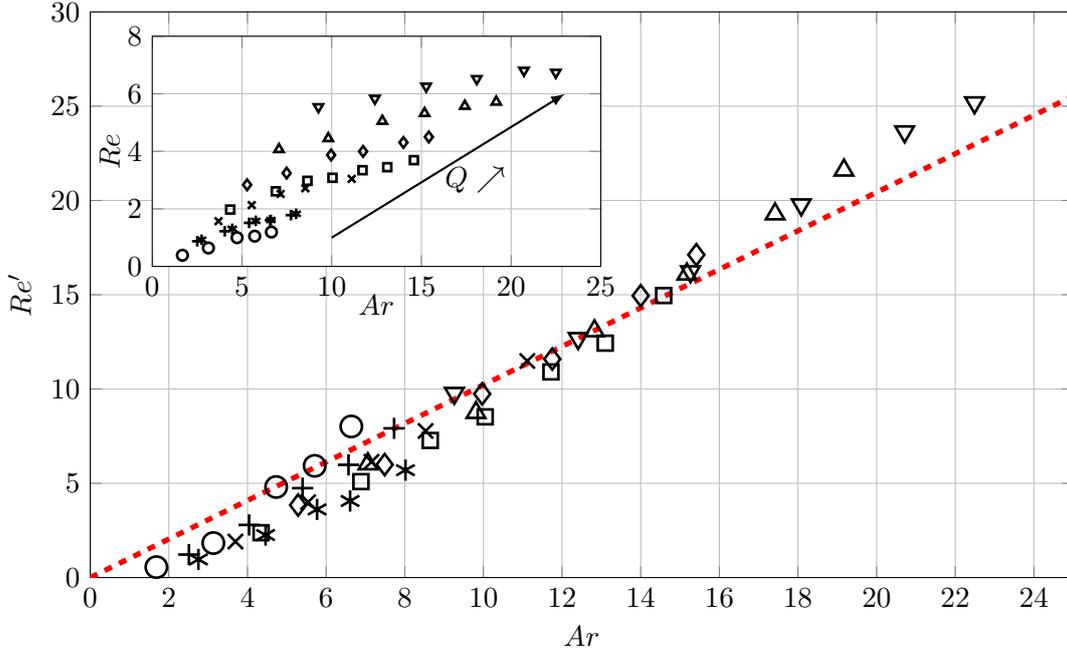


FIGURE 9 – Re' modifié et fonction de Ar et Re en fonction de Ar en insert pour le PEO 8 g/L. La modification de Re prend en compte la présence d'un train de bulles et permet de dégager une courbe maîtresse. Les symboles pour les deux graphes sont donnés en table 2.

4.3 Coefficient de traînée

Cet écoulement et les interactions qu'il engendre met en jeu une grandeur importante : le coefficient de traînée. En effet, les bulles remontent grâce à la poussée d'Archimède mais il leur est opposée une force de frottement visqueux appelée force de Stokes. De manière générale, cette force s'écrit :

$$F_s = \frac{1}{2} \Delta \rho C_d U^2 S_{eff} \quad (7)$$

où $\Delta \rho$ est la différence de masses volumiques entre les deux fluides, C_d le coefficient de traînée, U la vitesse de la bulle et S_{eff} sa surface efficace. En trois dimensions, la force de Stokes subie par une sphère peut se réécrire $F_s = 6\pi\eta RU$ où R est le rayon de la sphère, quand on prend une vitesse nulle comme condition aux limites [18]. En prenant des contraintes nulles comme conditions aux limites, ce qui correspond au cas d'une bulle (et non plus d'une sphère) en trois dimensions (non confinée), Hadamard et Rybczynski [18] ont obtenu une expression de la force de Stokes légèrement différente : $F_s = 4\pi\eta RU$. Cependant, en deux dimensions, la résolution est impossible par incompatibilité du raccordement des solutions, c'est ce qu'on appelle le paradoxe de Stokes. En utilisant une astuce mathématique, on peut trouver une expression au premier ordre du coefficient de traînée dans le cas où le nombre de Reynolds Re est petit devant 1 [18] :

$$C_d = \frac{4\pi\eta RU}{\Delta \rho U^2 S_{eff}/2} \times \frac{1}{1/2 - \gamma - \log(Re/4)} \quad (8)$$

où γ est la constante d'Euler. Le problème est que d'après ce qu'on a vu précédemment, dans notre expérience Re n'est pas petit devant 1 (voir figure 10), ce qui donne un coefficient de traînée négatif et donc une solution non physique. On se contentera donc de prendre la forme générale de la force de Stokes (eq. (7)) et d'estimer le coefficient de traînée. En supposant que la bulle est en régime stationnaire (ce qui n'est pas rigoureusement vrai), on peut écrire le bilan des forces :

$$\rho V g - \rho C_d U^2 e_d = 0 \quad (9)$$

d'où

$$C_d = 2 \frac{Vg}{U^2 ed} \quad (10)$$

La figure 10 montre le coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds calculé pour les différents débits filmés. Chaque point représente une tranche de volume dégagée sur le diagramme volume-hauteur. D'une part le coefficient de traînée décroît quand le débit augmente, mais pour un débit fixé, le coefficient de traînée augmente avec le volume de la bulle. Cependant, cette tendance va à l'encontre de l'évolution du coefficient de traînée avec le nombre de Reynolds pour un cylindre lisse [19]. Nous avons essayé de trouver un paramètre permettant de faire se rassembler les courbes sur une courbe maîtresse, sans succès (même avec le nombre de Reynolds modifié mentionné plus haut).

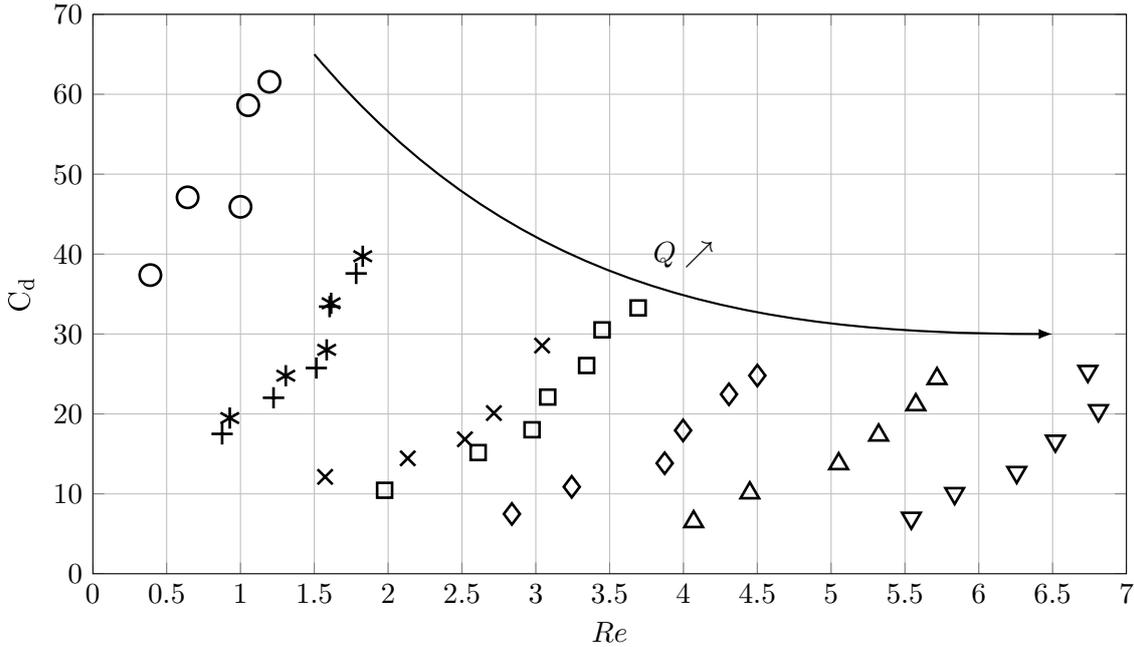


FIGURE 10 – Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds. La croissance de C_d avec Re va à l'encontre de l'expérience pour un cylindre lisse dans un écoulement. Symboles : voir table 2.

4.4 Interaction entre les bulles

En utilisant les diagrammes volume-hauteur (comme celui en figure 7), on peut distinguer des taches distinctes pour différents volumes. La tache correspondant au plus petit volume correspond aux bulles en sortie de l'injecteur. La tache suivante correspond à la première coalescence, et cette tache apparaît à partir d'une hauteur critique, et définit la hauteur critique de première coalescence. Les taches suivantes définissent ainsi les hauteurs critiques de deuxième, et troisième coalescence. Ces hauteurs ont été reportées sur un graphique en fonction du débit montré en figure 11(a). On voit que ces hauteurs sont grandes à petit débit car les bulles sont plus petites d'une part et parce qu'elles sont plus espacées. Ces hauteurs vont diminuer jusqu'à atteindre un minimum pour $Q = 0.84$ mL/s puis elles vont remonter pour des débits plus forts cette fois-ci parce que les bulles sont plus grosses et ne coalescent pas dès la sortie de l'injecteur.

On peut faire un modèle très simpliste pour essayer d'expliquer ce comportement. En faisant une étude dimensionnelle, on observe qu'une longueur est obtenue en divisant une vitesse par une fréquence. On obtient les vitesses des bulles en sortie de l'injecteur grâce à la méthode expliquée dans la partie précédente et la fréquence de sortie s'obtient en comptant le nombre de bulles sortant de l'injecteur et en divisant par le temps total des films. On peut donc calculer le rapport vitesse-fréquence, et le reporter en fonction du débit. La figure 11(b) montre qu'on obtient la même tendance que le graphe

des hauteurs critiques. Notre modèle simpliste nous donne donc les bons ordres de grandeur mais il faudrait le raffiner pour obtenir des résultats plus en accord avec l'expérience.

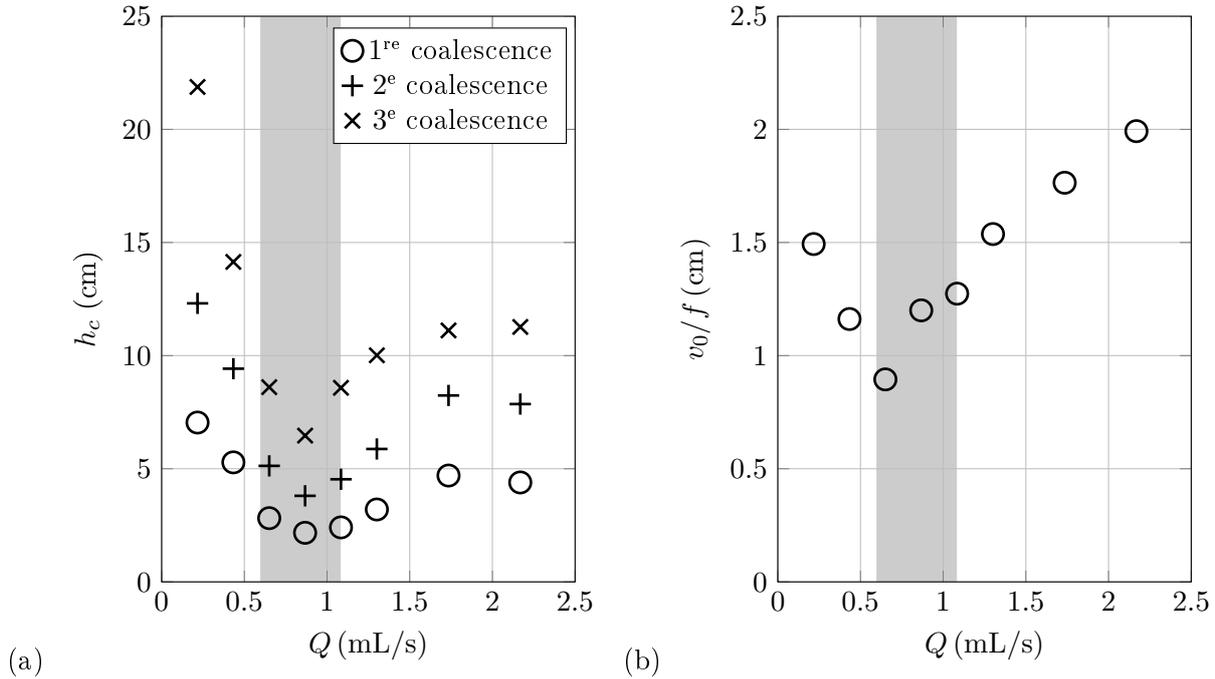


FIGURE 11 – (a) Hauteurs critiques de 1^{re}, 2^e, 3^e coalescence en fonction du débit. (b) Longueur caractéristique d'injection en fonction du débit. La zone grisée représente la zone où le minimum est atteint.

5 Conclusion et perspectives

Durant ce stage de deux mois, une étude de la remontée de trains de bulles dans un fluide complexe confiné dans une cellule de Hele-Shaw a été réalisée. Ce stage a comporté trois grands axes : la caractérisation des fluides utilisés, le développement d'algorithmes permettant le traitement des données et enfin l'étude de la morphologie et de la dynamique des bulles.

Deux fluides ont été utilisés : une solution de polymère (PEO) et une solution de Ucon. Une analyse des propriétés rhéologiques telle que la viscosité des fluides a permis de mettre en évidence que le premier fluide mentionné est non newtonien, plus exactement rhéofluidifiant, et le second est newtonien.

Les algorithmes développés fonctionnent rapidement, sans problème et peuvent être facilement adaptés aux caractéristiques de la caméra. Ces algorithmes peuvent également être utilisés dans le cadre d'autres expériences.

L'expérience de la remontée de trains de bulles a été effectuée dans deux fluides différents : un fluide de polymère (PEO) rhéofluidifiant et une solution de lubrifiant industriel (Ucon) newtonienne. Au niveau de l'aspect des bulles, la différence majeure est la présence d'un cusp (petite queue) pour une bulle remontant dans la solution de PEO que l'on ne retrouve pas lorsque la bulle remonte dans la solution de Ucon. Des coalescences ont également été remarquées pour les bulles remontant dans la solution PEO. Nous avons arrêté ici la comparaison avec le Ucon car nous avons observé un comportement étrange des trains de bulles remontant dans ce-dernier : ils se séparent en deux lignes verticales accolées. Le Ucon, même s'il est newtonien, mérite donc une étude à part entière pour expliquer cette remontée non triviale des bulles.

Deux solutions de fluide de polymère avec deux concentrations ont été réalisées et la remontée de trains de bulles dans chacune de ces solutions a permis de montrer que même s'il y a coalescence, la forme globale des bulles varie très peu c'est-à-dire que le rapport d'aspect reste constant. Une étude

sur les volumes a permis de dégager des gammes de volumes bien séparées permettant de définir une hauteur de coalescence critique.

L'analyse des vitesses combinée avec la connaissance des volumes a permis de montrer qu'on peut dégager des grandeurs de normalisation pour la vitesse et le volume. Cela a également permis d'estimer les nombres de Reynolds et d'Archimède. Mais le nombre de Reynolds ne reflète pas entièrement la spécificité de notre expérience : on considère des trains de bulles. Il a donc fallu le modifier pour prendre cela en compte et une fois cela fait, on voit une relation linéaire entre le nombre de Reynolds modifié et le nombre d'Archimède. On en déduit que la dynamique de la bulle est pilotée par sa flottabilité.

L'étude s'est ensuite focalisée sur les interactions au sein du train de bulles. Cela commence par l'estimation du coefficient de traînée. On obtient un coefficient qui augmente avec le nombre de Reynolds, ce qui va à l'encontre de ce qui a été observé pour un cylindre lisse dans de telles gammes de nombre de Reynolds. Trouver un paramètre de normalisation pour le coefficient de traînée s'est soldé par un échec même en considérant le nombre de Reynolds modifié défini plus haut.

On s'est ensuite intéressé aux hauteurs de coalescence dégagées grâce à l'analyse des volumes et on a vu qu'elle passe par un minimum au fur et à mesure que le débit augmente. Un modèle simpliste permet de trouver les bons ordres de grandeur pour ce minimum mais pourrait sans doute être amélioré.

Un travail plus approfondi est nécessaire pour essayer d'expliquer le comportement du coefficient de traînée et raffiner le modèle donnant les hauteurs critiques de coalescence.

Références

- [1] Vergnolle S. & Brandeis G., “Strombolian explosions, 1. A large bubble breaking at the surface of a lava column as a source of sound”, *Journal of Geophysical Research*, **101**, pp. 20,433–20,447 (1996).
- [2] Newman K., Cormire M.-H., Weissel J. *et al.*, “Active methane venting observed at giant pockmarks along the U.S. mid-Atlantic shelf break”, *Earth and Planetary Science Letters*, **267**, pp. 341–352 (2008).
- [3] Liger-Belair G., “Period-adding route in sparkling bubbles”, *Physical Review E*, **16**, 037204 (2005).
- [4] Zenit R. & Magnaudet J., “Path instability of rising spheroidal air bubbles : A shape-controlled process”, *Physics of Fluids*, **20**, 061702 (2008).
- [5] Hassager O., “Negative wake behind bubbles in non newtonian liquids”, *Nature*, **279**, pp. 402–403 (1979).
- [6] Belmonte A., “Self-oscillations of a cusped bubble rising through a micellar solution”, *Rheologica Acta*, **39**, pp. 554–559 (2000).
- [7] Piassi V. *et al.*, “Period-adding bifurcations and chaos in a bubble column”, *Chaos*, **14**, pp. 477–487 (2004).
- [8] Li H.Z. *et al.*, “Chaotic bubble coalescence in non-Newtonian fluids”, *Journal of Multiphase Flow*, **23**, pp. 713–723 (1997).
- [9] Li H.Z. *et al.*, “Evidence for in-line bubble interactions in non-Newtonian fluids”, *Chemical Engineering Science*, **53**, pp. 2219–2230 (1998).
- [10] Li H.Z. *et al.*, “Towards the understanding of bubble interactions and coalescence in non-Newtonian fluids : a cognitive approach”, *Chemical Engineering Science*, **56**, pp. 6419–6425 (2001).
- [11] Roudet M., Thèse : “Hydrodynamique et transfert de masse autour d’une bulle confinée entre deux plaques”, Université de Toulouse, 2008.
- [12] Filella A., Thèse : “Mouvement et sillage de bulles isolées ou en interaction confinées entre deux plaques”, Université de Toulouse, 2015.
- [13] Filella A., Ern P. & Roig V., “Oscillatory motion and wake of a bubble rising in a thin-gap cell”, *Journal of Fluid Mechanics*, **778**, pp. 60–88 (2015).
- [14] Kawaguchi M. *et al.*, “Buoyancy-Driven Path Instabilities of Bubble Rising in Simple and Polymer Solutions of Hele-Shaw Cell”, *Journal of the Physical Society of Japan*, **75**, 124401 (2006).
- [15] Kozuka H. *et al.*, “Path Instabilities of Bubble Rising in Polymer Solutions of Hele-Shaw Cell”, *Journal of the Physical Society of Japan*, **78**, 114604 (2009).
- [16] P. Oswald, “Rhéophysique, ou comment coule la matière”, *Belin* (2005).
- [17] Rao M.A., “Rheology of Fluid and Semisolid Foods”, *Springer*, pp.27–36 (2014).
- [18] Lagrée P.-Y., “Stokes, Small *Re* flows”.
- [19] Van Dyke M., “Perturbation Methods in Fluid Mechanics”, Parabolic Press (1975).