



Numéro National de Thèse : 2017LYSEN030

THÈSE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON
opérée par
l'École Normale Supérieure de Lyon

École Doctorale N°52
Physique et Astrophysique de Lyon (PHAST)

Spécialité de doctorat : Physique

Thèse soutenue le 18/07/2017, par :

Raphaël Poryles

Instabilités et piégeage de bulles
dans des fluides complexes

Devant le jury composé de :

ERN, Patricia	DR CNRS	IMFT, Toulouse	Rapporteuse
TOUSSAINT, Renaud	DR CNRS	IPG Strasbourg	Rapporteur
MANNEVILLE, Sébastien	Professeur	LPENSL, ENS de Lyon	Examineur
ORTÍN RULL, Jordi	Professeur	Univ. Barcelona, Espagne	Examineur
VARAS, Germán	Professeur Ass.	PUCV, Valparaíso, Chili	Examineur
VIDAL, Valérie	CR CNRS	LPENSL, ENS de Lyon	Directrice de thèse

No hay nada tan hermoso como perder el tiempo
Il n'y a rien de plus beau que de perdre le temps.

PABLO NERUDA, *J'avoue que j'ai vécu*

Remerciements

Avant d’attaquer à proprement parler mon manuscrit de thèse, je me dois de présenter un certain nombre de remerciements aux différentes personnes que j’ai rencontré durant cette aventure. Étant donné que cette thèse a suivi quatre années d’études, effectuées dans les mêmes locaux, le nombre de personnes que j’ai côtoyé est plus que conséquent, et j’espère pouvoir être exhaustif, bien que je pressente que des oublis seront nécessairement présents.

Pour commencer, je remercie les deux rapporteurs, Patricia Ern et Renaud Toussaint, qui ont si gentiment accepté la tâche de lire ce manuscrit, et j’espère qu’ils y ont trouvé de l’intérêt voire du plaisir. J’ai appris au cours de ces années qu’il était toujours difficile de dégager du temps en recherche, et je suis plus que reconnaissant qu’ils aient pu le faire pour examiner mon travail.

Je remercie Sébastien Manneville, d’avoir accepté de faire partie du jury, ce qui n’est pas la première fois, même si un jury de thèse n’a pas la même symbolique qu’un jury de Master.

Je remercie Jordi Ortin pour avoir pris le temps de faire le déplacement depuis Barcelone en plein mois de Juillet et j’espère fortement que nous aurons la possibilité de travailler ensemble dans le futur.

Merci à Thierry Biben de l’ILM, avec qui de beaux travaux numériques ont été réalisés, et qui normalement devraient aboutir en une belle publication.

Merci à Yannick pour le stage qu’il a effectué, où nous avons obtenus de beaux résultats et de beaux travaux en perspective. D’un point de vue général, je souhaite remercier

l’ensemble du laboratoire de physique, au sein duquel je me suis très bien intégré durant ces trois années, et qui pour avoir visiter d’autres endroits m’apparaît comme un des meilleurs, aussi bien sur le travail effectué que sur l’ambiance dans les couloirs ou la salle café!

Pour ce qui est des détails, je remercie l’ensemble de l’équipe technique et en particulier Frank qui m’a permis de débiter cette thèse dans des conditions optimales; l’ensemble du secrétariat et surtout l’efficacité et la disponibilité sans égale de Laurence; le grand chef Thierry qui est toujours à l’écoute si jamais il y a le moindre problème et ce dans toutes situations, qu’elles soit professionnelles ou personnelles (une thèse n’est jamais facile...) ainsi que le département de physique dans lequel j’ai étudié pendant quatre belles années, pour ensuite passer de “l’autre côté” et y enseigner.

Dans ce beau laboratoire, il existe une équipe de vaillants chercheurs qui résistent

depuis toujours, que certains appellent l'équipe machins mous et trucs qui coulent, et c'est grâce à ces personnes que lorsque l'on rentre dans le LR1 de l'ENS (désolé pour les exilés), on est sûr que même un lundi au labo ce n'est quand même pas si pire. C'est pour cela que je remercie chaleureusement Caroline, Denis, Martin, Jean-Christophe, Nicolas, Fabien, Stéphane, Cendrine, Éric et Sylvain (même si il est clandestin).

Pour ce qui est des plus jeunes à remercier, qui ne sont pas ou n'étaient pas encore chercheurs permanent, il y a ceux avec qui l'on discute dans les couloirs : Jeremy, Yvan, Brice, Christophe, Delphine, Céleste, Peter et tous les autres, et il y a ceux avec qui on passe plusieurs heures par jours sur la même mezzanine où il fait chaud en hiver et Très chaud en été : Zakia, Henri, Thomas, Victor et surtout Marion, qui en plus de partager un bureau, a survécu à la chef qui nous a encadré simultanément durant ces années. Bravo Dr. Marion!

Voilà arrivé l'heure fatidique où je dois remercier mes très nombreux amis que j'ai rencontrés pendant ces sept années, et ainsi les oublis risquent de foisonner.

Para empezar, gracias a toda la conexión chilena por este tres meses del otro lado del Atlántico, y principalmente a Claudia, Yerraldine, Gabriel, Franco y Cristóbal con quien aprendí a hablar como un Porteño! Viva Chile!

Un grand merci à toute la promo 2010 qu'ils soient biologistes : Félix, Margaux, Mathilde, Nathalie, Arthur... géologues : Théo, Jean-Loup... informaticiens : Yannick chimistes : Gaëlle, Maëlle, Mathilde, Baba... et enfin physiciens : Nicolas, Adrien, Diane, Olivier, Luc, Sarah, Arthur... et finalement Jérem et Paco : ça fait trop longtemps qu'on suit le même parcours, il est temps se séparer!

Pour la suite, je me contenterais d'un remerciement plus ou moins chronologique (et en surnom), chacune des personnes citées aura joué un rôle plus qu'important dans ma vie d'étudiant : Sonic, Perrinel, Groliv, Pinouze, Loulou, Gralex, Fanny, Tauber, Antoine, Anaïs, Augustin, Gram', Pierson, Jacky, Quentin, Karpí, Prager, Pinon, Mafféis, Djustin, Ronan, Eva, Benti, Busi, Jason, Antton, Justin, Valou, Frobin, Alex, Pénélope, Allan, T.Kosc... et tant d'autres! J'aurais probablement pu écrire une dizaine de pages de remerciements pour toutes ces personnes et bien d'autres, mais la raison m'impose ce simple et modeste paragraphe.

Naturellement je remercie grandement toute ma famille, qui malgré la faible fréquence de mes retours à la capitale, m'a toujours encouragé dans cette aventure de thèse, en témoigne leur arrivée massive pour assister à ma soutenance. Ainsi je remercie mes cousins, Hugo, Matthieu, Félix, Nathanaël, et Étienne; mes oncles et tantes : Catherine, Élisabeth, Marco; la branche transatlantique : Eric, Coleman et les autres; mon grand-père et évidemment pour finir ma petite sœur Esther et mes parents.

Germán, merci infiniment pour ton accueil à Valparaiso, c'était une expérience incroyable pour moi, de pouvoir vivre dans un autre pays pour quelque mois, quelle aventure! Bien que le travail soit évidemment la partie qu'il est d'usage de retenir d'une thèse, je pense que ces deux voyages m'auront au fond le plus marqué. Je suis plus que certain que l'on aura l'occasion de se revoir à l'avenir, au Chili et/ou en France, et quand ce sera le cas, Pipo et Matilde parlerons mieux français que je ne parle l'espagnol!

Et non, Jefa, je ne t'ai pas oublié, mais comme le dit l'adage, il faut garder le meilleur pour la fin (tu as même le droit à une page entière pour toi)! Il est difficile de résumer tout ce qui s'est passé en 3 ans de thèse, et il faut dire que je t'en ai fait voir de toutes les couleurs (et surtout des posters roses...).

Merci pour les voyages aux deux bouts du monde, à la découverte de nouvelles cultures. J'ai réussi à survivre au Japon et ses sushis, ce qui n'était pas gagné d'avance, et bien sûr le Chili et ses completos, ce qui me convient bien mieux. Dans les deux cas ces voyages ont été de très bons moments que je garderais longtemps dans ma mémoire.

Merci pour tout le travail qu'on a réussi à mener, et qui ont abouti en une belle thèse! Je ne pense pas oublier de sitôt les rapporothons, les articlothons les weekend labo et finalement les thèsothon qui me permettaient de combler les retards de calendrier, mais le résultat en vaut le coup. Tout cela grâce à toutes les différentes discussions qu'on a eu quotidiennement au cours de cette thèse. La preuve de cette réussite est que ça y est, un autre périple sur un autre continent m'attend, et que j'espère qu'on pourra trouver une conf' pour que tu viennes visiter la plus grande ville d'Amérique du Nord.

Finalement félicitation pour la petite Alicia, qui est arrivée au bon moment, et qui sera plus grande que son panda la prochaine fois qu'on se verra! Tu mérites maintenant de te reposer de cette année de folie, deux thèses et un bébé en un an c'est trop pour une seule personne (mais bon si il y a un truc que j'ai retenu c'est que tu es infatigable et je n'avais pas de doutes sur le fait que tu arriverais à surmonter ces épreuves)!

Donc pour toutes ces raisons, et bien d'autres, je résumerais en un seul mot : Merci.

Table des matières

Remerciements	iv
Table des matières	ix
I Introduction	1
I.1 Introduction générale	1
I.2 Fluides complexes	4
I.2.1 Définition et exemples	4
I.2.2 Propriétés physiques	5
I.2.3 Cas des milieux granulaires immergés	9
I.3 Écoulement d'une bulle dans un fluide	11
I.3.1 Bulle unique dans un fluide newtonien	11
I.3.2 Bulle unique dans un fluide non-newtonien	13
I.3.3 Effet du confinement sur la remontée d'une bulle	14
I.4 Interactions entre plusieurs bulles et le fluide	16
I.4.1 Interactions entre plusieurs bulles	16
I.4.2 Bulles comme moteur du système	17
I.5 Plan du manuscrit	20
A Remontée de bulles dans une solution de polymère confinée	23
II Bulle unique : instabilités	25
II.1 Dispositif expérimental	26
II.2 Fluides utilisés	27
II.2.1 Présentation	27
II.2.2 Caractérisation	28
II.3 Analyse dimensionnelle	31

II.4	Analyse d'images	33
II.5	Différents régimes	34
II.6	Analyse des instabilités	39
II.6.1	Paramètre de contrôle	39
II.6.2	Déviation vs. fragmentation	40
II.7	Simulations numériques par champ de phase	43
II.7.1	Première méthode : loi de Darcy généralisée	43
II.7.2	Deuxième méthode : calcul analytique de $u(\nabla P)$	46
II.7.3	Résultats	48
II.8	Discussion et conclusions	52
III	Trains de bulles : interactions	55
III.1	Objectifs	55
III.2	Méthodologie	56
III.3	Résultats expérimentaux	61
III.3.1	Morphologie des bulles	61
III.3.2	Dynamique du système	61
III.4	Modèle phénoménologique	66
III.4.1	Méthodologie	66
III.4.2	Résultats	68
III.5	Discussion et conclusions	69
<i>B</i>	Remontée et piégeage de bulles dans un milieu granulaire immergé	71
IV	Trajectoires, zone fluide et aire de contact	73
IV.1	Dispositif expérimental	75
IV.2	Dynamique des bulles	76
IV.2.1	Diagrammes spatiotemporels	76
IV.2.2	Trajectoires des bulles	78
IV.3	Paramètres globaux en régime stationnaire	81
IV.3.1	Existence d'un régime stationnaire	81
IV.3.2	Aire de la zone fluide	82
IV.3.3	Fraction volumique d'air dans la zone fluide	85

IV.3.4	Surface de contact	86
IV.4	Discussion	87
IV.4.1	Estimation du volume des bulles	87
IV.4.2	Bulles en dehors de la zone fluide	88
IV.4.3	Généralisation au système 3D	89
IV.5	Conclusion	89
V	Influence d'un obstacle	91
V.1	Dispositif expérimental	92
V.2	Analyse d'images	93
V.2.1	Zone fluide	94
V.2.2	Canal d'air central	95
V.3	Premières observations	95
V.3.1	Mouvement dans le système	95
V.3.2	Position du canal central : diagramme de phase	96
V.4	Influence sur la zone fluide	98
V.4.1	Zone impactée & zone fluidisée	98
V.4.2	Taille de la traînée	99
V.5	Influence sur le canal central	100
V.5.1	Déviation du canal central d'air	100
V.5.2	Hauteur de transition	102
V.5.3	Analyse gaussienne	103
V.5.4	Surface libre des grains	106
V.6	Bulles et surface de contact	107
V.6.1	Volume des bulles et périmètre	107
V.6.2	Concentration maximale d'air	108
V.7	Vélocimétrie par corrélation d'images (PIV)	109
V.7.1	Principe	109
V.7.2	Résultats préliminaires	110
V.8	Discussion et conclusion	112
	Conclusion et Perspectives	115
A	Instabilité de Saffman-Taylor	119

B Taille de la couche de lubrification	123
Bibliographie	125
Publications	135

Chapitre I

Introduction

Sommaire

I.1	Introduction générale	1
I.2	Fluides complexes	4
I.2.1	Définition et exemples	4
I.2.2	Propriétés physiques	5
I.2.3	Cas des milieux granulaires immergés	9
I.3	Écoulement d'une bulle dans un fluide	11
I.3.1	Bulle unique dans un fluide newtonien	11
I.3.2	Bulle unique dans un fluide non-newtonien	13
I.3.3	Effet du confinement sur la remontée d'une bulle	14
I.4	Interactions entre plusieurs bulles et le fluide	16
I.4.1	Interactions entre plusieurs bulles	16
I.4.2	Bulles comme moteur du système	17
I.5	Plan du manuscrit	20

I.1 Introduction générale

L'étude de la remontée de bulles a une longue histoire dans la science, et la compréhension des dynamiques impliquées, de par la diversité des contextes dans laquelle se retrouve ce phénomène, représente une épreuve en soi qui est toujours d'actualité. En effet, on observe dans ce cas un écoulement multiphasique : du gaz va remonter via la poussée d'Archimède dans un ou des liquides, ou plus généralement un milieu dit complexe pouvant être composé d'un liquide et de particules solides, qui peut s'apparenter globalement ou localement à un fluide.

Pour situer les enjeux de cette thèse, je vais présenter ici un certain nombre de domaines d'applications dans lesquels se retrouvent de tels écoulements complexes.

De nombreux écoulements naturels vont présenter des propriétés d'écoulement de fluides complexes. En considérant la nature "fragmentée" du sol, ces écoulements peuvent

être assimilés à des écoulements granulaires. Par exemple lors d'évènements sismiques importants, le sol peut subir une onde qui provoquera une fluidification [1], engendrant des glissements de terrains. Le sol se comporte alors comme un fluide sous l'effet d'une excitation extérieure. On peut citer de même le cas des écoulements de glaciers, qui se comportent comme des solides sur des temps courts, mais qui s'écoulent si on les observe sur des échelles de temps plus longues. Un cas encore plus marquant est le cas de la tectonique des plaques, qui a une dynamique d'écoulement sur des temps encore plus longs. Dans tous ces différents cas, on peut noter que les sols se composent de manière a priori solide, mais que si on les excite avec une onde ou si on les observe sur des temps assez longs, présentent un caractère fluide.

Ces exemples montrent les propriétés complexes de ces écoulements naturels, auxquels il faut ajouter dans un certain nombre de cas des remontées de gaz à l'intérieur de ces milieux. Ainsi, on observe des remontées de gaz dans le magma qui est un fluide visqueux dans lequel on rencontre des phases liquide (lave), solide (cristaux) et gaz. Il a été montré que ces dégazages jouent un rôle déterminant dans l'intensité et la nature des éruptions volcaniques [2–4]. De la même manière on peut observer des remontées de gaz dans les sédiments marins (pockmarks), ces derniers pouvant se comporter comme un milieu solide (fracture) ou liquide (fluidification) [5, 6]. On observe également des émissions importantes de gaz dans le cas d'explosion de bulles sur les volcans de boue [7–9] ou encore des remontées de fluides dans des mines de diamant [10–12] (Figure I.1). Il est intéressant de remarquer que dans ces trois dernier types d'écoulements, des similarités morphologiques sont observées, avec la présence d'un cratère au niveau de la surface et la formation d'une zone fluide là où la structure du sol a été fortement modifiée, bien que les échelles de ces écoulements soient très différentes (Figure I.1).

En plus de l'observation naturelle de ces phénomènes, il faut noter l'importance économique ou industrielle des écoulements multiphasiques. C'est le cas lors de l'extraction de gaz de schiste ou dans la décontamination des sols [13–15], où l'on injecte directement du gaz dans les sols. On trouve également certaines applications dans l'industrie, en génie chimique par exemple, avec les réacteurs catalytiques (catalyse hétérogène)¹ [16, 17]. Une compréhension de ces écoulements est nécessaire pour optimiser ces processus.

Il est donc nécessaire d'étudier ces types d'écoulements aussi bien d'un point de vue fondamental pour comprendre les phénomènes naturels observés que d'un point de vue appliqué pour une utilisation "pratique". Il est évident que de tels phénomènes ne peuvent souvent pas être reproduit grandeur nature ; une reproduction à taille réduite est donc faite en laboratoire, où des dispositifs expérimentaux modèles sont utilisés. Ainsi pour modéliser certaines des propriétés physiques du magma, il est commun d'utiliser des fluides complexes, et notamment des solutions de polymère, qui vont présenter des propriétés

1. Action par laquelle une substance modifie la vitesse d'une réaction chimique, sans apparaître dans le bilan réactionnel. La catalyse est homogène quand les substances réagissantes et le catalyseur forment une seule phase, hétérogène dans le cas contraire. (larousse.fr)

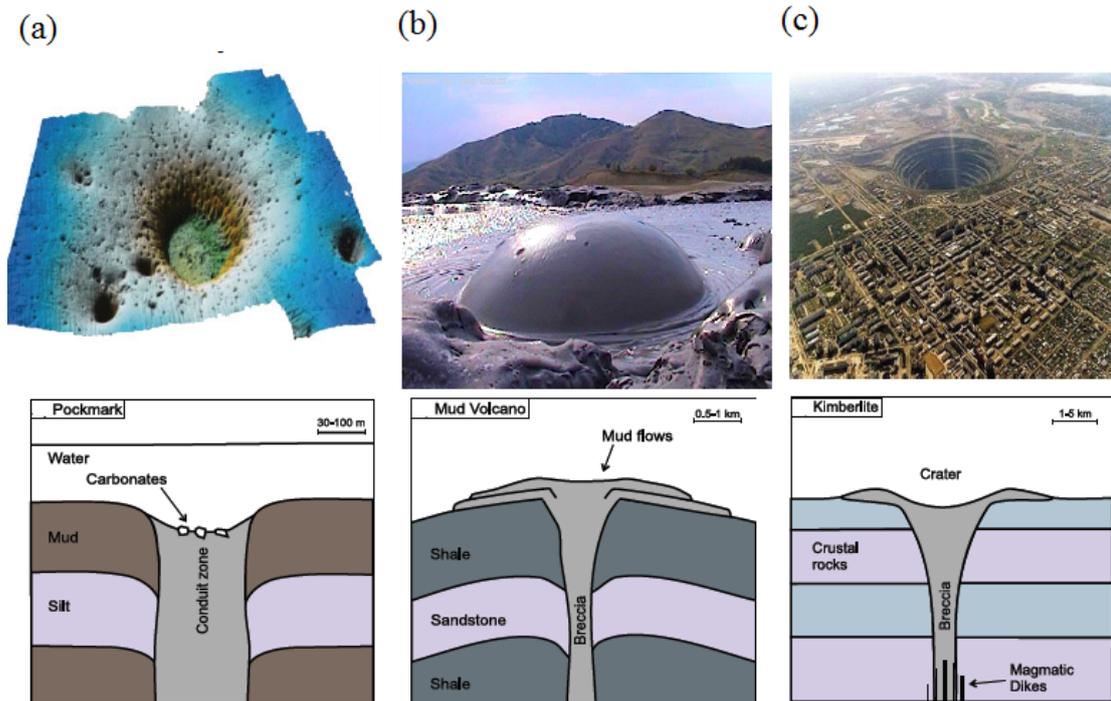


FIGURE I.1 – Trois exemples d’écoulements multiphasiques naturels : (a) pockmark ; (b) volcan de boue ; (c) mine de diamants (kimberlite). Bien que les 3 cas soient à des échelles très différentes (du mètre au kilomètre), on observe des caractéristiques communes avec la présence d’une zone fluide centrale et la formation d’un cratère. Schémas tirés de [7, 10, 18]. Les images sont tirées de microscaledmind.wordpress.com, dofrdestinations.com, jsjgeology.net.

rhéofluidifiantes et viscoélastiques². Pour la modélisation des sédiments marins, la représentation la plus standard est d’étudier un milieu granulaire immergé. L’utilisation de ces fluides complexes en laboratoire permet de contrôler les paramètres ajustables que l’expérimentateur peut choisir de fixer, et ainsi d’isoler les différents phénomènes physiques régissant les observations naturelles qui sont par définition plus complexes. Il est alors possible de faire un lien, par exemple, entre les propriétés rhéologiques³ des fluides et leur dynamique d’écoulement.

L’objectif de cette thèse est d’étudier la remontée de bulles dans des fluides complexes (au sens large du terme). Dans ce chapitre d’introduction, je vais présenter les concepts fondamentaux qui seront nécessaires pour la compréhension de la suite de cette thèse. Dans un premier temps j’introduirai des exemples et certaines propriétés des fluides complexes. Puis je présenterai les résultats connus pour la remontée d’une bulle unique dans un fluide (complexe ou non), suivi de l’interaction de plusieurs bulles remontant dans un fluide. Finalement je présenterai un système dans lequel les bulles injectées dans un milieu granulaire immergé vont jouer le rôle de moteur du système.

². Propriétés décrites dans la section suivante.

³. Du grec *rheo*, couler et *logos*, étude. L’étude de l’écoulement et la déformation de la matière sous une contrainte.



FIGURE I.2 – Exemples de fluides complexes rencontrés au quotidien. De gauche à droite : ketchup, moutarde, mayonnaise, dentifrice, béton et magma. ⁴

I.2 Fluides complexes

I.2.1 Définition et exemples

Les fluides complexes sont des mélanges binaires présentant une coexistence entre deux phases ⁵ : solide-liquide (suspensions ou solutions contenant des macromolécules telles que des polymères ou des micelles géantes), solide-gaz (milieux granulaires), liquide-gaz (mousses) et liquide-liquide (émulsions). Cette définition large nous indique que ces fluides peuvent se retrouver très largement dans le quotidien (voir Figure I.2). On a ainsi un nombre important de fluides produits industriellement qui présentent ces propriétés complexes. Par exemple dans certains fluides alimentaires comme le ketchup [19] et la mayonnaise [20], on observe que ces fluides ne s'écoulent pas de manière intuitive comme l'eau ou l'huile. De même lorsque l'on dilue de l'amidon de maïs dans de l'eau, on observe un comportement étrange où le fluide va paraître peu visqueux si on le mélange lentement, mais va sembler solide si on l'excite sur des temps très courts [21]. Le cas du yaourt est également intéressant [22], car il est composé d'un assemblage de molécules géantes, qui en interagissant les unes avec les autres, vont créer ces propriétés de gels qui sont solides si on les excite avec une contrainte faible, mais se mettent à couler si on augmente la contrainte appliquée. Les fluides complexes se retrouvent également dans d'autres usages quotidiens, comme dans les cas des gels à cheveux et des shampoings [23, 24]. Les shampoings sont en fait des solutions de polymère concentrées, et en jouant sur la concentration et la nature chimique de ces polymères, on arrive à obtenir des comportements variés. Les mousses, comme la mousse à raser par exemple, correspondent à une multitude de bulles d'air en contact par des films liquides, menant à des propriétés physiques collectives. Une branche de la physique est entièrement consacrée à leur étude [25, 26].

Dans le domaine industriel, on peut citer certains bétons et certaines boues de forage qui ont des propriétés complexes, notamment qu'ils "vieillissent" en séchant et donc ont des propriétés physiques dépendantes du temps. D'autres exemples en lien avec ceux du

4. <http://farmersalmanac.com/food/2011/06/06/make-your-own-ketchup-mustard-mayo> ;
<http://www.medisite.fr/a-la-une-des-dentifrices-toxiques-pour-le-foie.732229.2035.html> ;
<http://bronzoperasso.fr/bon-a-savoir-beton> ;
<https://wwwf.imperial.ac.uk/earthscienceandengineering/rocklibrary/viewglossrecord.php?Term=magma>.

5. Définition Wikipédia



FIGURE I.3 – (a) Définition de la relation entre contrainte σ et viscosité η dans le cas d'un cisaillement simple. v est la vitesse à laquelle le fluide est cisailé sur une distance d , et $\dot{\gamma}$ est le taux de cisaillement $\dot{\gamma} = v/d$. (b) Photo de l'un des rhéomètres utilisés (Kinexus, Malvern). (c) Exemple de mesure en géométrie cône-plan.

quotidien, sont les différentes matières plastiques, les peintures, et certaines encres qui présentent des propriétés complexes, telles que cette dualité entre solide et liquide. Lorsqu'elles sont utilisées à des échelles industrielles, leurs propriétés physiques doivent être connues et calibrées en fonction des besoins.

De nombreux fluides biologiques présentent également de telles propriétés complexes, comme le sang, le mucus ou encore le sperme, et leur dynamique d'écoulement joue un rôle crucial dans les différents systèmes vasculaires [27].

Pour finir, ces fluides sont présents de manière naturelle sur Terre, où ils prennent la forme de mélange liquide-solide, comme dans le cas du magma, des boues et des sables mouvants. Ainsi leurs propriétés physiques vont directement impacter les dynamiques d'écoulements géophysiques [28].

Par souci de clarté, j'ai mis de côté les milieux granulaires secs, qui sont également présents de la cuisine (boîte de céréales) à la plage (dunes de sable), et qui constituent un pan entier de la recherche en physique [29].

Ces différents fluides s'opposent ainsi aux fluides simples ou newtoniens comme l'eau, le glycérol ou encore les huiles. Nous allons expliciter dans la section suivante les différentes propriétés physiques de ces fluides complexes.

I.2.2 Propriétés physiques

Je vais présenter ici rapidement des propriétés générales de ces différents fluides, qui sont susceptibles de jouer un rôle dans leur écoulement.

I.2.2.1 Viscosité

La première propriété importante de ces fluides, est leur viscosité [30]. Une manière standard de définir la viscosité pour un fluide est de considérer le cas d'un cisaillement simple (Figure I.3a). On suppose un échantillon de fluide de hauteur d que l'on soumet à une contrainte tangentielle σ . Dans ce cas le fluide va se mettre en mouvement, et sera

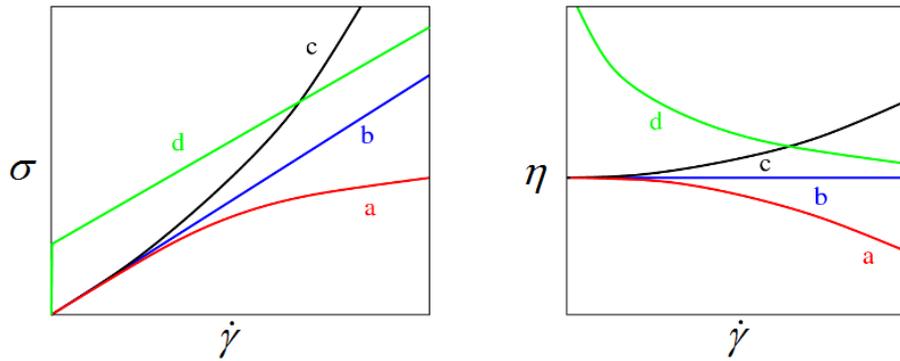


FIGURE I.4 – À gauche, contrainte σ en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour les quatre grands types de fluides, à droite viscosité η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ pour ces mêmes fluides. Les différents types de fluides sont : (a) les fluides rhéofluidifiants ; (b) les fluides newtoniens ; (c) les fluides rhéoépaississants ; (d) les fluides à seuil. Les images sont tirés de <http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/comment-coulent-les-fluides.xml>.

cisailé avec un taux de cisaillement $\dot{\gamma} = v/d$ qui correspond au gradient des vitesses. On définit alors la viscosité η , telle que $\sigma = \eta\dot{\gamma}$. Pour un fluide newtonien, comme l'eau ou le glycérol, cette viscosité η est constante et ne dépend que de la température ($\eta_{eau} = 1.00 \times 10^{-3}$ Pa.s et $\eta_{glycérol} = 1.79$ Pa.s à $T=20^\circ\text{C}$). Dans le cas des fluides complexes, cette viscosité va directement dépendre de la façon dont le fluide est excité mécaniquement, et il est donc impossible de donner la viscosité du fluide sans préciser dans quel état mécanique il se trouve (par exemple s'il est au repos). De plus le champ de vitesse qui s'établit n'est pas, en général, linéaire. On peut par exemple citer la formation de bandes de cisaillement ("shear-banding") lorsque l'on cisaille certains fluides non-newtoniens. On observe alors des domaines distincts avec des taux de cisaillement différents à l'intérieur du fluide.

Malgré cette difficulté de savoir ce qui se passe au niveau local, on peut quand même mesurer des viscosités moyennes. Pour cela on utilise un rhéomètre (Figure I.3b) qui est un appareil constitué d'une partie rotative et d'un socle fixe, sur lequel on va placer l'échantillon de fluide que l'on veut mesurer (Figure I.3c). La partie rotative permet d'imposer une contrainte σ et de mesurer une vitesse de rotation en régime stationnaire (ou l'inverse). En général on utilise une tête en forme de cône comme rotor, de manière à ce que lorsqu'on impose une vitesse de rotation, cela impose un taux de cisaillement identique dans tout l'échantillon. En faisant varier la vitesse de rotation (c'est-à-dire le taux de cisaillement), on mesure la contrainte ressentie par le rotor (contrainte moyennée sur l'ensemble de l'échantillon), et on remonte à la relation entre taux de cisaillement et contrainte, et par dérivation à la viscosité.

On peut alors distinguer, en plus du cas newtonien (Figure I.4b), trois types de comportements. Le premier est le cas d'un fluide dit rhéofluidifiant : la pente de la courbe donnant la contrainte σ en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ diminue, signifiant que la viscosité η diminue avec le taux de cisaillement (Figure I.4a). C'est le cas le plus fréquent, qui correspond notamment aux solutions de polymère (shampooing, ketchup...). Le deuxième cas est

celui des fluides rhéoépaississants, pour lesquels la viscosité augmente avec le taux de cisaillement (Figure I.4c). Ce cas est relativement peu rencontré en pratique, mais l'exemple le plus connu reste celui des solutions d'amidon de maïs, qui présentent cette caractéristique particulière. Finalement, certains fluides sont dits à seuil et ont un comportement de solide élastique tant que l'on reste en-dessous d'une contrainte seuil σ_c (Figure I.4d). En-dessous de cette contrainte, la viscosité ne peut pas être définie, le fluide ne coulant pas. Ce cas correspond notamment aux gels, aux mousses et aux milieux granulaires.

Il est important de noter que cette classification est très simpliste, et qu'en pratique les fluides peuvent présenter par exemple à la fois un caractère rhéofluidifiant et à seuil, voire même rhéofluidifiant et rhéoépaississant, selon les taux de cisaillements imposés. On verra dans les chapitres suivants une étude portant sur une solution de polymère à caractère rhéofluidifiant, et une étude sur une suspension dense (granulaire immergé), où la viscosité n'est pas bien définie et est un sujet de recherche actuel.

I.2.2.2 Viscoélasticité

Je viens de présenter ce qui se passait pour la viscosité, qui correspond à un comportement en régime établi (ou stationnaire). On peut se demander comment va réagir le fluide vis-à-vis d'une excitation qui présente un temps caractéristique. D'un point de vue phénoménologique, lorsque l'on va exercer des contraintes sur des temps courts, le fluide complexe aura un comportement de type solide, avec dans certains cas une réponse de type élastique ou une possibilité de fracture. Si l'on exerce des contraintes sur des temps plus longs, l'échantillon aura tendance à couler et aura donc un comportement de type visqueux avec une viscosité mesurable [30].

Pour cela on va étudier la façon dont réagit le fluide lorsqu'il est soumis à une excitation oscillante. Le plus facile est d'imposer une excitation sinusoïdale, et de regarder ce qui se passe en fonction des différentes fréquences. On utilise alors typiquement le même rhéomètre, pour lequel une valeur de déformation sera fixée à γ_0 , et la mesure se fera en oscillant avec une amplitude correspondant à cette déformation et une fréquence que l'on changera. Il est important de bien choisir la déformation, pour être dans un régime dit linéaire, étant donné que si on prend cette déformation trop grande, les dynamiques impliquées vont changer.

Dans le cadre du régime linéaire, on peut écrire une relation entre le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ et la contrainte σ , en introduisant le module de relaxation $G(t)$ qui indique la façon dont le fluide relaxe lors d'une excitation :

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t G(t-t')\dot{\gamma}(t')dt' \quad (\text{I.1})$$

En soumettant le fluide à un cisaillement oscillant de la forme :

$$\gamma(t) = \gamma_0 e^{i\omega t} \quad (\text{I.2})$$

où ω est la pulsation imposée, on peut alors mesurer le déphasage et l'amplitude entre le cisaillement imposé et la réponse en contrainte.

En combinant les deux équations précédentes, on peut écrire

$$\sigma(t) = i\omega\gamma_0 \int_0^u G(t-t')e^{i\omega t'} dt' \quad (\text{I.3})$$

qui par changement de variable $u = t - t'$ donne

$$\sigma(t) = i\omega\gamma_0 e^{i\omega t} \int_0^\infty G(u)e^{-i\omega u} du \quad (\text{I.4})$$

ce qui permet d'écrire une relation linéaire en écriture complexe :

$$\sigma(t) = G^*(\omega)\gamma(t) \quad (\text{I.5})$$

où $G^* = i\omega \int_0^\infty G(u)e^{-i\omega u} du$ est le module de cisaillement complexe, correspondant à la réponse temporelle du fluide.

Ce module complexe peut être décomposé en partie réelle et partie imaginaire $G^* = G' + iG''$:

$$G' = \omega \int_0^\infty G(u)\sin(\omega u) du \quad (\text{I.6})$$

et

$$G'' = \omega \int_0^\infty G(u)\cos(\omega u) du \quad (\text{I.7})$$

On appelle G' le module élastique, car il correspond à la réponse en phase à l'excitation (comportement "solide"), et G'' le module visqueux, qui correspond à ce qui se passe en quadrature de phase (comportement "fluide"). La mesure de ces deux grandeurs nous donne alors les informations nécessaires pour connaître la réponse fréquentielle de l'échantillon, dans le cadre de petites déformations (régime linéaire).

Lorsqu'on effectue un balayage en fréquence, on observe en général un croisement entre les deux modules, indiquant un changement du comportement visqueux vers un comportement élastique, ce qui permet de définir un temps de relaxation τ . Ce dernier correspond à un temps caractéristique d'excitation au-dessus duquel le fluide sera plutôt visqueux et en-dessous duquel il sera plutôt élastique.

Un modèle simple pour représenter les solutions de polymère a été proposé : le modèle de Maxwell, dans lequel le fluide est modélisé par un ressort de raideur k_M et une dissipation visqueuse de coefficient de dissipation η_M en série (Figure I.5a). On peut alors décomposer la déformation en une partie élastique γ_E et une partie visqueuse γ_V . Dans ce cas, on peut simplement calculer la réponse du système, et on montre qu'on a pour les deux modules :

$$G' = G_0 \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (\text{I.8})$$

$$G'' = G_0 \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (\text{I.9})$$

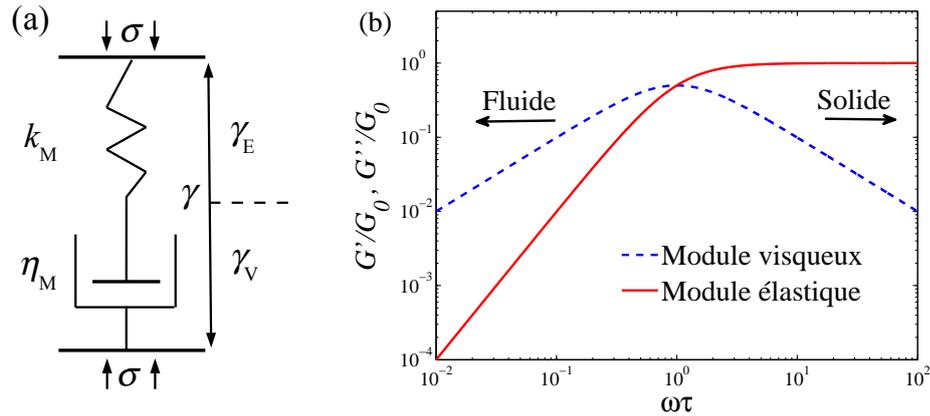


FIGURE I.5 – (a) Modèle de Maxwell qui lie la déformation γ et la contrainte Σ , dans le cas d’une analogie mécanique d’un système ressort (raideur k_M)/piston (viscosité η_M) en série. (b) Courbe typique du module élastique G' et du module visqueux G'' en fonction de la pulsation d’excitation ω .

où τ représente le temps caractéristique de réponse du système, ou encore le temps de relaxation. Ces deux courbes sont représentées en Figure I.5b. De nombreux modèles plus complexes existent, l’important étant de retenir qu’à basse fréquence, le fluide se comportera plutôt comme un fluide et à haute fréquence comme un solide élastique.

De nombreuses autres propriétés pour ces fluides complexes existent, mais il serait trop ambitieux de les détailler ici. On peut citer par exemple le problème de la thixotropie [30], qui correspond à la dépendance en fonction du temps du système, avec le problème du vieillissement qui rentre en compte. L’anisotropie de certains matériaux est également importante, mais hors du cadre de notre étude.

I.2.3 Cas des milieux granulaires immergés

Dans le cas particulier des milieux granulaires immergés (ou suspension dense), on peut aussi considérer l’ensemble grains/fluide environnant comme étant un fluide lorsqu’il est soumis à des contraintes. La grande différence avec les fluides homogènes à l’échelle macroscopique comme ceux présentés en section I.2.1 est que les grains ne sont pas des particules thermiques (browniennes) et donc qu’il n’y aura pas de relaxation vers un état homogène du fluide lorsqu’il est contraint. Les propriétés physiques du milieu granulaire dépendront alors fortement de la manière dont il a été “préparé”. De plus, les particules et le fluide n’ayant pas forcément la même densité, cela induit via la gravité une sédimentation des grains. Dans ce travail, on utilisera le terme de suspension pour tout milieu granulaire immergé (pas forcément isodense).

Lorsque le fluide est cisailé, on peut observer des effets de migration des grains dans certaines zones, cette compaction jouant un rôle important dans la viscosité efficace du fluide. Plus le milieu sera dense en grains, plus les effets de frottements entre les grains

seront importants, et on observera une viscosité bien supérieure à celle du fluide immergeant. De plus un phénomène de “jamming” peut apparaître, dû au fait que les grains ne peuvent pas se déformer, et donc qu’un encombrement stérique peut bloquer le système [31].

Les mesures de rhéologie que j’ai présentées précédemment permettent des mesures globales dans le système. Dans le cas des milieux granulaires, il est difficile de rendre compte de grandeurs caractéristiques étant donné que le milieu perd rapidement son homogénéité. Des modèles ont cependant été développés dans le cas de milieux granulaires peu denses dès 1905 avec Einstein [32]. Dans son étude, il détermine une loi linéaire entre la viscosité efficace du milieu η et la fraction volumique de grains ϕ du milieu granulaire pour $\phi < 3\%$:

$$\eta = \eta_0(1 + 2.5\phi) \quad (\text{I.10})$$

avec η_0 la viscosité du solvant. Un développement à un ordre supérieur a ensuite été proposé par Batchelor [33] : $\eta = \eta_0(1 + 2.5\phi + 6.2\phi^2)$, valable pour $\phi < 10\%$. Le modèle semi-empirique de Krieger-Dougherty permet d’aller plus loin que le régime linéaire ($\phi < 40\%$) [34, 35] :

$$\eta = \eta_0 \left(1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}\right)^{-2.5\phi_{max}} \quad (\text{I.11})$$

où ϕ_{max} est de l’ordre de 60%. Pour de faibles valeurs de ϕ , on retrouve la relation d’Einstein.

D’autres études complémentaires ont depuis été réalisées, menant à des lois empiriques prédisant la viscosité de suspensions denses jusqu’à des fractions volumiques de $\phi \geq 60\%$ [36] :

$$\eta = \eta_0 \frac{e^{-2.34\phi}}{(1 - \phi/\phi_{max}^*)^3} \quad (\text{I.12})$$

où η_0 est la viscosité du fluide suspendant et $\phi_{max} = 62\%$ correspond à l’empilement aléatoire des grains sédimentant (“poured random packing”)

Noter qu’au au-delà de cette fraction volumique ϕ_{max} , une viscosité effective devient très dure à déterminer, la suspension étant quasiment un solide indéformable. Dans tout ces cas, la viscosité efficace va dépendre de la manière dont l’échantillon est préparé, ainsi que de la distribution en taille des grains, d’où les nombreux modèles qui sont proposés encore aujourd’hui [37].

Des propriétés rhéoépaississantes sont également observés [38], cet effet provenant de la migration des grains. Les inhomogénéités à l’intérieur du milieu granulaire vont donc avoir un impact important sur sa rhéologie.

I.3 Écoulement d'une bulle dans un fluide

Dans cette thèse il est question de fluides complexes, mais surtout de la remontée de bulles dans de tels fluides. Dans cette section je fais des rappels sur les problèmes liés à la remontée de bulles, dans le cas le plus simple de fluides newtoniens, puis je présenterai certains résultats observés dans des fluides non-newtoniens, pour ensuite discuter de l'effet de la taille finie du système (confinement), qui sera importante dans notre cas.

I.3.1 Bulle unique dans un fluide newtonien

Une bulle de gaz qui remonte dans un fluide via la poussée d'Archimède subit également une forte résistante du fluide qui est une force visqueuse. Un nombre sans dimension typique pour décrire ce type de système est le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho U d}{\eta} \quad (\text{I.13})$$

où ρ est la densité du fluide, U la vitesse de la bulle, η la viscosité du fluide et d la taille caractéristique de l'écoulement (le diamètre de la bulle). Ce nombre compare les forces visqueuses et les forces inertielles. L'étude des bulles ressemble alors fortement au problème de sédimentation d'une bille tombant dans un liquide, à l'exception non-négligeable que les bulles sont des objets déformables. Le nombre de Reynolds va déterminer dans quel régime dynamique l'écoulement se situe (Figure I.6). Dans le cas d'une sphère (condition de vitesse nulle aux bords) à faible nombre de Reynolds, la vitesse d'ascension ou de sédimentation (selon la densité de la sphère) suit la loi de Stokes [39, 40]. Cette loi est obtenue via un bilan des forces. On suppose que deux forces sont appliquées : la force de traînée F_{Tr} qui correspond à la force de frottement du fluide, et la force motrice qui est la poussée d'Archimède F_{Ar} . La force de traînée peut s'écrire :

$$F_{Tr} = 6\pi\eta R U \quad (\text{I.14})$$

avec η la viscosité du fluide, R le rayon de la sphère et U sa vitesse. De plus, la poussée d'Archimède dans le cas d'une bulle sphérique s'écrit

$$F_{Ar} = \frac{4}{3}\pi R^3 (\Delta\rho) \quad (\text{I.15})$$

où $\Delta\rho$ est la différence de densité entre la sphère et le liquide environnant. Dans le cas d'une sphère de faible densité (remontant dans le fluide), $\Delta\rho \sim \rho_{liq}$, la densité du liquide. En régime d'ascension établi (on néglige le régime transitoire), la somme des forces appliquées à la bulle est nulle, et on peut alors écrire

$$6\pi\eta R U - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{liq} g = 0 \quad (\text{I.16})$$

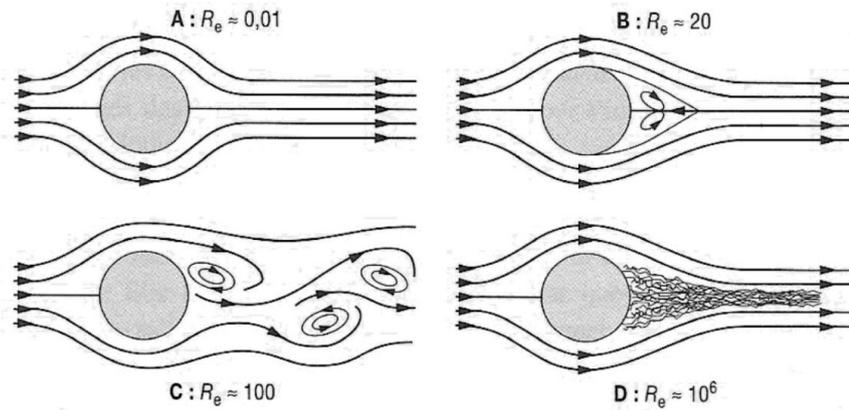


FIGURE I.6 – Écoulement autour d'une sphère rigide pour différentes vitesses de fluide. On observe différents régimes : (a) régime de Stokes ($Re = 0.01$), (b) régime laminaire ($Re = 20$), (c) instabilités de sillage turbulent ($Re = 100$), (d) régime fortement turbulent ($Re = 10^6$). Image tirée de <http://olivier.granier.free.fr/ci/NS/co/rappels-de-cours-meca-fluide-nbre-reynolds.html>.

ce qui donne la vitesse de Stokes de remontée de la sphère :

$$U_{Stokes} = \frac{2}{9} \frac{\rho_{liq} g R^2}{\eta} \quad (I.17)$$

Dans le cas des bulles, les conditions aux limites ne sont pas celles de non-glissement du fluide. Une première approximation consiste à prendre une condition de contrainte de cisaillement nulle. Cela mène à une légère modification de la loi de Stokes, donnant le régime dit d'Hadamard-Rybczynski [41]. La force de traînée est modifiée en $F_{Tr} = 4\pi\eta R U$, ce qui donne une vitesse d'ascension différente et légèrement inférieure :

$$U_{Hadamard} = \frac{1}{3} \frac{\rho_{liq} g R^2}{\eta} \quad (I.18)$$

Ces cas correspondent à de très faibles ($Re < 1$) et faibles ($Re \sim 1-20$) nombres de Reynolds. Noter qu'en pratique, une bulle réelle se situe entre ces deux approximations (Stokes et Hadamard-Rybczynski). Lorsque l'on augmente encore le volume de la bulle (et le nombre de Reynolds), l'écoulement autour de la bulle va changer de nature, et modifiera sa morphologie et sa trajectoire. Ainsi dans de l'eau (fluide peu visqueux), la bulle va passer d'une forme sphérique à une forme allongée (Figure I.7d-h), de par la création de tourbillons de traînée. On pourra naturellement diminuer cet effet en utilisant des fluides plus visqueux.

De plus si les tourbillons de traînée sont trop importants, une déstabilisation de la trajectoire de la bulle a lieu, et la bulle ne remonte pas verticalement (Figure I.7), mais sa trajectoire oscille horizontalement. Cela est dû au relâchement de manière alternée de ces tourbillons (Figure I.6c) [42, 43]. Cette instabilité a donc une origine purement hydrodynamique, même si son seuil n'est pas le même dans le cas d'une bulle et d'une

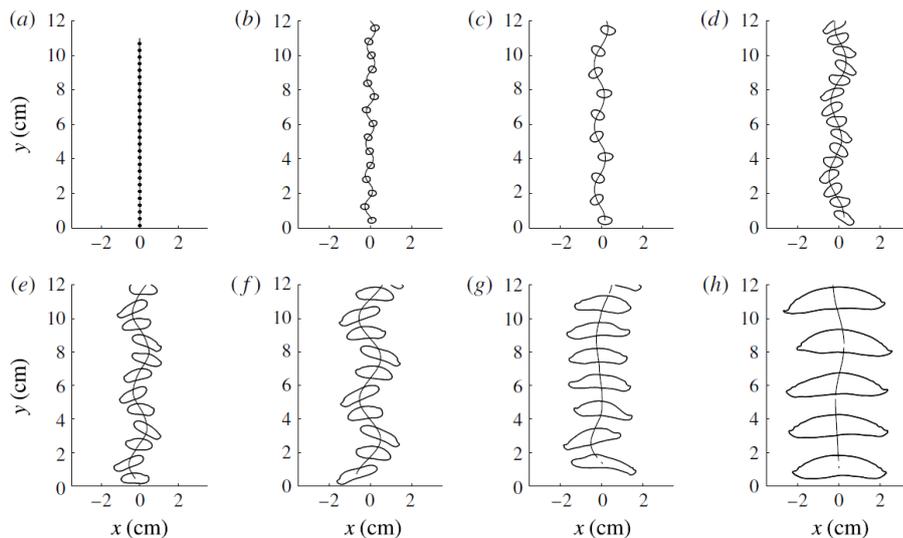


FIGURE I.7 – Changement de trajectoire et de forme d’une bulle d’air remontant dans de l’eau lorsque l’on augmente son volume. La bulle et l’eau sont confinées dans une cellule quasi 2D verticale. On observe une déstabilisation de la trajectoire par l’apparition des tourbillons de traînée, ainsi qu’un aplatissement de la bulle. Image tirée de [42].

particule indéformable. Il faut noter que ces instabilités apparaissent dans le cas confiné en cellule de Hele-Shaw [42] (Figure I.7) mais également en cas non confiné [44, 45].

I.3.2 Bulle unique dans un fluide non-newtonien

Dans le cas où la bulle va remonter dans un fluide non-newtonien, des effets dus à la rhéologie complexe du fluide vont créer un changement de morphologie de la bulle et de sa dynamique de remontée. De nombreux travaux expérimentaux et numériques ont été développés depuis les années 1980 [47] portant sur ces problèmes de remontée de bulles en fluide non-newtonien. Parmi les observations principales, il faut noter la déformation de la bulle [48–51], avec notamment la présence d’une singularité (“cusp”) à sa queue [47] (Figure I.8). Dans ce cas, les bulles passent d’une forme sphérique (à cause des forces capillaires) à une forme avec une queue. Une explication pour cette forme de queue vient du fait que le fluide ayant une réponse élastique et un temps de relaxation, une dépression est créée à l’arrière de la bulle, conduisant à cette forme particulière. Une observation intéressante est que la forme de cette queue peut perdre sa symétrie axiale, dans le cas très visqueux et élastique [46]. La bulle se termine alors en forme de lame de couteau, la singularité étant sous la forme d’un segment plutôt que d’un point. Des études complémentaires [52] ont été effectuées pour expliquer cette forme de singularité et son orientation, cette dernière n’étant pas aléatoire mais dépendant de la forme de la cellule expérimentale. L’élasticité du fluide étant importante dans ce cas, les effets longue portée vont jouer un rôle important. Une conséquence directe est la création d’un sillage négatif à l’arrière de la bulle, dans le cas de fluides viscoélastiques et rhéofluidifiants [46] (Figure I.8). Cet effet est directement corrélé avec l’observation de la singularité : la bulle

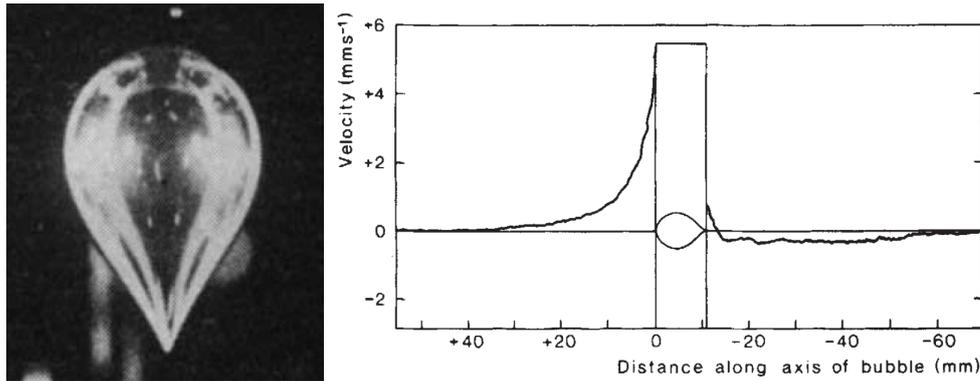


FIGURE I.8 – À gauche, bulle remontant dans une solution non-newtonienne de polyacrylamide et de glycérol. On observe la présence d’une singularité à l’arrière de la bulle (“cusp”). À droite, schéma du phénomène de sillage négatif, on voit que le fluide va dans la direction opposé à la bulle. Les deux figures sont tirés de [46].

va exercer des forces élastiques sur le fluide en le repoussant, entraînant une modification de la vitesse du fluide à l’arrière de la bulle par rapport à celle observée dans le cas de fluides newtoniens.

En ce qui concerne la vitesse de remontée des bulles en fluide non-newtonien, un phénomène intéressant apparaît, qui est celui d’une discontinuité de vitesse verticale [53, 54] (Figure I.9). Pour des fluides viscoélastiques, on observe un saut en vitesse d’ascension au-dessus d’un volume critique. Cette discontinuité n’est pas encore bien interprétée mais son origine réside encore une fois dans les effets élastiques et le sillage négatif de la bulle.

Finalement un autre exemple est le cas d’oscillations en vitesse et en forme de la bulle qui peuvent apparaître [55, 56] (Figure I.10), également pour un certain volume critique. Ce phénomène correspond à un chargement élastique du fluide, qui va comprimer la bulle et ralentir sa vitesse d’ascension, suivi d’un relâchement de la contrainte élastique, conduisant à des oscillations.

I.3.3 Effet du confinement sur la remontée d’une bulle

Dans ma thèse, je me suis placé pour toutes les expériences en géométrie confinée à deux dimensions (cellule de Hele-Shaw). Ce choix est motivé par deux raisons, la première étant que la visualisation des écoulements est plus facile dans cette géométrie, la deuxième est qu’elle apporte de nouveaux phénomènes dans la dynamique du problème, dont je vais présenter quelques exemples ici.

Bien qu’apparemment simple, le problème d’une bulle unique remontant dans un fluide non-newtonien confinée à deux dimensions n’a pas encore été étudié. Même le cas plus simple d’une bulle unique remontant dans un fluide visqueux newtonien, tel que l’eau, qui est un problème présenté par Taylor et Saffman en 1959 [58], a été longtemps étudié [59] et l’est encore à l’heure actuelle [42, 60, 61]. Dans ce cas de confinement, il faut prendre en compte les frottements dûs aux parois, qui peuvent s’exprimer sous la forme d’un

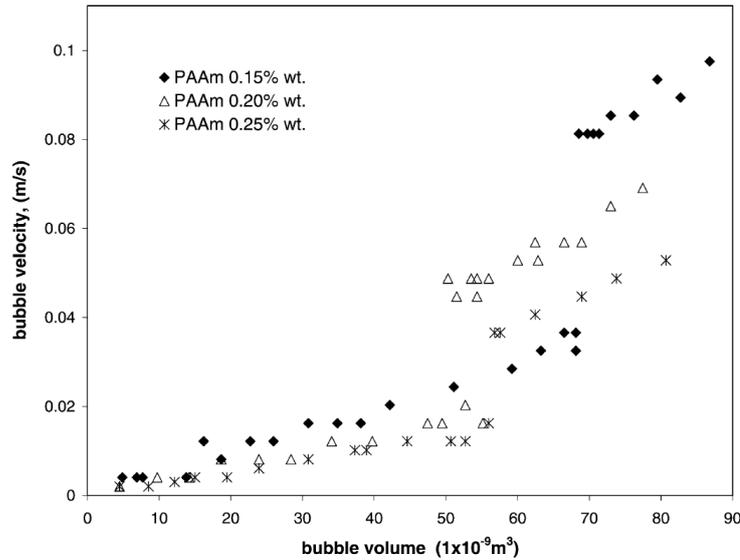


FIGURE I.9 – Vitesse terminale de la bulle en fonction de son volume pour le cas d’une bulle remontant dans une solution de polyacrylamide (PAAm). On observe un saut en vitesse à un certain volume de bulle. Figure tirée de [53].

problème de couche de lubrification. Des études détaillées de bulles remontant dans des fluides plus visqueux que de l’eau comme de l’huile silicone, montrent une déstabilisation des bulles liée à ce confinement [62]. Cette déstabilisation peut s’apparenter au problème de Saffman-Taylor, qui consiste à étudier l’injection d’air à pression constante dans une cellule horizontale remplie d’un fluide visqueux [57, 63] (voir Annexe A). On observe dans ce cas que l’interface entre l’air et le fluide, initialement plane, se déforme pour donner une instabilité en forme de doigts (Figure I.11), et qui a été étudiée de manière théorique [64] et expérimentale [65].

Des études plus récentes se sont penchées sur le cas des fluides non-newtoniens. Il a été montré que pour des fluides faiblement rhéofluidifiants, en utilisant une loi de Darcy modifiée⁶, on retrouve le résultat classique pour la taille des doigts [66]. Cependant, si le fluide est fortement rhéofluidifiant on observe une diminution de la taille des doigts, alors que pour des fluides élastiques, un agrandissement de ces doigts est observé [66–68]. Ce problème n’est pas directement relié au cas de la remontée de bulles, mais plutôt à la dynamique d’invasion d’air. Il nous sera cependant utile dans notre étude expérimentale et montre certains effets dûs au confinement et aux propriétés rhéologiques du fluide lors d’interactions biphasiques (fluide/gaz).

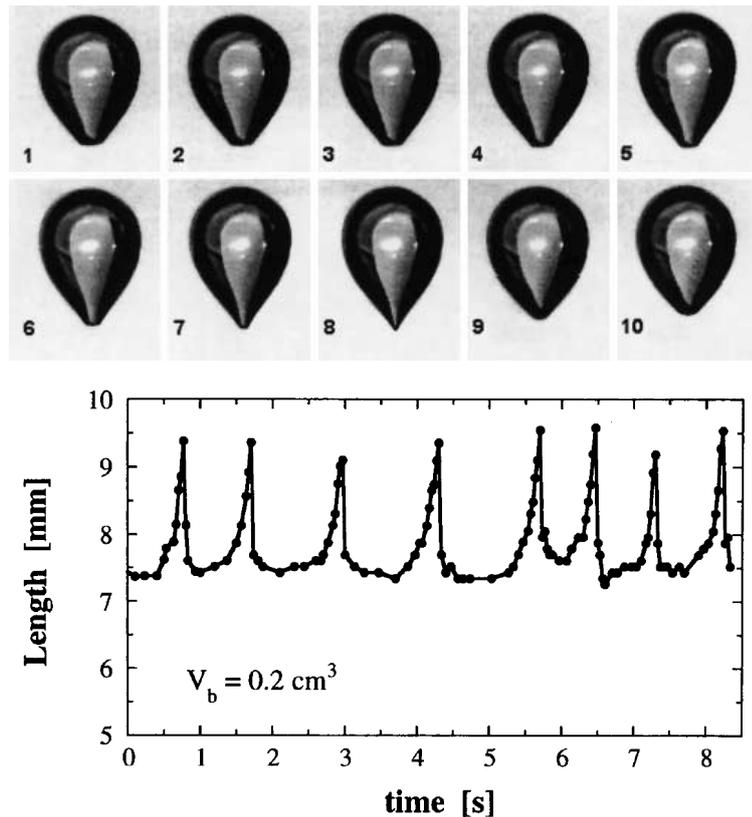


FIGURE I.10 – Bulle remontant dans une solution de CTAB (micelles géantes). On observe une oscillation de la forme et de la taille de la bulle en fonction du temps. Figures tirées de [55].

I.4 Interactions entre plusieurs bulles et le fluide

I.4.1 Interactions entre plusieurs bulles

Quand deux bulles sont présentes simultanément dans un fluide newtonien, elles vont interagir via des forces hydrodynamiques créées par leur propre mouvement. Si on suppose qu'il y a une bulle en amont de la première, le sillage de celle-ci va attirer la seconde bulle, jusqu'à se trouver en contact, uniquement séparées d'un film mince de liquide. On observe alors le phénomène de coalescence qui consiste en un drainage de ce film, jusqu'à ce que ce film éclate pour former une seule bulle. La dynamique de ce phénomène est complexe, et son temps caractéristique peut varier fortement (de quelques millisecondes jusqu'à des dizaines de secondes) en fonction de la composition du fluide, notamment s'il y a des surfactants ou non.

Lorsque de l'air est injecté à débit constant en base d'un fluide newtonien, au lieu de former une bulle unique, les bulles sont éjectées de manière régulière dans le fluide, formant ainsi un train de bulles. Les interactions sont alors purement hydrodynamiques, et dépendront de la période d'injection des bulles, ainsi que de leur vitesse (reliée à leur

6. Cette loi utilise une viscosité effective $\eta(\dot{\gamma})$ qui prend en compte les propriétés rhéofluidifiantes du fluide.

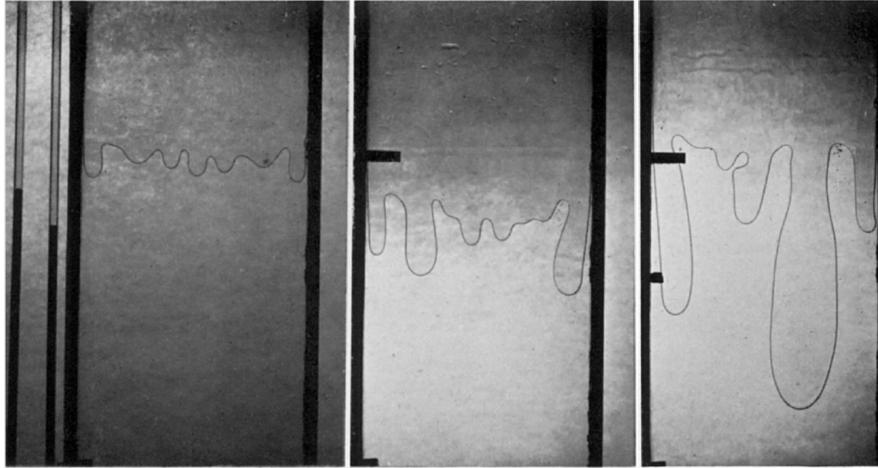


FIGURE I.11 – Phénomène de digitation visqueuse (Saffman-Taylor). On observe lors de l’invasion d’air dans un fluide visqueux (ici du glycérol), une déstabilisation de la surface, qui est purement due aux effets de confinement. Image tirée de [57]. L’air est injecté depuis le haut de l’image.

volume) [70–72].

Dans le cas d’un fluide non-newtonien, les interactions entre deux bulles vont être fortement modifiées par les effets élastiques ou le caractère rhéofluidifiant, par exemple. On peut ainsi observer des effets de regroupement venant de ces propriétés non-newtoniennes et pas seulement hydrodynamiques [73, 74]. Le fluide présente notamment un temps de relaxation qui fera que localement ses propriétés seront dépendante de son “histoire”. En effet, en cisillant le fluide, la bulle va modifier de manière intrinsèque les propriétés du fluide, dont sa viscosité. Dans le cas d’un fluide rhéofluidifiant, en considérant deux bulles successives, la première va créer un couloir de viscosité réduite derrière elle, qui va mettre un certain temps pour relaxer. La bulle suivante va alors “voir” une viscosité effective dépendante du cisaillement de la première [75, 76]. Des effets collectifs apparaissent ainsi, où les bulles peuvent former des chapelets [69] (Figure I.12). On peut également observer des cascades de bulles [77], voire une alternance spontanée entre la remontée de bulles successives et la formation d’un canal ouvert dans le fluide [78]. Cette dynamique complexe est quelque chose qui a peu été étudié en trois dimensions [79, 80], mais pas ou très peu dans le cadre d’un fluide confiné.

I.4.2 Bulles comme moteur du système

Un problème complémentaire que nous aborderons dans cette thèse est le cas où les bulles vont agir comme l’élément moteur du système, et on se penchera en particulier sur la dynamique d’invasion d’air dans des milieux granulaires immergés. En effet, dans ces milieux, l’air va déplacer les grains de manière irréversible (contrairement aux cas des autres fluides) et ainsi changer les propriétés locales du système.

De nombreux modèles ont été développés pour étudier l’invasion d’un fluide (liquide



FIGURE I.12 – Exemple d’effet collectif lorsque de l’air est injecté à débit constant dans une solution aqueuse de méthocel (polymère, non-newtonien), où les bulles forment une longue chaîne. (a) Formation de la chaîne au temps initial ; (b) chaîne de bulles en régime stationnaire. Figure tirée de [69].

ou gaz) dans un milieu granulaire, qu’il soit sec [81–83] ou immergé [84–92]. Par cette invasion de fluide, des déplacements de grains seront observés, changeant localement la compaction du milieu granulaire et permettant des déplacements globaux des grains. Le système peut alors être vu globalement comme un fluide (même si ce n’est pas localement vrai partout). On appelle ce phénomène la fluidisation granulaire.

Cette fluidisation est observée pour différents types d’injection, que ce soit à pression imposée ou à débit imposé. La dynamique de fluidisation des grains va dépendre fortement de ces paramètres, ainsi que de la compaction initiale des grains. Pour des débits d’injection faibles, le fluide (liquide ou gaz) va traverser le milieu granulaire sans déplacer les grains, de la même manière que si le système était rigide. À haut débit d’injection, les forces appliquées sur les grains vont provoquer des déplacements et donc une fluidisation partielle ou totale du lit granulaire [86–88, 91].

On s’intéresse ici à des systèmes triphasiques, pour lesquels du gaz est injecté dans un milieu granulaire immergé. De tels systèmes ont été étudiés en configuration horizontale [89, 90]. Dans ce cas, on observe différents régimes d’invasion (Figure I.13), qui vont dépendre du débit et de la fraction volumique des grains. Ces régimes vont de la percolation, lorsque le débit est faible et la fraction volumique de grains est importante, jusqu’à la fluidisation lorsque le débit devient suffisamment important pour déplacer les grains et que la fraction volumique de grains est faible.

Dans le cas vertical, des travaux précédents ont étudié les déplacements granulaires qui découlaient de l’injection à débit constant d’air en base d’un milieu granulaire immergé

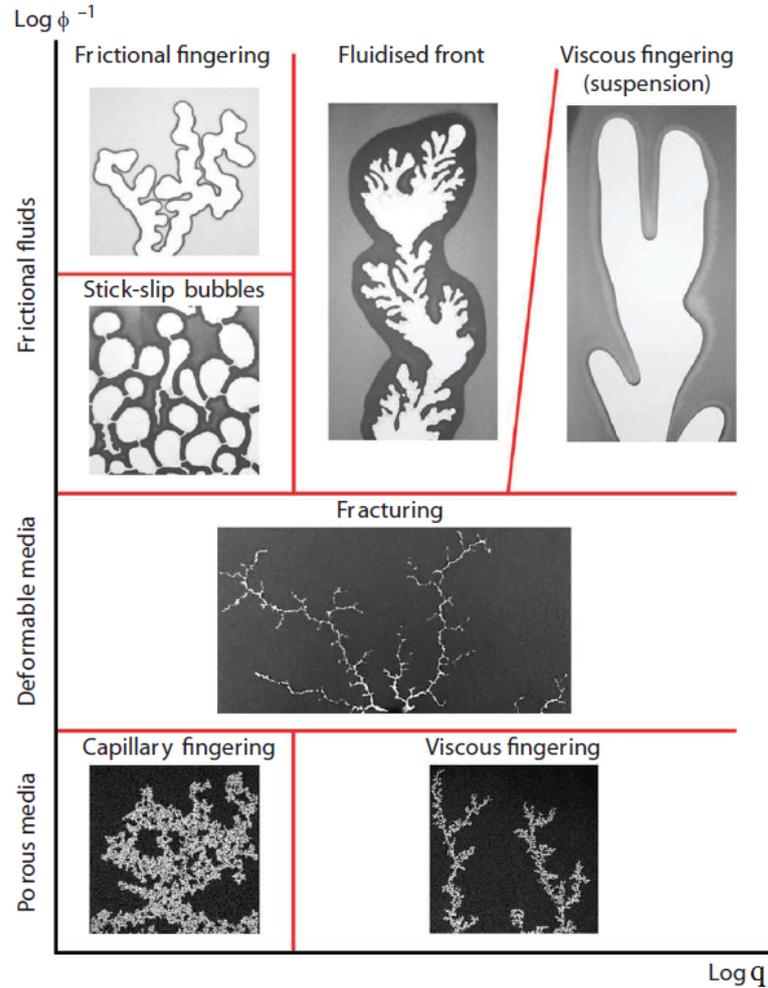


FIGURE I.13 – Différents régimes d’invasion d’air dans un milieu granulaire immergé dans du glycérol à l’intérieur d’une cellule de Hele-Shaw horizontale. Ces régimes sont dépendants du débit (axe horizontal) et de l’inverse de la fraction volumique des grains (axe vertical). Figure tirée de [90].

[13, 14, 92–96]. Lors de l’invasion initiale du gaz dans le système, deux types de régimes sont observés : à faible débit on observe de la percolation, avec l’air qui envahit le milieu granulaire sans déplacement significatif des grains ni formation de bulles, alors qu’à haut débit un phénomène de fracture apparaît (Figure I.14). Sur des temps plus longs, le régime stationnaire sera dans les deux cas identique, contrairement à l’intuition. Le passage répété de l’air forme une zone fluidisée qui a un contour parabolique $\zeta^*(z) = \sqrt{Dz}$ où $\zeta^*(z)$ est l’extension horizontale de ce contour, z la hauteur dans la cellule et D un paramètre d’ajustement dépendant notamment du débit [92, 93, 95, 96] (Figure I.14). Le déplacement des grains prend la forme de deux rouleaux de convection de part et d’autre de la zone centrale où un canal d’air est formé [92, 95]. Ce canal central est la zone où l’air passera préférentiellement, le système étant fortement fluidisé à cet endroit où les déplacements de grains seront très importants.

Les études précédentes se sont concentrées sur la morphologie et la dynamique de la

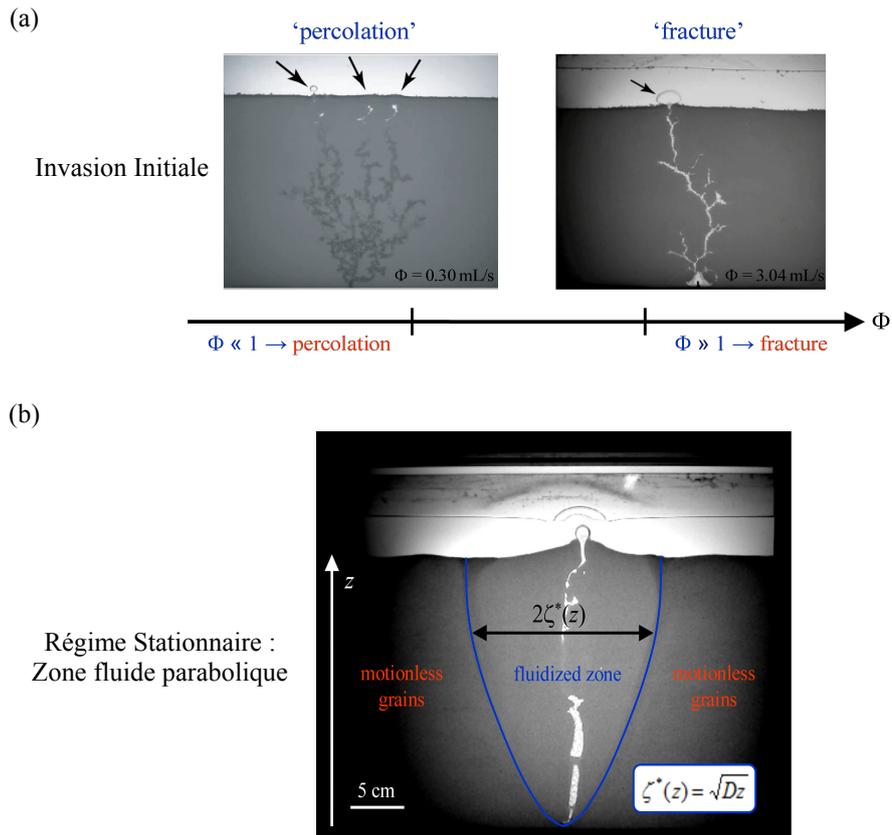


FIGURE I.14 – (a) Régime d’invasion initial d’air dans un milieu granulaire immergé et confiné dans une cellule de Hele-Shaw verticale. On observe deux possibilités d’invasion aux temps courts : percolation pour de faibles débits et fracture pour de forts débits (noté ici Φ) qui mènent dans les deux cas à un régime stationnaire où l’on observe une zone fluide centrale de forme parabolique, d’extension latérale $\zeta^*(z) = \sqrt{Dz}$. Figure tirée de [93].

zone fluide, mais n’ont pas caractérisé les bulles piégées dans la zone fluide, entraînées par les mouvements des grains vers le bas [92, 93, 95], ni le canal central. C’est sur ces points que nous nous concentrerons dans la deuxième partie de cette thèse.

I.5 Plan du manuscrit

Dans ce manuscrit, je vais présenter les résultats obtenus au cours de ma thèse, qui s’organise en deux grandes parties chacune divisée en deux chapitres. L’objectif est d’étudier la dynamique de bulles remontant dans un fluide complexe confiné dans une cellule de Hele-Shaw (quasi bidimensionnelle). La première partie porte sur la remontée de bulles dans une solution de polymère et la deuxième sur la remontée d’air dans un lit de grains immergés.

Dans le chapitre 2 je présente une expérience de remontée d’une bulle unique dans un

fluide complexe. Le fluide que nous utilisons est une solution aqueuse de polyéthylène-oxyde (PEO) dont on fera varier la concentration. Cette solution est un fluide non-newtonien présentant des propriétés viscoélastiques et rhéofluidifiantes. Ce fluide est confiné dans une cellule quasi 2D (Hele-Shaw) verticale. Une première analyse porte sur la caractérisation de ce fluide et de ses propriétés physiques. Nous étudions ensuite la morphologie de la bulle, ainsi que sa dynamique de remontée. Nous observons notamment que la bulle va avoir une forme différente de celles observées dans des fluides newtoniens. Nous mettons en évidence le développement d'une instabilité qui provient des propriétés rhéologiques du fluide. Pour compléter cette étude expérimentale, nous présentons une simulation numérique par méthode de champ de phase.

Dans le chapitre 3, nous étudions dans le même fluide et la même géométrie les interactions entre plusieurs bulles. Pour cela, l'air est injecté au bas de la cellule à débit constant et les bulles sont alors formées de manière périodique. Nous nous intéressons de la même manière à la morphologie des bulles qui sera modifiée par leur interaction, et nous étudions les phénomènes de coalescence. En particulier, nous regardons l'influence du débit sur la hauteur de coalescence des bulles. Pour compléter cette étude, nous avons implémenté un modèle phénoménologique prenant en compte les propriétés physiques du fluide.

Dans le chapitre 4, nous nous intéressons au piégeage des bulles lors de l'injection d'air dans un lit de grains immergé dans de l'eau. Cette étude expérimentale est également menée en cellule de Hele-Shaw verticale, et nous injectons de l'air à débit constant en un seul point au bas de la cellule. Dans l'état stationnaire à temps long (~ 20 heures), une zone centrale parabolique du lit de grains est fluidisée, et un canal central où l'air passe préférentiellement est formé. La zone fluide est formée de deux rouleaux de convection, similaires à ceux observés en mécanique des fluides, mais avec des dynamiques beaucoup plus lentes. On s'intéresse en particulier aux bulles piégées à l'intérieur ou à l'extérieur de cette zone fluide, qui sont créées lors de phénomènes intermittents de percolation ou de fracture. Nous étudions la taille de la zone fluide en fonction du débit d'air et de la taille des grains. De plus nous analysons la quantité d'air piégée dans cette zone, ainsi que la taille de l'interface entre les trois phases : l'eau, les grains et l'air.

Dans le cinquième et dernier chapitre, nous utilisons le même dispositif expérimental qu'au chapitre précédent, en plaçant dans le lit granulaire un obstacle fixe. Cet obstacle est placé à la verticale du point d'injection. Nous utilisons trois formes d'obstacle différentes : des disques, des carrés ou des losanges (carrés tournés à 45°) et de différentes tailles. L'obstacle est placé à différentes hauteurs au-dessus du point d'injection, et nous étudions son influence sur la dynamique du système. Nous regardons en particulier son effet sur la taille et la forme de la zone fluide formée aux temps longs, ainsi que sur la position du canal central.

Première partie

Remontée de bulles dans une solution de polymère confinée

Chapitre II

Bulle unique : instabilités

Sommaire

II.1	Dispositif expérimental	26
II.2	Fluides utilisés	27
II.2.1	Présentation	27
II.2.2	Caractérisation	28
II.3	Analyse dimensionnelle	31
II.4	Analyse d’images	33
II.5	Différents régimes	34
II.6	Analyse des instabilités	39
II.6.1	Paramètre de contrôle	39
II.6.2	Déviation vs. fragmentation	40
II.7	Simulations numériques par champ de phase	43
II.7.1	Première méthode : loi de Darcy généralisée	43
II.7.2	Deuxième méthode : calcul analytique de $u(\nabla P)$	46
II.7.3	Résultats	48
II.8	Discussion et conclusions	52

• R. Poryles et V. Vidal. Oscillations et fragmentation spontanées de bulles d’air remontant dans une solution de polymère confinée. *Compte-rendus de la 18e Rencontre du Non-Linéaire*, 113–118, Paris, 2015.

• R. Poryles et V. Vidal. Rising bubble instabilities and fragmentation in a confined polymer solution. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 241 : 26–33, 2017.

Dans ce chapitre, je présente les résultats obtenus lors de l’étude portant sur la remontée d’une bulle unique dans un fluide complexe, viscoélastique et rhéofluidifiant, confiné à deux dimensions (cellule de Hele-Shaw). L’objectif est de quantifier la morphologie et la dynamique de la bulle, et de déterminer le rôle du confinement. Le choix de cette géométrie confinée est basé sur deux points. Le premier est un point purement technique, la visualisation étant beaucoup plus facile en deux dimensions, le deuxième vient du fait que

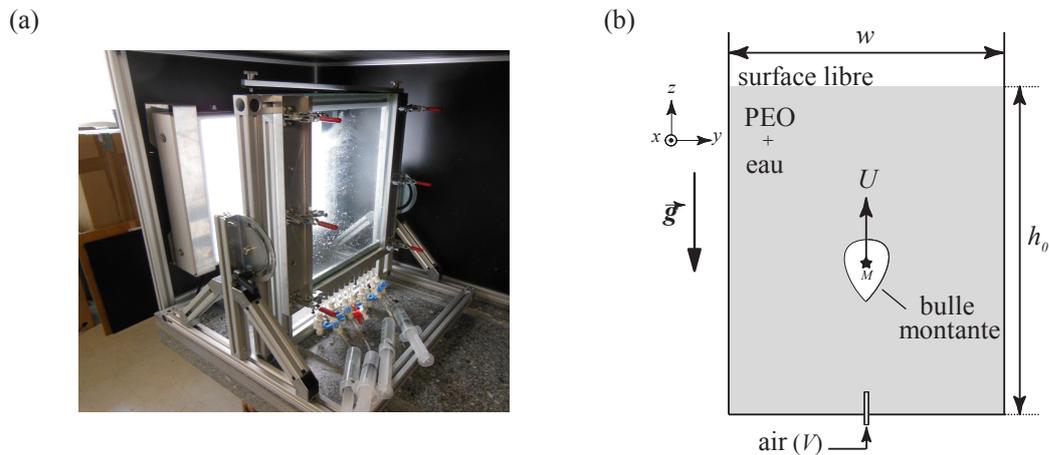


FIGURE II.1 – (a) Photographie du dispositif expérimental. (b) Schéma de la cellule de Hele-Shaw. La bulle est repérée par son centre de masse $M(y_M, z_M)$, son volume V et sa vitesse U . La cellule a une largeur $w = 28.3$ cm, un gap $e = 2$ mm (selon x) et est remplie sur une hauteur $h_0 \sim 30$ cm.

certaines instabilités n'apparaissent que dans ce type de géométrie, comme par exemple l'instabilité de Saffman-Taylor [57], et on peut se demander si un phénomène similaire peut se produire dans le cas de la remontée de bulles. La cellule a été choisie suffisamment haute de manière à ce que l'on puisse observer le régime stationnaire lors de la remontée des bulles. Nous avons également utilisé des méthodes numériques (simulations par champ de phase) que nous avons comparé avec les observations expérimentales.

II.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental que nous avons adopté consiste en une cellule de Hele-Shaw démontable (Figure II.1). Cette cellule (largeur $w = 28.3$ cm, hauteur $h = 40$ cm) est faite d'un cadre en aluminium sur lequel on vient fixer deux plaques de verre séparées par un gap $e = 2$ mm. Le gap est contrôlé par un espaceur en plastique rigide, sur lequel on vient serrer les deux plaques grâce à trois pinces sauteuses disposées de chaque côté de la cellule. On vient également visser par le dessus de la cellule une tige rectangulaire en aluminium, de manière à ce que les plaques de verres soient comprimées contre le cadre pour éviter toute fuite au niveau de la base de la cellule. Il a été compliqué d'éviter les fuites au bord des plaques, il a fallu en effet installer des joints toriques tout autour de la cellule, et ajouter des bandelettes de Téflon au niveau des interstices pour assurer son étanchéité. Le choix d'une telle cellule démontable permet de facilement la nettoyer lorsque l'on changera de fluide. Les plaques de verre et les injecteurs sont nettoyés avant chaque série d'expériences avec de l'eau puis de l'éthanol. La cellule peut être inclinée, nous avons

cependant choisi une configuration verticale pour l'ensemble de nos expériences.

Au bas de la cellule, 13 points d'injection constitués d'orifices de diamètre 1 mm sont disposés de manière équidistante. Nous utiliserons uniquement l'injecteur central (afin d'éviter tout effet de bords de la cellule) pour injecter de l'air. Cet injecteur est relié à une seringue en plastique de capacité 60 mL, dont nous nous servirons pour injecter manuellement l'air dans le fluide. Nous injectons un volume V qui n'est pas contrôlé de manière précise mais que l'on estimera a posteriori (voir section II.3). Aux autres injecteurs sont reliées des seringues contenant le fluide, qui permettent de remplir ou vider la cellule, afin de contrôler la hauteur de liquide que l'on fixera à $h_o \sim 30$ cm (Figure II.1b).

La cellule est rétroéclairée par un panneau à néon lumineux (JustNormLicht, Classic Line) qui est utilisé en général pour observer des radiographies. Cet éclairage nous assure un bon contraste et une bonne homogénéité lumineuse pour la visualisation. La remontée de la bulle est filmée par une caméra PL-B781, 1280×1024 pixels (PixeLink) en noir et blanc. L'avantage de cette caméra est que l'on peut modifier sa résolution spatiale ce qui permet d'ajuster la fréquence d'acquisition. Nous avons choisi de travailler avec une résolution de 1280×416 pixels, ce qui permet d'observer la bulle sur toute sa remontée, avec une fréquence d'acquisition de 45 images par secondes. L'objectif utilisé est une lentille 12.5-75 mm de distance focale minimale de 1.2 m. Cet ensemble caméra-objectif est fixé sur un support boy placé à 1.2 m de la cellule. Une image d'une règle double-décimètre transparente posée sur la cellule est prise avant chaque série d'expériences pour connaître l'échelle exacte.

II.2 Fluides utilisés

II.2.1 Présentation

Nous avons utilisé deux types de fluides, le premier étant un fluide non-newtonien qui est l'objet principal de notre étude et l'autre un fluide newtonien qui nous sert d'expérience témoin.

Pour le fluide non-newtonien, nous avons utilisé des solutions aqueuses de polyéthylène oxyde (PEO) (Sigma-Aldrich, 372838, Figure II.2a). Ce polymère a une masse molaire $M_W = 8 \times 10^6$ g/mol, ce qui représente une succession de $N = M_W/M_{mono} = 8 \times 10^6/44 = 1.8 \times 10^5$ monomères par molécule. Pour de telles solutions de polymère, on peut calculer une concentration de recouvrement C^* , qui correspond à la concentration à partir de laquelle les chaînes de polymère commencent à s'enchevêtrer [97].

$$C^* = \frac{M_W}{4/3\pi R_g^3 \mathcal{N}_a} \quad (\text{II.1})$$

avec M_W la masse molaire, R_g le rayon de giration qui correspond à l'extension spatiale du polymère et $\mathcal{N}_a = 6.022 \times 10^{23}$ mol⁻¹ le nombre d'Avogadro. On a de plus $R_g \sim b_m N^{3/5}$

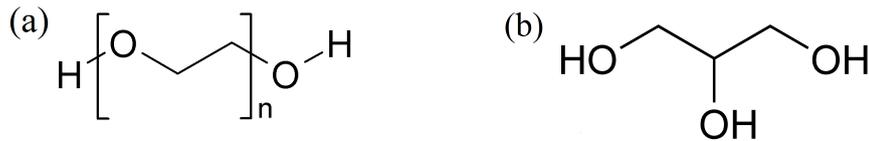


FIGURE II.2 – Formule chimique (a) du polyéthylène oxyde (PEO) et (b) du glycérol.

avec $a_m = 3 \times 10^{-10}$ m la taille d'un monomère et N le nombre de monomères dans notre polymère. La taille du monomère a_m est estimée en prenant la taille d'une molécule d'éthanol (0.469 nm), à laquelle on soustrait la taille des deux hydrogènes (de rayon de l'ordre de 0.050 nm). On obtient dans notre cas $C^* \approx 0.04$ g/L. Nous avons alors utilisé 4 différentes solutions de concentration $c = [3, 4, 5, 6]$ g/L qui correspondent à $c = [75, 100, 125, 150] C^*$. En nous plaçant à de telles concentrations, nous nous assurons que les chaînes de polymère seront fortement enchevêtrées, que la solution sera alors d'une viscosité nettement supérieure à celle de l'eau et qu'elle présentera un caractère fortement non-newtonien.

La préparation de la solution se fait de la manière suivante. Le polymère se présente sous la forme d'une poudre blanche, et nous préparons des solutions de 500 mL en pesant de manière précise la poudre de polymère et en y ajoutant ensuite lentement de l'eau distillée. De par la taille des chaînes de polymère et de la concentration assez élevée, la solution met beaucoup de temps à s'homogénéiser, et il a fallu attendre une semaine avant de pouvoir utiliser chacune des solutions. Il est important de noter qu'il n'est pas possible d'agiter trop fortement la solution, étant donné que les longues chaînes de polymère peuvent se briser, d'où ce temps d'attente qui vient de notre protocole expérimental : une légère agitation puis le fluide est laissé au repos (diffusion du polymère dans l'eau).

La solution témoin que nous avons utilisée est un mélange d'eau et de glycérol à 88% en masse de glycérol (Figure II.2b). Cette concentration a été choisie pour que la viscosité de cette solution soit du même ordre de grandeur que celle de la solution de PEO à $c = 4$ g/L (voir section II.2.2.1).

II.2.2 Caractérisation

Pour caractériser les propriétés physiques des solutions nous avons quantifié d'une part, leurs propriétés rhéologiques et d'autre part, leur tension de surface.

II.2.2.1 Rhéologie

Les propriétés rhéologiques des solutions de PEO ont été caractérisées à l'aide d'un rhéomètre (Bohlin C-VOR 150) en utilisant une géométrie cône-plan (cône de diamètre 60 mm, et de 2° d'angle). La Figure II.3a montre la viscosité dynamique η en fonction du taux de cisaillement appliqué $\dot{\gamma}$. On observe que pour les quatre différentes solutions, la viscosité η suit le même type d'évolution avec le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$, c'est-à-dire un

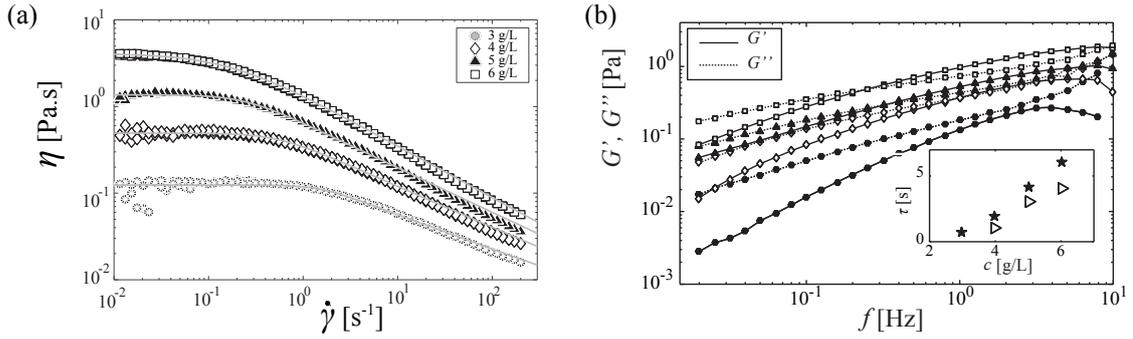


FIGURE II.3 – (a) Viscosité η en fonction du taux de cisaillement imposé $\dot{\gamma}$ pour les solutions de polymère [$c = 3, 4, 5, 6$ g/L]. Les mesures ont été effectuées en augmentant puis en diminuant $\dot{\gamma}$ avec un temps d'attente $\Delta t = 10$ s par point. Aucune hystérésis n'a été observée. Les lignes grises correspondent au modèle de Carreau-Yasuda (voir texte). (b) Module élastique (G' , ligne continue) et visqueux (G'' , pointillés) en fonction de la fréquence [déformation 1%, mêmes symboles que pour (a)]. *Insert* : Temps de relaxation τ tiré du modèle de Carreau-Yasuda [\star , voir (a) et Table II.1] et des propriétés viscoélastiques (croisement des courbes G' et G'' , \triangleright)

plateau newtonien à bas taux de cisaillement, et une décroissance rapide de la viscosité au-delà d'un taux de cisaillement critique $\dot{\gamma}_c$, ce qui est caractéristique des propriétés rhéofluidifiantes des solutions, en accord avec de précédentes études sur la rhéologie de solutions aqueuses de PEO [98]. On observe qu'à faible taux de cisaillement, la viscosité est comprise entre 100 et 4000 fois celle de l'eau (pour le plateau newtonien). On remarque notamment que le taux de cisaillement critique, $\dot{\gamma}_c \simeq 0.1\text{--}1$ s $^{-1}$, est inférieur aux taux de cisaillement induits par la remontée de la bulle dans nos expériences. Ces derniers sont estimés en divisant la vitesse de remontée des bulles U qui varie de 0.1 à 10 cm/s par la taille de la bulle qui varie de 0.2 à 4 cm.

Les propriétés rhéofluidifiantes de solutions de polymères enchevêtrés sont classiquement modélisées en utilisant une loi de Carreau [99] :

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\eta_0}{(1 + (\dot{\gamma}\tau)^2)^{1/4}} \quad (\text{II.2})$$

où η_0 est la viscosité du plateau newtonien à bas taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ et τ un temps caractéristique qu'on peut relier au temps de relaxation du fluide. Nous observons cependant de légers écarts à la courbe pour les différentes concentrations, qui ne sont pas compatibles avec la pente $-1/2$ prédite avec ce modèle simple. Nous avons utilisé la loi plus générale de Carreau-Yasuda [100]

$$\eta = \eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{[1 + (\tau\dot{\gamma})^a]^{\frac{1-n}{a}}} \quad (\text{II.3})$$

où η_∞ est la viscosité à taux de cisaillement infini qui correspond à la viscosité du solvant, n un exposant adimensionné et a un paramètre adimensionné correspondant à la transition

TABLE II.1 – Paramètres pour la loi de Carreau-Yasuda (équation II.3) ajustés pour les 4 solutions de PEO utilisées.

c [g/L]	η_0 [Pa.s]	τ [s]	n [-]	a [-]
3	0.12	0.69	0.59	2.76
4	0.49	1.92	0.52	2.04
5	1.37	4.19	0.48	2.02
6	4.12	6.09	0.40	1.12

entre le plateau newtonien et la partie rhéofluidifiante de la courbe [100]. Le solvant dans notre cas étant de l'eau, on a $\eta_\infty = 10^{-3}$ Pa.s. Le tableau II.1 résume les paramètres d'ajustement (η_0, τ, n, a) pour les différentes solutions de PEO, et les ajustements sont présentés en lignes grises sur la figure II.3a.

Les propriétés viscoélastiques des fluides utilisés ont été mesurées avec un rhéomètre TA Instruments (AR1000) en géométrie cône-plan (diamètre 40 mm, angle 2°). Elles sont présentées sur la figure II.3b, où sont représentés à la fois le module élastique G' et le module visqueux G'' . Ces courbes sont obtenues en fixant une déformation $\gamma = 1\%$ et en effectuant un balayage en fréquence. Les temps de relaxation des fluides (insert, Figure II.3b) sont obtenus de deux manières : la première par extraction du temps caractéristique dans le modèle de Carreau-Yasuda (τ , Table II.1) ; la deuxième par mesure du croisement entre les courbes des modules élastique et visqueux. Ces deux estimations des temps caractéristiques sont proches, variant de 0.7 s à 6 s pour les différentes concentrations par ordre croissant.

Pour le mélange eau-glycérol, la viscosité reste constante à $\eta \approx 90$ mPa.s lorsque l'on varie le taux de cisaillement (Figure II.4), ce qui est proche de la valeur tabulée [101], et caractéristique du comportement newtonien de ce fluide. Cette viscosité est cependant difficile à contrôler car elle varie très fortement avec la température et la concentration. On a choisi de prendre cet ordre de grandeur en viscosité, pour avoir la même que celle de la solution de polymère à 4 g/L lorsqu'elle est cisailée avec un taux de cisaillement de $\dot{\gamma} \sim 10$ s⁻¹ ce qui correspond à l'ordre de grandeur des taux de cisaillement générés par la bulle dans l'expérience (Figure II.4).

II.2.2.2 Tension de surface

Nous avons mesuré la tension de surface σ de l'interface entre l'air et la solution de PEO à 100 C* et du mélange eau-glycérol, avec la méthode de la bulle montante. On utilise pour cela un tensiomètre à bulle montante commercial (Tracker, Téclis). Le principe est analogue à la technique de la goutte pendante, détaillée dans [102] et [103]. Grâce à un tube capillaire on injecte une bulle dans le fluide sans qu'elle se décroche du capillaire. On a alors une bulle d'air à l'équilibre avec le fluide qui l'entoure. On prend une image bien contrastée (cf. Figure II.5) que l'on analyse avec un programme de traitement d'images déjà codé. La zone de mesure correspond au rectangle sur l'image.

Le logiciel calcule la forme du contour de la bulle et remonte alors à la tension de

	éthanol	eau	PEO (100C*)	glycérol 88%
σ (mN/m)	21.9 ± 0.3	72 ± 1	61 ± 1	64.5 ± 0.5
σ tabulé (mN/m)	22.3	72	62	~ 63

TABLE II.2 – Tension de surface mesurée par la méthode de la bulle montante. Les valeurs tabulées sont rapportées pour l'eau, l'éthanol et le glycérol [101], et pour la solution de PEO [104, 105].

surface entre le fluide et l'air via une méthode d'optimisation de profil par rapport à des profils théoriques [102, 103]. Nous avons au préalable étalonné le tensiomètre avec de l'éthanol pur et nous avons fait une série de 10 mesures pour chaque fluide, en formant à chaque fois une nouvelle bulle, afin d'estimer la barre d'erreur. Les résultats obtenus sont présentés dans la Table II.2.

On observe que les tensions de surface des deux fluides que nous utiliserons sont proches de celle de l'eau, et qu'il n'y a pas de grosse différence entre la solution de PEO et le mélange eau-glycérol. Nous avons enfin supposé que σ était le même pour les quatre différentes solutions de PEO.

II.3 Analyse dimensionnelle

Un moyen standard d'analyse en physique expérimentale est de définir des nombres sans dimension qui vont régir notre problème en utilisant uniquement les paramètres physiques. Les paramètres suivants jouent *a priori* un rôle dans notre système :

- Viscosité du fluide : $\eta \sim 100 \times 10^{-3}$ Pa.s
- Tension superficielle fluide / air : $\sigma \sim [60 - 70] \times 10^{-3}$ N.m $^{-1}$
- Taille caractéristique des bulles que l'on injecte (diamètre) : $d \sim [0.3 - 3.4]$ cm
- Taille du gap : $e = 2$ mm

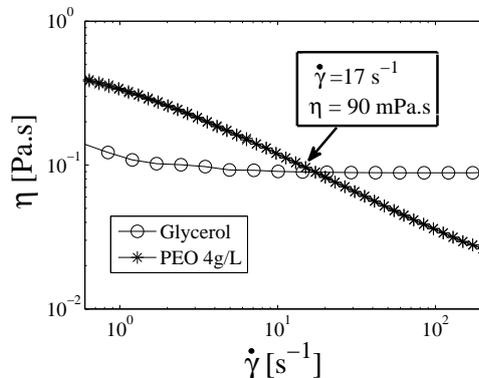


FIGURE II.4 – Viscosité η en fonction du taux de cisaillement imposé $\dot{\gamma}$ pour le mélange eau-glycérol et la solution de PEO à $c = 4$ g/L. Les deux courbes se croisent pour un taux de cisaillement $\dot{\gamma} \sim 10$ s $^{-1}$.

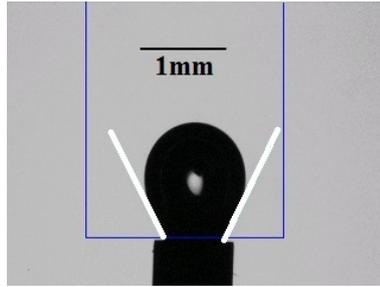


FIGURE II.5 – Photo de la bulle d’air dans de l’éthanol lors du traitement d’images pour mesurer la tension de surface. Les deux tangentes à la bulle en sortie du capillaire sont déterminées par le logiciel.

- Vitesse de la bulle : $U \sim [1 - 10] \text{ cm.s}^{-1}$
- Masse volumique du fluide : $\rho \sim 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
- Accélération gravitationnelle : $g \sim 10 \text{ m.s}^{-2}$

Grâce à cette liste de paramètres indépendants, on peut appliquer le théorème de Buckingham [106] nous donnant les nombres sans dimension qui peuvent influencer sur la physique du problème. Le théorème nous dit qu’en ayant 3 unités physiques différentes (la masse, le temps et la longueur) et 7 paramètres indépendants, on pourra définir 4 nombres sans dimension.

Nous choisissons les nombres suivants :

- le nombre de Reynolds comparant les forces inertielles et les forces visqueuses :

$$Re = \frac{\rho U d}{\eta} \quad (\text{II.4})$$

- le rapport d’aspect des bulles :

$$As = \frac{e}{d} \quad (\text{II.5})$$

- le nombre de Bond (ou Eötvös) comparant la poussée d’Archimède et la tension superficielle :

$$Bo = \frac{\rho d e g}{\sigma} \quad (\text{II.6})$$

- le nombre capillaire comparant les forces visqueuses et la tension superficielle :

$$Ca = \frac{\eta U}{\sigma} \quad (\text{II.7})$$

Ces 4 nombres suffisent a priori pour décrire le problème mais dans la littérature on en trouve d’autres qui conviendraient également. Le plus connu, à titre indicatif, est le nombre de Weber qui compare les forces d’inertie et les forces capillaires : $We = \rho d U^2 / \sigma = Re.Ca$ (qui correspond en fait à une combinaison de ceux déjà définis). Les gammes de variation de ces nombres sans dimension dans nos expériences sont présentées dans la Table II.3.

Re	As	Bo	Ca
0.3-34	0.1-0.66	0.85-4.76	0.01-0.14

TABLE II.3 – Ordre de grandeur des nombres sans dimension dans nos expériences : nombre de Reynolds (Re), rapport d'aspect (As), nombre de Bond (Bo) et nombre capillaire (Ca).

Nous pouvons en déduire directement certaines propriétés du système. Le rapport d'aspect étant petit devant 1, cela nous indique que l'on est bien dans une configuration à deux dimensions, ou encore confinée sauf pour les très petites bulles mais elles ne seront pas l'objet central de notre étude. Le nombre de Reynolds, de l'ordre de 1, nous indique que l'on se trouve dans un régime laminaire mais surtout qu'il y aura peu de turbulence. Le nombre de Bond, supérieur à 1 pour les grosses bulles, nous indique que l'écoulement est contrôlé par la poussée d'Archimède et que les bulles n'auront pas une forme sphérique. Pour les petites bulles, c'est la tension superficielle qui domine et ces bulles auront donc une forme sphérique. Le nombre capillaire qui est faible nous laisse à penser que les bulles seront peu déformées au cours de l'écoulement par les forces hydrodynamiques.

Ce dernier nombre (Ca) nous apporte une information supplémentaire sur la taille du film de lubrification entre la bulle et les parois. En effet, il a été montré dans [43] (voir Annexe B) pour une bulle se déplaçant entre deux plaques, que l'épaisseur de la couche de lubrification h_l ne dépend que du nombre capillaire, tant que le Reynolds est faible dans cette couche fine :

$$\frac{h_l}{e} \sim \frac{Ca^{2/3}}{1 + Ca^{2/3}} \quad (\text{II.8})$$

où h_l est l'épaisseur de la couche de lubrification. Dans notre cas, le nombre capillaire est petit devant 1 et donc $h_l/e \sim Ca^{2/3} \ll 1$. La couche de lubrification est donc petite devant la taille du gap. Cette première analyse nous sera grandement utile, car elle nous permet de déterminer le volume V de la bulle a posteriori, en considérant uniquement la surface apparente de la bulle multipliée par le gap e , $V \simeq Se$.

II.4 Analyse d'images

Lors de la réalisation de l'expérience, nous obtenons des images brutes comme présenté en figure II.6a. Grâce un code que nous avons écrit en utilisant le logiciel Matlab (*Mathworks*), nous remontons au volume de la bulle, ainsi qu'à sa vitesse. Dans un premier temps, une image de fond initiale (prise sans bulle) est soustraite à l'image pour améliorer le contraste. Cette image est ensuite binarisée en utilisant une fonction Matlab déjà codée (Figure II.6b). On utilise ensuite la fonction *contour*, qui calcule les gradients dans l'image et permet ainsi de détecter le contour des bulles binarisées. Une fois le contour de la bulle extrait, il est facile de remonter à la surface apparente S de la bulle et donc à son volume $V = Se$ (voir section II.3), ainsi qu'à sa position que l'on définit comme le barycentre de la surface à l'intérieur du contour de la bulle, ce qui correspond à son centre de masse $M(y_M, z_M)$.

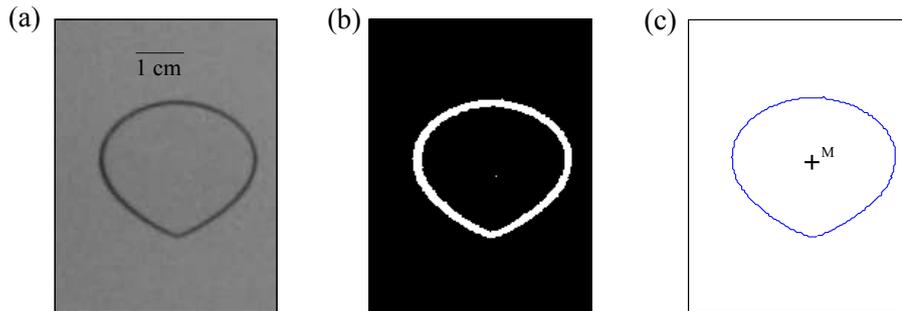


FIGURE II.6 – Les différentes étapes du traitement d’images (l’échelle est la même sur les trois figures). (a) Image initiale, (b) image après seuillage, (c) détection du contour et du centre de masse M .

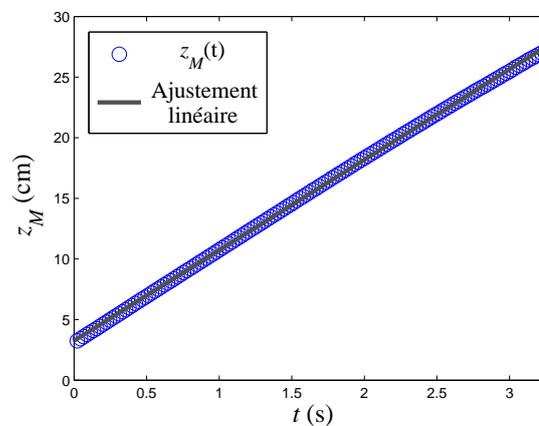


FIGURE II.7 – Position verticale du centre de masse M de la bulle z_M , en fonction du temps t [$c = 4$ g/L; $V \sim 1$ mL]. En trait plein est représenté l’ajustement linéaire permettant de calculer la vitesse.

La figure II.7 montre un exemple de l’évolution verticale du centre de masse de la bulle. On voit que le profil est linéaire tout au long de la remontée. La vitesse verticale U est mesurée par une simple régression linéaire de la position z_M au cours du temps. Une première observation que l’on peut faire est que même proche de l’injecteur, la vitesse semble constante, ce qui nous indique que l’on atteint rapidement le régime stationnaire, qui est défini comme le régime où la bulle remonte à vitesse constante (et donc que la somme des forces appliquées est nulle).

II.5 Différents régimes

Pour les solutions de PEO de concentration $c = 4, 5, 6$ g/L, nous observons trois différents régimes pour la morphologie des bulles et leur dynamique, qui dépendent de leur volume V . Les volumes de transition qui sont donnés dans ce qui suit correspondent au cas de la solution à $c = 4$ g/L.

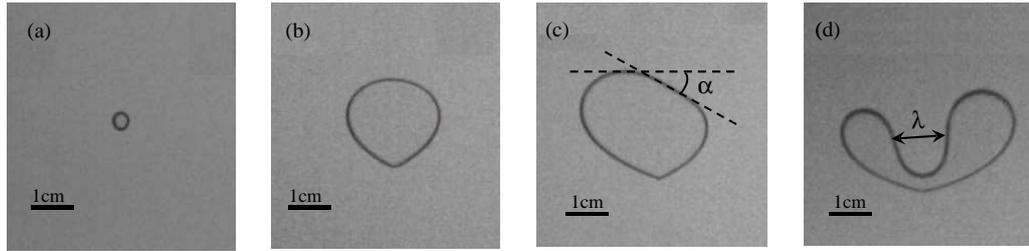


FIGURE II.8 – Différents régimes observés pour une concentration $c \geq 4$ g/L, lorsqu'on augmente le volume de la bulle [$c = 4$ g/L]. (a) Petite bulle circulaire [$V = 0.02$ mL]; (b) bulle présentant une singularité à l'arrière ("cusp") [$V = 0.57$ mL]; (c) bulle déviée (aplatissement du front selon un angle α , cf. texte) [$V = 0.89$ mL]; (d) bulle fragmentant avec une instabilité de digitation de largeur λ [$V = 0.84$ mL]. Les bulles (a,b) ont une trajectoire verticale, alors que les bulles (c,d) présentent un changement de trajectoire (déflexion horizontale) (c) ou une fragmentation (d).

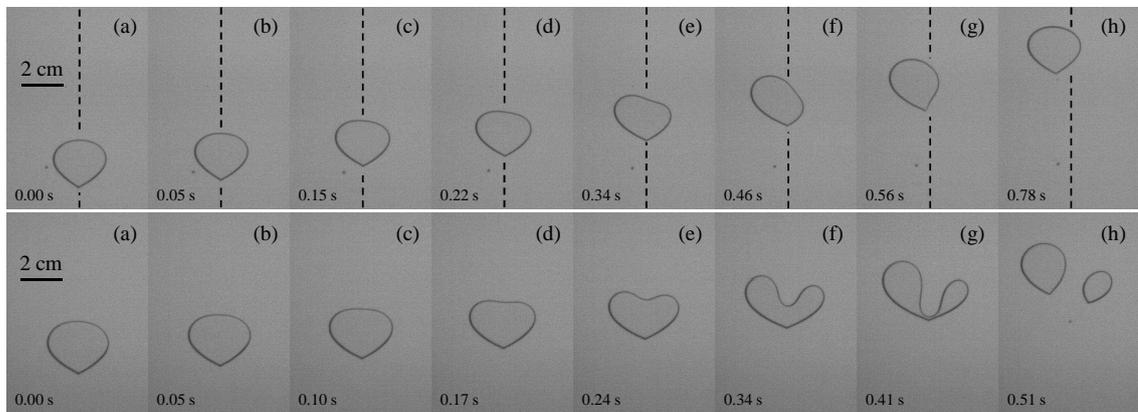


FIGURE II.9 – Séquence d'images représentant une bulle déviée (*en haut*, $V = 1.0$ mL) ou fragmentant (*en bas*, $V = 1.1$ mL) [$c = 4$ g/L]. Le temps relatif par rapport la première image (a) est indiqué sur les images (a-h). La ligne pointillée représente la trajectoire verticale de la bulle avant sa déviation. À noter que ces images ont été découpées afin d'être recentrées sur la bulle et ne correspondent pas au même endroit dans la cellule.

(1) Pour des petits volumes ($V < 0.1$ mL), les forces capillaires dominant et les bulles présentent une forme circulaire (Figure II.8a); leur trajectoire est verticale, à une vitesse constante U (sauf juste après le point d'injection ou proche de la surface libre, mais nous ignorons ici les effets de bords).

(2) Lorsque l'on augmente le volume ($0.06 < V < 0.65$ mL), les bulles gardent leur trajectoire rectiligne verticale, mais présentent une morphologie différente avec une singularité ("cusp") apparaissant à l'arrière de la bulle (Figure II.8b). L'existence d'une telle singularité a été largement observée, en particulier en géométrie non confinée, pour le cas de bulles remontant dans un fluide viscoélastique [47, 99, 107]. Cette morphologie provient d'un sillage négatif à l'arrière de la bulle, dû aux effets élastiques, conduisant à cette forme ressemblant à une goutte d'eau (souvent appelée "teardrop shape" dans la littérature) [46, 107, 108]. Lors de la remontée, cette bulle ne change pas de forme. De plus il y a

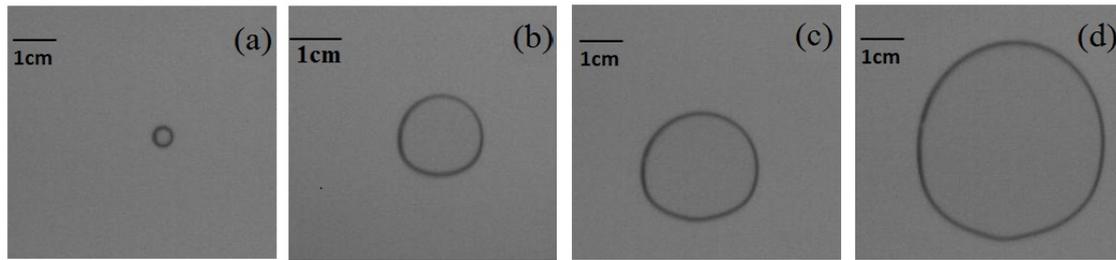


FIGURE II.10 – Morphologie des bulles dans le mélange eau-glycérol. Les bulles remontent systématiquement verticalement et sont circulaires. Les volumes des bulles sont de gauche à droite, $V = [0.02, 0.4, 0.8, 2.1]$ mL

un léger recouvrement entre les volumes pour lesquels on observe des petites bulles rondes et les bulles présentant une singularité, pour la simple raison que la distinction entre les deux se fait de manière arbitraire et qu’il est parfois difficile de dire si une petite bulle est juste un peu allongée, ou présente réellement une singularité.

(3) Au-dessus d’un volume critique ($V > 0.65$ mL), la bulle se déforme, et perd sa trajectoire verticale. On observe alors deux types d’instabilités possibles, mais ayant la même origine. Pour la première instabilité, la bulle se déforme d’un côté (Figure II.8c), et sa trajectoire est déviée latéralement avant de retrouver une trajectoire verticale (Figure II.9, haut) et de développer une autre instabilité éventuelle. La deuxième instabilité est le cas où un doigt de fluide se développe au niveau du front de la bulle (Figure II.8d), allant jusqu’à la fragmentation de la bulle en deux bulles “filles” (Figure II.9, bas). La première vérification que nous avons effectuée est que ces instabilités ne se développent pas à des endroits fixes de la cellule, éliminant une hypothèse simple qui serait de dire qu’il y aurait un défaut des plaques, ou encore des impuretés présentes en certains points (les plaques de verre sont préalablement nettoyées en utilisant du papier optique et de l’éthanol). Les instabilités observées sont donc spontanées et ne dépendent pas de l’état de surface des plaques de la cellule.

Pour la concentration $c = 3$ g/L, le régime (3) n’est pas tout à fait similaire au cas des concentrations plus élevées. En effet, pour cette solution, la viscosité est plus faible et des instabilités inertielles apparaissent, qui se couplent avec cette instabilité de déflexion ou de fragmentation. La forme de la bulle varie au cours de la remontée, mais ne présente pas les oscillations de trajectoire classiquement dues à des interactions entre la bulle montante et les vortex de Kármán générés dans son sillage, que l’on peut observer dans le cas de fluides peu visqueux (dans l’eau par exemple, voir Figure I.7) [109–111]. À cause de ces variations de forme, dues à des instabilités inertielles, nous ne traiterons pas cette concentration dans l’analyse de l’instabilité d’origine visqueuse que nous avons observée (section II.6.2).

Dans l’expérience témoin avec le mélange eau-glycérol, les bulles ont une forme circulaire et ne présentent pas de déviation de leur trajectoire verticale (Figure II.10). Leur vitesse verticale est de l’ordre de 6 cm/s pour les grosses bulles de volume $V \simeq 1.5$ mL. Pour des bulles très grosses, en injectant très fortement de l’air à la seringue, on observe

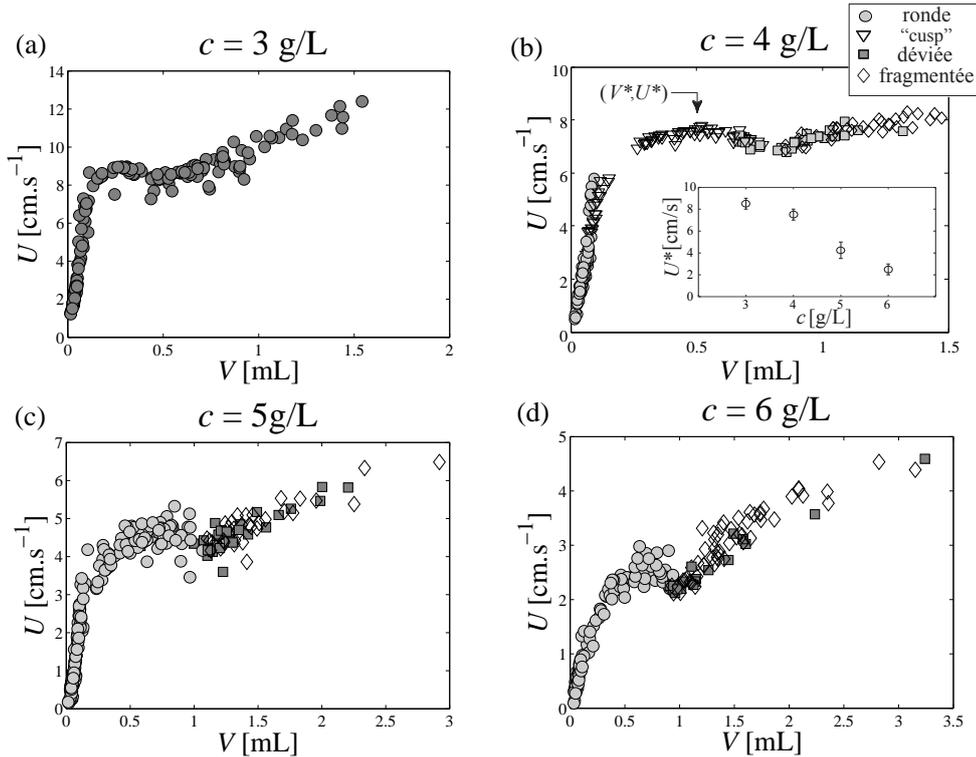


FIGURE II.11 – Vitesse de remontée verticale U en fonction du volume V de la bulle pour les différentes concentrations de PEO [(\circ), bulles rondes), (∇ , bulle avec un cusp remontant verticalement), (\square , bulles déviées), (\diamond , bulles fragmentant)]. *Insert (b)* : vitesse U^* pour des bulles à volume fixé $V^* = 0.5$ mL en fonction de la concentration c . Pour la figure (a) les différents régimes ne sont pas différenciés (voir texte).

une fragmentation, étant donnée que les forces capillaires ne sont plus assez fortes pour maintenir la bulle d'un seul tenant. Cette fragmentation est cependant très différente de celle observée dans le PEO car elle arrive juste après l'injection, et sans que l'on observe aucun aplatissement du front sur toute sa largeur, ce qui nous permet de déduire que les instabilités décrites précédemment proviennent bien des propriétés non-newtoniennes des solutions de PEO.

La Figure II.11 montre l'évolution de la vitesse verticale de la bulle U en fonction de son volume V pour les quatre différentes solutions. Nous nous intéresserons principalement au cas de la concentration $c = 4$ g/L. On observe deux différents régimes. Pour des petits volumes ($V < 0.2$ mL), la vitesse verticale de la bulle est proportionnelle à son volume. On observe ensuite un régime où l'augmentation de vitesse de la bulle en fonction de son volume devient faible, et on obtient presque un plateau, bien que le mouvement des bulles soit encore vertical (jusqu'à 0.5-0.6 mL). Le minimum observé aux alentours de 0.8 mL s'explique par le fait que la bulle à ce volume présente alors l'une ou l'autre des instabilités observées (déviation ou fragmentation), faisant que sa vitesse n'est plus désormais uniquement verticale. La dépendance vitesse/volume pour les autres concentrations de PEO présente le même type de courbes, à la différence près que les courbes sont décalées vers des vitesses plus faibles lorsque la concentration augmente, en accord avec le fait que

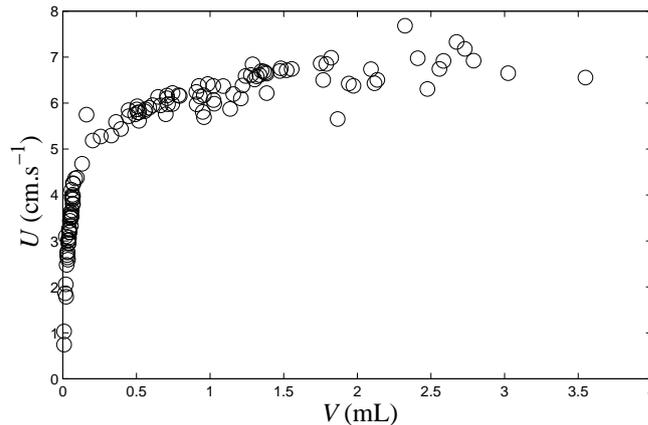


FIGURE II.12 – Vitesse de remontée verticale U en fonction du volume V de la bulle pour le mélange eau-glycérol. Les bulles sont circulaires et remontent verticalement.

la viscosité augmente avec la concentration (voir Figure II.3a).

On définit (V^*, U^*) comme le volume et la vitesse pour lesquels la bulle atteint le plateau de vitesse verticale, qui est arbitrairement fixé à $V^* = 0.5$ mL (flèche noire, Figure II.11b). L'insert de la figure II.11 montre l'évolution de cette vitesse critique U^* en fonction de la concentration de la solution. On note une décroissance importante allant de $U^* \simeq 8$ cm.s⁻¹ pour une concentration $c = 3$ g/L jusqu'à $U^* \simeq 2$ cm.s⁻¹ pour $c = 6$ g/L.

On remarque que l'on n'observe pas, dans notre cas de remontée de bulles confinées, la discontinuité de vitesse terminale de remontée qui a été rapportée dans la littérature lorsque des bulles remontent dans des fluides non-newtoniens non confinés [53, 54]. Dans ces cas, l'interprétation de cette transition vient d'un changement de régime dynamique, la bulle passant du régime de Stokes au régime de Hadamard-Rybczinski [54]. Ce changement peut être aussi dû à l'apparition de sillage négatif derrière la bulle [46, 53]. Bien qu'il existe un saut dans les données (pas de points observés entre 0.15 et 0.26 mL dans la Figure II.11b), il est difficile de l'interpréter comme une réelle discontinuité. Dans le cas de l'expérience à $c = 4$ g/L, en effet, ce saut vient de la méthode d'injection de l'air. Les gros volumes de bulles sont créés en poussant rapidement sur la seringue, ce qui revient à faire coalescer rapidement de nombreuses petites bulles directement à la sortie de l'injecteur. On a alors une discontinuité entre des petites bulles que l'on injecte de manière unique ($V < 0.2$ mL) et les plus grosses bulles ($V > 0.25$ mL) créées par coalescence rapide de petites bulles.

Dans l'expérience témoin avec le glycérol, on observe une courbe qui a la même forme que celles pour les solutions de PEO : la vitesse des bulles augmente rapidement avec le volume pour $V \leq 0.3$ mL, puis cette vitesse atteint un plateau de l'ordre de 6-7 cm/s (Figure II.12). Il est intéressant de noter que cette vitesse est du même ordre que celle obtenue pour la solution de PEO de concentration $c = 4$ g/L, alors que la viscosité du plateau newtonien de cette solution $\eta_0 = 1.92$ Pa.s est très supérieure à la viscosité de la solution de glycérol $\eta = 0.90$ Pa.s. Ceci confirme que l'on se trouve bien en dehors du

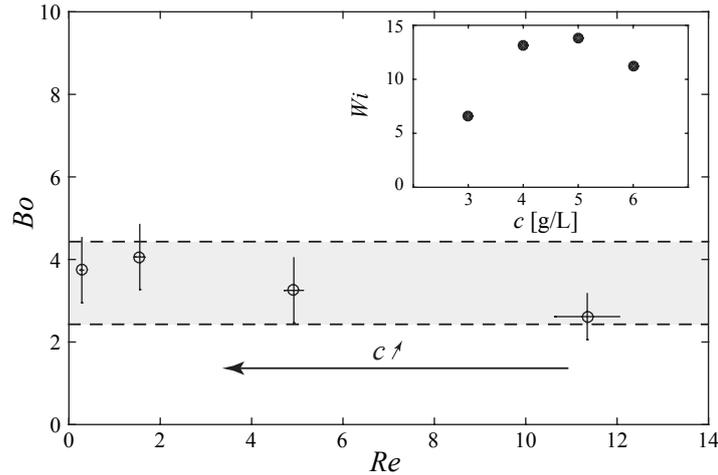


FIGURE II.13 – Nombre de Bond en fonction du nombre de Reynolds à la transition entre des bulles remontant verticalement et des bulles présentant l’instabilité (déviation ou fragmentation). La flèche noire indique l’évolution de la concentration en PEO [$c = 3, 4, 5, 6$ g/L]. *Insert* : nombre de Weissenberg Wi à la transition en fonction de la concentration en PEO.

plateau newtonien pour les bulles remontant dans la solution de PEO, les bulles “voyant” une viscosité effective plus faible.

II.6 Analyse des instabilités

II.6.1 Paramètre de contrôle

Nous analysons ici la transition entre les bulles avec singularité remontant verticalement et les bulles instables. La figure II.11 nous permet de quantifier le volume et la vitesse auxquels elles apparaissent pour les différentes solutions de polymère. Pour caractériser cette transition, on utilise deux des nombres sans dimension introduits en section II.3, qui pourraient régir l’apparition de cette instabilité. En premier le nombre de Reynolds $Re = uL/\nu$, où l’on prend $u \sim U$ et $L \sim r = \sqrt{S/\pi}$ comme les valeurs typiques de vitesse et de taille de bulle, ainsi que $\nu = \eta(\dot{\gamma})/\rho$ la viscosité cinématique estimée grâce à la courbe de rhéologie provenant du modèle de Carreau-Yasuda (Figure II.3a). Cette viscosité est déterminée en estimant le taux de cisaillement proche de la bulle comme étant $\dot{\gamma} = u/L$, puis en relevant la viscosité correspondante directement sur la courbe de rhéologie. Cette approche est utilisée également dans [112]. Le deuxième nombre sans dimension que l’on utilise est le nombre de Bond $Bo = \Delta\rho gL^2/\sigma$ (ou Eötvös), qui fait intervenir les forces capillaires et d’Archimède. Dans ce nombre, on a deux tailles caractéristiques qui apparaissent : la force d’Archimède dépend directement du volume $V \simeq S.e$ avec $S \sim r^2$, ce qui nous mène à calculer le nombre de Bond comme étant $Bo \sim \rho g e r/\sigma$. La Figure II.13 montre le nombre de Bond en fonction du nombre de Reynolds à la transition pour les 4 différentes concentrations en PEO.

Bien qu'il varie légèrement, le nombre de Bond semble constant à la transition, $Bo \simeq 3.5 \pm 1$, alors que le nombre de Reynolds varie fortement de $Re = 11.3$ pour $c = 3$ g/L jusqu'à $Re = 0.3$ pour $c = 6$ g/L. Ce résultat semble montrer que cette transition est contrôlée par le nombre de Bond, c'est-à-dire principalement par la taille de la bulle r . Le point pour la concentration $c = 3$ g/L doit être cependant interprété avec précaution. Pour cette concentration, les bulles présentent effectivement une transition entre une forme de goutte remontant verticalement, et une bulle qui change de forme dû à des instabilités, mais ces instabilités ne sont pas de la même nature que celles observées avec les concentrations plus élevées. En effet, on observe des gondolements de la bulle, voire une fragmentation, mais on ne voit pas d'aplatissement net et lent du front de la bulle, contrairement aux autres concentrations.

Les solutions de PEO étant viscoélastiques, un autre nombre sans dimension habituel peut être introduit : le nombre de Weissenberg, qui compare les forces élastiques et les forces visqueuses. Ce nombre est défini comme $Wi = \tau\dot{\gamma}$ où τ est le temps typique de relaxation du fluide et $\dot{\gamma} \simeq U/r$ le taux de cisaillement [113–115]. La difficulté ici est d'estimer ces deux paramètres, en particulier le temps de relaxation, qui pour une solution de polymère est caractérisé par un spectre large de différents temps caractéristiques [114]. Ici nous prenons ce temps τ comme celui qui entre en compte dans le modèle de Carreau-Yasuda (voir en section II.2.2.1 et Table II.1) comme cela a été fait dans d'autres travaux [108]. Le nombre de Weissenberg est alors estimé entre 5 et 15 (Figure II.13, insert), ce qui montre que la composante élastique dans notre problème n'est pas négligeable. Sa variation est large à la transition et ses valeurs n'indiquent pas de prédominance par rapport aux effets visqueux à l'apparition des instabilités. Le nombre de Bond apparaît donc finalement comme un meilleur candidat en tant que paramètre de contrôle pour l'apparition des instabilités.

II.6.2 Déviation vs. fragmentation

Dans cette section nous détaillons le mécanisme d'apparition de chacune des instabilités (déviation ou fragmentation). Dans la Figure II.9, les deux séquences d'images montrent la dynamique de la bulle dans les cas de déviation ou de fragmentation. Contrairement aux bulles de plus petits volumes (rondes ou cuspidées), la bulle se déforme de la manière suivante. Tout d'abord un front plat se développe à l'avant de la bulle. Ce front plat peut se développer à n'importe quelle hauteur dans la cellule, lorsque la vitesse terminale est atteinte. Cet aplatissement ne se fait cependant pas systématiquement horizontalement mais peut être incliné selon un certain angle α a priori aléatoire (Figure II.8c). Dans toutes nos expériences, α avait un angle inférieur à 40° . L'effet de cet angle contrôle directement le comportement de la bulle, à savoir si cette bulle est déviée ou se fragmente.

On observe que pour $\alpha > 10^\circ$, la bulle est systématiquement déviée dans la direction opposée à l'aplatissement du front (Figure II.9c-g, en haut), avant de récupérer sa forme initiale (Figure II.9h, en haut). Après avoir été déviée, la bulle se remet à monter ver-

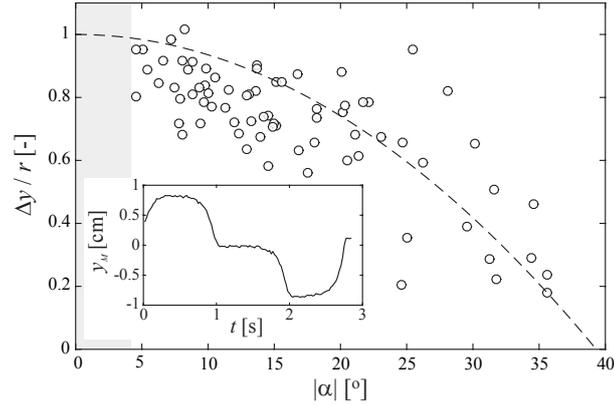


FIGURE II.14 – Déplacement horizontal des bulles déviées, Δy , normalisé par le rayon équivalent de la bulle, r , en fonction de la valeur absolue de l’angle du front avec l’horizontale $|\alpha|$ [$c = 4$ g/L]. La zone grise indique $\alpha < 4^\circ$, pour lequel les bulles fragmentent. La ligne pointillée est un ajustement parabolique des données. *En insert* : Exemple de la position horizontale y_M du centre de masse pour une bulle déviée.

ticalement, avant de développer à nouveau un front plat. Il est important de noter que ce mouvement n’est pas oscillant, la bulle pouvant être déviée deux fois du même côté successivement. L’angle du front est ce qui régit la direction de déviation et il est semblait-il aléatoire. Un exemple de ce déplacement est donné en insert de la figure II.14, où la trajectoire horizontale du centre de masse de la bulle est représentée ($y_M(t)$). La bulle est dans ce cas déviée quatre fois au cours de sa remontée, la première fois en direction de $y > 0$, deux fois vers $y < 0$ et finalement une dernière fois vers $y > 0$.

Pour $\alpha < 4^\circ$, l’instabilité de la bulle est toujours une fragmentation, qui démarre par la croissance d’une instabilité de digitation au niveau du front de la bulle (Figure II.9, en bas). Dans ce cas, les forces capillaires ne sont pas suffisantes pour maintenir la forme de la bulle, le doigt grandit jusqu’à atteindre l’arrière de la bulle (Figure II.9g), qui se fragmente alors en deux bulles plus petites (Figure II.9h). Ces bulles “filles” peuvent à leur tour subir des instabilités si leur volume est suffisamment grand. Dans la zone intermédiaire pour l’angle d’aplatissement ($4 \leq \alpha \leq 10^\circ$), il y a une superposition entre le cas de fragmentation et de déviation, ce qui ne permet pas de prédire le comportement de la bulle.

La Figure II.14 montre le déplacement horizontal Δy des bulles déviées en fonction de la valeur absolue de l’angle du front qui se développe au début de l’instabilité de déviation, $|\alpha|$. Δy représente ici la valeur absolue du déplacement horizontal et est normalisé par le rayon équivalent de la bulle r . La figure combine à la fois les déplacements vers la gauche $y > 0$ et vers la droite $y < 0$. La zone grisée pour $|\alpha| < 4^\circ$ représente les petites valeurs d’angle pour le front où la bulle se fragmente systématiquement. Le déplacement horizontal des bulles déviées ($|\alpha| > 4^\circ$) est toujours de l’ordre de ou plus petit que le rayon équivalent et varie entre 20% (pour $\alpha \sim 35^\circ$) et 100% (pour $\alpha \sim 4^\circ$). Bien que les points expérimentaux soient dispersés, les données peuvent être ajustées par une courbe parabolique : $\Delta y/r - 1 = \xi \alpha^2$, où $\xi \simeq 6.5 \times 10^{-4}$.

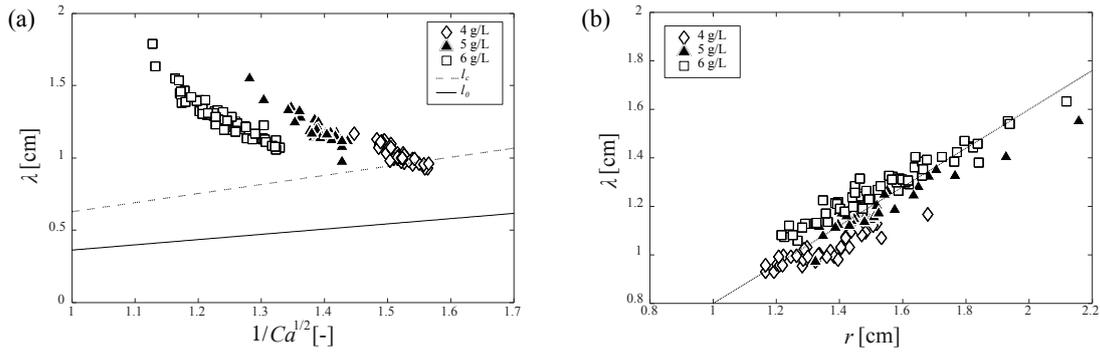


FIGURE II.15 – (a) Largeur du doigt λ en fonction de $1/Ca^{1/2}$ dans le cas de la fragmentation, pour les différentes concentrations de PEO. Les lignes pleines et pointillées représentent l'analyse de stabilité linéaire pour des fluides newtoniens dans le cas du problème de Saffman-Taylor. (b) λ en fonction du rayon équivalent de la bulle, $r = \sqrt{S/\pi}$, pour les différentes solutions. La ligne pointillée correspond à l'ajustement linéaire, $\lambda \simeq 0.80r$.

Dans le cas de la fragmentation de la bulle, nous nous intéressons à la croissance du doigt depuis le front de la bulle vers sa queue (Figure II.9, en bas, d-g). Cette instabilité de type digitation visqueuse peut être caractérisée par la largeur typique du doigt, mesurée à mi-hauteur quand l'instabilité est entièrement développée (Figure II.8d). Nous avons dans un premier temps voulu faire l'analogie entre cette instabilité et l'instabilité de Saffman-Taylor qui a déjà été grandement étudiée dans les géométries confinées. Dans ce cas, un doigt se développe lorsqu'un fluide (liquide ou gaz) est poussé dans un fluide plus visqueux dans le cas d'une cellule de Hele-Shaw horizontale [57, 63] (voir Annexe A).

Une analyse de stabilité linéaire, dans le cas de fluides newtoniens, montre que cette instabilité de Saffman-Taylor a un taux de croissance positif pour $l > l_0$, où l est la longueur d'onde, qui correspond à la largeur caractéristique du doigt λ , avec un maximum de taux de croissance pour $l_c = \pi e/\sqrt{Ca}$, et $l_0 = l_c/\sqrt{3}$ [112]. On a ici $Ca = \eta U/\sigma$ qui est le nombre capillaire. On remarque que si la bulle est trop petite ($r < l_0$), l'instabilité ne peut pas se développer, ce qui est en accord avec les observations. La Figure II.15a montre la largeur λ du doigt obtenue dans notre expérience en fonction de $1/Ca^{1/2}$, qui est la taille prédite dans le cas de l'instabilité de Saffman-Taylor dans un fluide newtonien. Afin d'être cohérent, le nombre capillaire Ca est calculé comme $Ca = \eta(\dot{\gamma})U/\sigma$, où $\dot{\gamma} \sim U/r$ (cf. section II.3) et $\eta(\dot{\gamma})$ est estimé par la rhéologie des solutions (cf. section II.2).

Bien que cela soit cohérent avec le critère $\lambda > l_0$, la largeur du doigt ne correspond pas à $\lambda = l_c$, laissant à penser que les effets non-newtoniens sont importants pour ces concentrations de polymère, et que cette simple interprétation via l'instabilité de Saffman-Taylor avec une loi de Darcy modifiée ne suffit pas [68]. Pour des concentrations de polymère élevées et de forts effets non-newtoniens, des études précédentes ont montré un amincissement du doigt quand les effets rhéofluidifiants étaient dominants, ou un élargissement du doigt lorsque les effets de force normale étaient prépondérants [67, 68]. Les résultats expérimentaux présentés en Figure II.15a montrent que la taille des doigts observés est

plus grande que celle dans le cas de la prédiction de Saffman-Taylor en fluide newtonien. Ce résultat est cohérent avec le fait que le nombre de Weissenberg Wi est plus grand que 1 quand cette instabilité est observée dans notre dispositif.

Cependant ces résultats doivent être interprétés avec précaution. En effet, dans un premier temps, le nombre capillaire a été estimé avec la vitesse de la bulle et le rayon de la bulle. Or le choix de U et L peut faire varier de manière non négligeable la valeur de Ca . De plus, notre configuration expérimentale est très différente de celle du problème classique de Saffman-Taylor, qui se pose dans le cas d'une interface infinie, en fluide newtonien et en géométrie horizontale. On observe finalement que la taille des doigts ne semble pas dépendre beaucoup de la concentration de la solution et est comprise entre $\lambda \simeq 1$ et 2 cm.

Une dépendance plus directe est observée en traçant λ en fonction du rayon équivalent de la bulle, $r = \sqrt{S/\pi}$. Toutes les données s'alignent sur une courbe maîtresse, nous donnant $\lambda \simeq 0.80r$, indépendamment de la concentration en PEO. Ce résultat montre que la taille de la bulle est le principal paramètre de contrôle de l'instabilité de digitation observée ici, et ce qui est en accord avec le contrôle du développement de cette instabilité par le nombre de Bond (section II.6.1).

II.7 Simulations numériques par champ de phase

Afin de mieux comprendre l'origine des instabilités lors de la remontée d'une bulle dans un fluide complexe, nous avons réalisé des simulations numériques par champ de phase. Ce travail a été effectué en collaboration avec Thierry Biben de l'Institut Lumière Matière (ILM) de l'Université Lyon 1 qui a effectué à proprement parler les simulations que nous avons ensuite comparées aux résultats expérimentaux. L'objectif est de vérifier qu'en prenant les mêmes lois rhéologiques de nos solutions, ainsi que les mêmes paramètres de contrôle (taille des bulles, taille du système) on puisse observer le développement d'une instabilité. Les résultats présentés ici sont préliminaires et un développement détaillé est en cours. Deux approches ont été effectuées, la première en utilisant la loi de Darcy dans laquelle les effets rhéofluidifiants et viscoélastiques sont découplés, et on ajoute "à la main" directement ces effets, la deuxième où l'on recalcule intégralement le profil de l'écoulement en prenant en compte le couplage de ces effets.

II.7.1 Première méthode : loi de Darcy généralisée

Pour écrire les équations du modèle, on se place dans le cadre de la loi de Darcy généralisée. En chaque point de l'espace l'équation en vitesse est alors donnée par

$$\vec{u} = -\frac{e^2}{12\eta(\dot{\gamma})}(\vec{\nabla}P - \rho\vec{g}) \quad (\text{II.9})$$

pour le fluide seul, où P est la pression dans le fluide, et les autres grandeurs sont définies plus haut. On peut généraliser cette loi à l'ensemble de l'espace (à la fois au fluide et à

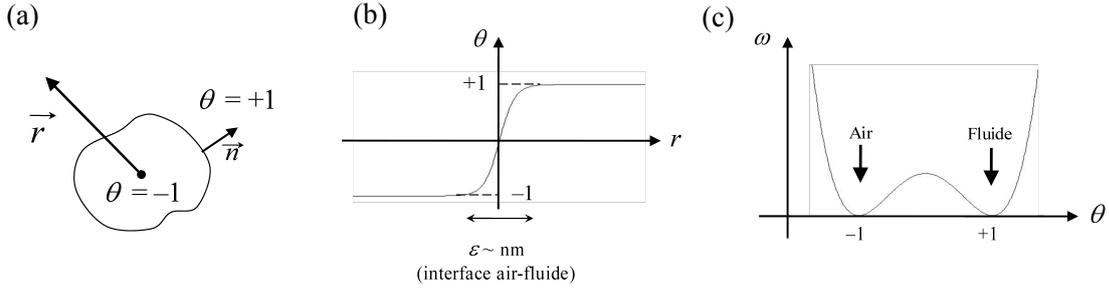


FIGURE II.16 – (a) Définition de l'interface et du vecteur normal \vec{n} ainsi que du paramètre d'ordre. \vec{r} est la distance d'un point à l'interface. (b) Évolution du paramètre d'ordre θ de part et d'autre de l'interface ($\theta = -1$ correspond à la phase gaz et $\theta = +1$ correspond à la phase liquide). Le modèle considère une tangente hyperbolique et la taille caractéristique de l'interface est ϵ . (c) Définition du potentiel $\omega(\theta)$.

l'air), en posant

$$\vec{u} = -\frac{e^2}{12\eta(\dot{\gamma})}(\vec{\nabla}P - \rho\vec{g} - \kappa\sigma\delta(\vec{r})\vec{n}) \quad (\text{II.10})$$

qui correspond à la prise en compte des forces capillaires, où κ est la courbure locale de l'interface, σ la tension superficielle, $\delta(\vec{r})$ une fonction de Dirac définissant l'interface et \vec{n} le vecteur normal à la surface (Figure II.16a). On tombe alors sur le problème de la définition physique d'une interface infiniment fine ce qui nous conduit à utiliser une méthode permettant de définir cette interface.

Cette méthode est la technique de champ de phase [116, 117]. Dans cette méthode, au lieu de considérer l'interface comme une ligne de singularité, on la lisse pour se ramener à une interface continue entre l'air et le fluide. À chaque point de l'espace (ici on travaille en deux dimensions) sont associées les différentes grandeurs physiques (par exemple la vitesse du fluide, la viscosité etc...), et on ajoute un paramètre d'ordre θ , qui nous permettra de déterminer si le point de l'espace considéré est dans la phase liquide ($\theta = +1$) ou la phase gazeuse ($\theta = -1$). Le gros avantage de cette méthode est de ne pas avoir besoin de caractériser les interfaces de manière discontinue mais comme une variation continue du paramètre d'ordre de part et d'autre de l'interface (les paramètres physiques dépendant directement de θ). On peut alors réécrire l'équation II.10 en introduisant le paramètre d'ordre :

$$\vec{u}(\vec{r}) = -\frac{e^2}{12\eta(\theta, \dot{\gamma})} \left(\vec{\nabla}P - \rho(\theta)\vec{g} - \kappa\sigma\frac{\vec{\nabla}\theta}{2} \right) \quad (\text{II.11})$$

Au niveau de l'interface on pose $\theta \sim \tanh(\frac{r}{\sqrt{2}\epsilon})$, avec r la distance à l'interface et ϵ la largeur typique de l'interface, ce qui conduit une variation continue entre la phase gaz ($\theta = -1$) et la phase liquide ($\theta = +1$) (Figure II.16b). On introduit alors un paramètre $\omega(\theta) = \frac{1}{4}(1-\theta^2)^2$ qui correspond à un potentiel du point de vue thermodynamique (Figure II.16c),

et qui nous permet de suivre l'évolution temporelle en chaque point de manière à ce que le paramètre θ relaxe vers soit la phase gazeuse, soit la phase liquide. L'équation qui régit cette relaxation est $\frac{\partial\theta}{\partial t} = -\left(\frac{\partial\omega}{\partial\theta} - \varepsilon^2\Delta\theta\right)$ où $\varepsilon^2\Delta\theta$ est un terme correctif de corrélation. On a alors seulement défini les équations qui régissent les phases du problème. On obtient finalement l'équation d'évolution du paramètre d'ordre qui prend en compte les effets de tension de surface :

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = -\left(\frac{\partial\omega}{\partial\theta} - \varepsilon^2\Delta\theta - \varepsilon^2\kappa\left\|\vec{\nabla}\theta\right\|^2 + \vec{u}\vec{\nabla}\theta\right) \quad (\text{II.12})$$

On rajoute de plus le fait que le fluide soit incompressible $\vec{\nabla}\cdot\vec{u} = 0$

Les paramètres que l'on fixe pour la simulation sont les suivants : la taille du gap e est de 2.85 mm, le pas de grille est $\delta = 0.04$ cm pour une grille de 800×2000 pixels (un test avec un pas de grille $\delta = 0.02$ cm donne des résultats identiques). Des conditions aux limites périodiques sont utilisées, si bien que la bulle peut, pour des temps assez longs, passer plusieurs fois au même endroit dans la grille. On impose une condition initiale pour la forme de la bulle qui sera soit une bulle sphérique, soit une bulle ellipsoïdale d'excentricité ee et de distance entre le centre et les foyers R . Pour rappel, l'équation d'une ellipse en coordonnée polaire est donnée par :

$$r(\theta) = \frac{a(1 - ee^2)}{1 - e\cos(\beta)} \quad (\text{II.13})$$

où a est le grand axe de l'ellipse et β l'angle en coordonnées polaires. Le fait de fixer cette excentricité et de prendre une bulle non sphérique permet de briser la symétrie du système, et d'éviter une condition initiale trop stable numériquement.

Pour obtenir des résultats proches de ce que l'on a observé expérimentalement, il faut introduire le caractère de fluide complexe qui, comme on l'a vu au cours des expériences, joue un rôle prépondérant dans le développement des instabilités de la bulle. Un modèle utilisé de manière standard est celui d'Olroyd B où le principe est de découpler ce qui se passe pour le solvant (s) et ce qui se passe pour le polymère (p), puis de recombinaison les deux.

On a pour le solvant $\vec{u} = \frac{e^2}{12\eta_s}\vec{\nabla}\overline{\overline{\sigma}}_s$ avec η_s la viscosité du solvant et $\overline{\overline{\sigma}}_s$ le tenseur des contraintes appliquées sur la partie solvant. Pour le polymère, on introduit un temps caractéristique λ_1 qui correspond au temps de réponse élastique lorsqu'on applique une contrainte. On a alors $\vec{u} = \left(1 + \lambda_1\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{e^2}{12\eta_p}\overline{\overline{\sigma}}_p$. On pose alors $\eta = \eta_s + \eta_p$ et $\overline{\overline{\sigma}} = \overline{\overline{\sigma}}_s + \overline{\overline{\sigma}}_p$. Au final l'équation que l'on obtient pour l'ensemble du fluide est donnée par

$$\left(1 + \lambda_2\frac{\partial}{\partial t}\right)\vec{u} = \frac{e^2}{12\eta}\left(1 + \lambda_1\frac{\partial}{\partial t}\right)\vec{\nabla}\overline{\overline{\sigma}} \quad (\text{II.14})$$

où $\lambda_2 = (\eta_s/\eta)\lambda_1$ et qui correspond à l'écart entre réponse élastique et visqueuse, c'est à dire au temps τ de relaxation que l'on a défini expérimentalement [118]. En pratique on

prendra ici $\lambda_2 = 0.75\lambda_1$.

Ces temps de réponse s'interprètent comme les temps qui correspondent à ceux de fluides newtoniens élastiques (non rhéofluidifiants) de telle manière que si on prend $\lambda_2 = 0$ on se retrouve dans le cadre d'un fluide purement élastique comme dans le modèle de Maxwell ; si l'on prend $\lambda_2 = \lambda_1$ on est dans le cadre d'un fluide non-newtonien viscoélastique ; et si on prend $\lambda_2 = \lambda_1 = 0$, on se retrouve dans le cadre d'un fluide purement visqueux, c'est-à-dire sans temps d'équilibrage entre la contrainte et le cisaillement (newtonien).

Il faut faire attention au fait que tous ces paramètres dépendent du paramètre d'ordre θ , notamment la viscosité, et des temps de relaxations λ_i . Ici on considère l'air comme étant newtonien incompressible.

Pour que le modèle soit complet, il s'agit désormais de rajouter la composante rhéofluidifiante du fluide. Pour cela on réutilise le modèle de Carreau présenté dans la partie expérimentale (II.2.2.1, on utilise la solution à $c = 4$ g/L). On a alors

$$\left(1 + \lambda_3 \frac{\partial}{\partial t}\right) \eta(\dot{\gamma}) = \frac{\eta_0}{(1 + (\dot{\gamma}\tau)^2)^{1/4}} \quad (\text{II.15})$$

On remarque qu'ici on a ajouté un temps $\lambda_3 = \lambda_1$ qui est un temps de retard pour l'établissement de la viscosité. Nous n'avons pas d'interprétation physique directe de ce temps, et n'avons pas trouvé dans la littérature de référence à son sujet, mais il est important numériquement, sinon on observe des phénomènes non-physiques (ou non explicables) comme des ondes de viscosité à l'intérieur du fluide.

Deux problèmes découlent de cette méthode, le premier étant qu'on découple les effets viscoélastiques et rhéofluidifiants, le deuxième étant que l'on estime la loi de Darcy d'un fluide non-newtonien, au lieu de la calculer proprement¹. Le développement d'une autre approche, permettant le calcul du champ de vitesse a alors été effectué.

II.7.2 Deuxième méthode : calcul analytique de $u(\nabla P)$

Dans cette seconde méthode, la loi de Darcy est dérivée à partir des propriétés complexes du fluide. La question est de savoir ce qui se passe dans le cadre d'un fluide obéissant à la loi de Carreau (équation II.15).

Dans un premier temps, on suppose que l'on est dans le régime de Stokes, et on peut exprimer l'équation de Stokes sous sa forme générale :

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\eta(\vec{\nabla}\vec{u} + \vec{\nabla}^t\vec{u}) \right) = \vec{\nabla} P \quad (\text{II.16})$$

où $\eta(\vec{\nabla}\vec{u} + \vec{\nabla}^t\vec{u})$ correspond au tenseur des déformations, et P à la pression. On prend comme seule composante de vitesse $v_x(y)$, ce qui impose que le seul terme non nul dans

1. Nous ne présenterons pas ici les résultats associés à cette première méthode, mais on retrouve qualitativement les régimes observés avec l'apparition d'une déflexion ou d'une fragmentation de la bulle au dessus d'un volume critique

le tenseur de déformation est $\partial v_x / \partial y$. Cela implique que :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = \nabla P \quad (\text{II.17})$$

En supposant que le gradient de pression est constant, on obtient finalement :

$$\eta \frac{\partial v_x}{\partial y} = \nabla P \cdot y \quad (\text{II.18})$$

On suppose alors que la viscosité suit une loi de Carreau, en accord avec les mesures de rhéologie :

$$\eta = \frac{\eta_0}{[1 + (\tau \dot{\gamma})^2]^{1/4}} = \frac{\eta_0}{[1 + (\tau \frac{\partial v_x}{\partial y})^2]^{1/4}} \quad (\text{II.19})$$

En injectant cette viscosité dans l'équation II.18, on obtient :

$$\eta_0^4 \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^4 = (\nabla P \cdot y)^4 \left[1 + \tau^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (\text{II.20})$$

En posant $X^2 = (\partial v_x / \partial y)^4$ et $Y = (\nabla P y / \eta_0)^4$, on obtient un polynôme d'ordre 2 : $X^2 - Y \tau^2 X - Y = 0$. On peut facilement résoudre ce polynôme, via la méthode du discriminant qui nous donne comme solution pour le champ de vitesse :

$$X = Y \frac{\tau^2}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{Y^2 \tau^4 + 4Y} \quad (\text{II.21})$$

On veut X positif (car X est un carré) donc on ne garde que la solution positive, ce qui nous permet d'obtenir comme solution finale pour le gradient des vitesses :

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} = \pm \sqrt{\frac{Y \tau^2 + \sqrt{Y^2 \tau^4 + 4Y}}{2}} \quad (\text{II.22})$$

Pour obtenir le champ de vitesse, il faut intégrer ce gradient de vitesse. Nous n'avons pas trouvé analytiquement l'expression de la vitesse, mais il est cependant possible de calculer la vitesse moyenne de l'écoulement.

En intégrant ainsi sur un demi-profil (par symétrie), on a la vitesse moyenne u :

$$u = 2/b \int_0^{b/2} v_x(y) dy \quad (\text{II.23})$$

où b correspond à la taille du gap (voir Figure II.17)

Via une intégration par partie, en utilisant les dérivées partielles de la vitesse et les conditions aux limites de non glissement à la paroi ($y = b/2$) et la dérivée nulle de la vitesse en $y = 0$ (Figure II.17), on peut obtenir une formule analytique de la vitesse moyenne u

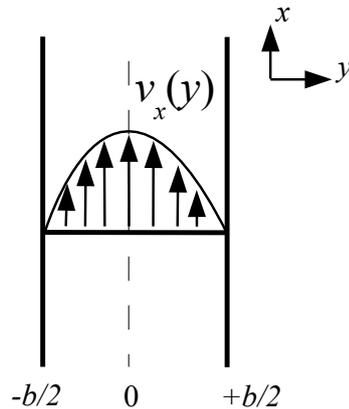


FIGURE II.17 – Profil de l'écoulement sur lequel se fait le calcul de la relation entre vitesse et gradient de pression (voir texte). Le profil horizontal de la vitesse verticale est $v_x(y)$.

qui est :

$$u = \frac{\eta_0^2}{2b\tau^3 \nabla P} \left[\frac{\sqrt{2}(3 - \sqrt{1 + Z})\sqrt{1 + \sqrt{1 + Z}}}{Z} + \text{Arctanh} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + Z}}} \right) \right] \quad (\text{II.24})$$

où $Z = \frac{64\eta_0^4}{\tau^4 b^4 \nabla P^4}$.

Cette équation correspond à un équivalent de la loi de Darcy (relation entre vitesse et gradient de pression) dans le cadre du modèle de Carreau, et peut être utilisé dans les simulations. Cette méthode permet ainsi de s'affranchir de l'incohérence de la méthode précédente (section II.7.1) qui consistait à prendre la loi de Darcy avec un fluide newtonien et d'y injecter les propriétés rhéofluidifiantes²

II.7.3 Résultats

Cas newtonien

Dans un premier temps nous avons testé les programmes, en nous plaçant dans le cadre d'un fluide purement newtonien de viscosité $\eta = 0.1$ Pa.s. Dans ce cas les deux méthodes sont équivalentes (loi de Darcy classique). Nous sommes partis d'une condition initiale qui était une bulle circulaire ($ee = 0$) de rayon r correspondant à un volume $V = \pi r^2 e$ dans nos expériences³. On observe alors une remontée verticale de la bulle à vitesse constante U . Le temps d'établissement du régime stationnaire est très faible (de l'ordre de 0.1 s). La vitesse de remontée théorique prédite dans le cadre d'un écoulement

2. La première méthode (section II.7.1) posait également le problème de l'estimation du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$, qui pouvait être faite dans le plan (Oxz) ou hors du plan (intégré sur le gap) [112]. La deuxième méthode ne nécessite pas d'hypothèse sur $\dot{\gamma}$ mais intègre le profil de vitesse dans le gap, et suppose donc implicitement que le cisaillement dans le plan est négligeable.

3. On parle ici de volume équivalent, de manière à relier les simulations et l'expérience, bien que les simulations soient à deux dimensions. On gardera par la suite seulement le rayon équivalent r .

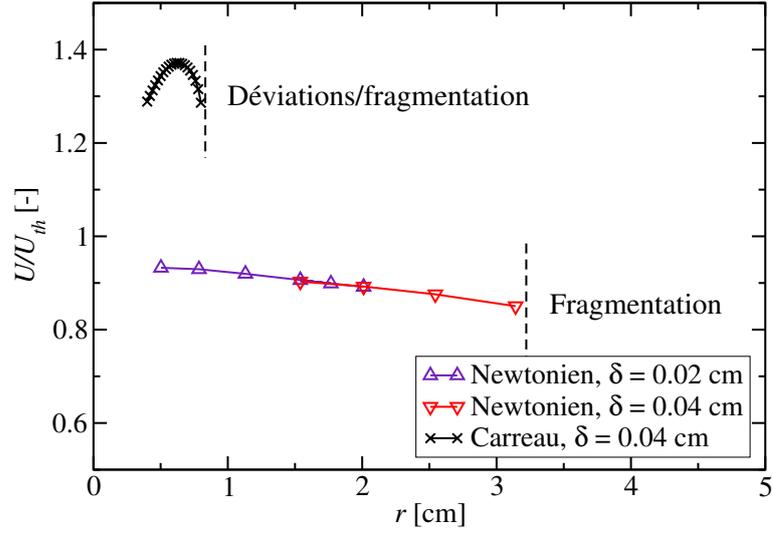


FIGURE II.18 – Vitesse de la bulle U normalisée par la vitesse théorique U_{th} dans le cas newtonien et non-newtonien (modèle de Carreau). Dans les deux cas on observe un rayon critique où apparaît le changement de dynamique entre une bulle remontant droit et une bulle déviée/fragmentée. δ correspond au pas de la grille.

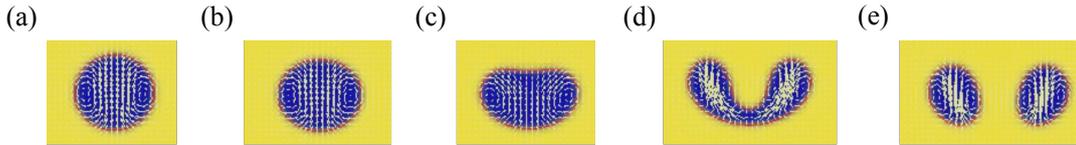


FIGURE II.19 – Cas du fluide newtonien. (a) Bulle initiale. (b-c) Aplatissement du front de la bulle. (d) Apparition d'une digitation. (e) Fragmentation en deux bulles filles. [$r = 1.1$ cm; $ee = 0$]. Cette fragmentation apparaît à la fois pour le cas newtonien et le cas non-newtonien. La couleur représente le champ de viscosité (d'où un grand écart entre l'air dans la bulle et le fluide à l'extérieur) et les flèches le champ de vitesse.

de Darcy pour une bulle indéformable (ce qui n'est pas imposé dans nos simulations), est $U_{th} = (e^2/12\eta)\rho g \sim 3.27$ cm/s. On remarque que cette valeur théorique ne dépend pas de la taille des bulles et qu'elle est légèrement supérieure à celle obtenue. Numériquement, lorsque l'on augmente la taille de la bulle jusqu'à $r \geq 3.2$ cm, on observe une légère décroissance de sa vitesse de remontée, mais sa vitesse reste toujours comprise entre 85 et 95% de la valeur de vitesse théorique (Figure II.18). Cela peut s'expliquer par le fait qu'en pratique la bulle s'aplatit légèrement lors de sa remontée, ce qui change sa surface apparente. Ces résultats ont été testés pour deux pas de grille : $\delta = 0.02$ cm et $\delta = 0.04$ cm.

Pour $r \geq 3.2$ cm, on observe une fragmentation de la bulle (Figure II.19). Celle-ci vient du fait que les forces capillaires ne sont plus assez importantes pour maintenir la bulle d'un seul tenant. Ce régime n'avait pas été observé expérimentalement pour la solution témoin eau-glycérol, mais cela peut venir du fait que nous n'avions pas atteint des volumes suffisamment grands. De plus nous observions une dépendance de la vitesse de remontée avec la surface de la bulle qui était inverse au cas ici : pour des petits volumes la vitesse

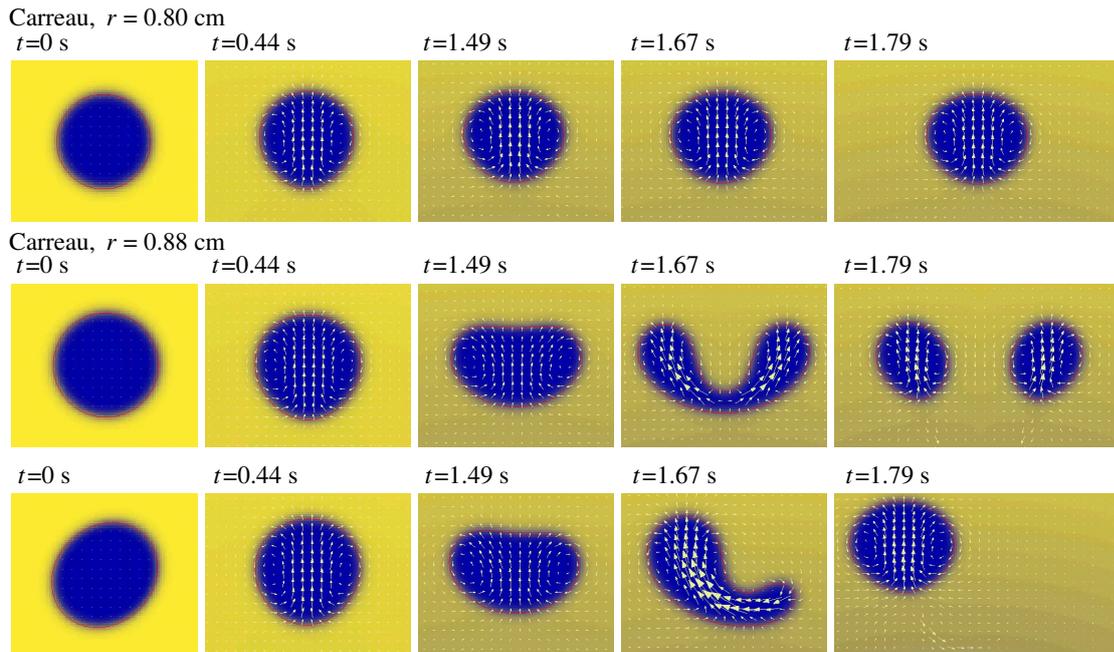


FIGURE II.20 – Différents régimes observés dans le cas du fluide viscoélastique rhéofluidifiant suivant la loi de Carreau. En haut, bulle remontant verticalement [$r = 0.8$ cm, $ee = 0$] (l'image est centrée sur la bulle). Au milieu, bulle fragmentant [$r = 0.88$ cm, $ee = 0$]. En bas, bulle déviée [$r = 0.88$ cm, $ee = 0.5$].

augmentait linéairement avec le volume puis atteignait un plateau, où la vitesse augmente faiblement avec la surface de la bulle (Figure II.12), ce qui n'est pas le cas ici (Figure II.18). Une explication possible est que lorsque les bulles sont petites (de l'ordre de la taille du gap e), la taille des ménisques n'est plus négligeable, et la loi de Darcy n'est plus applicable. Les observations expérimentales ne sont donc pas directement comparables avec le modèle numérique.

Cas non-newtonien

On ne présente ici que les résultats associés à la deuxième méthode (section II.7.2). On se place dans le cadre d'un fluide viscoélastique rhéofluidifiant, avec $\lambda_1 = \lambda_3 = 1.08$ s, et $\lambda_2 = 0.81$ s. On observe une remontée verticale jusqu'à un rayon $R = 0.8$ cm qui est très inférieur à celui observé dans le cadre du fluide newtonien (Figure II.20, haut et Figure II.18). Au-delà de ce rayon, pour $ee = 0$, la bulle se fragmente. Un fait qui n'est pas observé avec le fluide newtonien, est que le champ de viscosité n'est pas homogène dans le fluide. La vitesse de remontée est bien supérieure à la valeur prévue par la loi de Darcy (de 150 à 200%) ce qui confirme bien que la bulle va aller plus vite dans le cas rhéofluidifiant (Figure II.18). Dans le cas d'une condition initiale symétrique (excentricité $ee=0$), on observe une bulle qui se fragmente (Figure II.20, milieu) : le programme respecte la symétrie du problème et aucune instabilité n'est observable.

Si on prend une condition initiale où le grand axe de la bulle (initialement ellipsoïdale) a été inclinée selon un angle de 45 degrés, avec une excentricité $ee = 0.5$, on observe

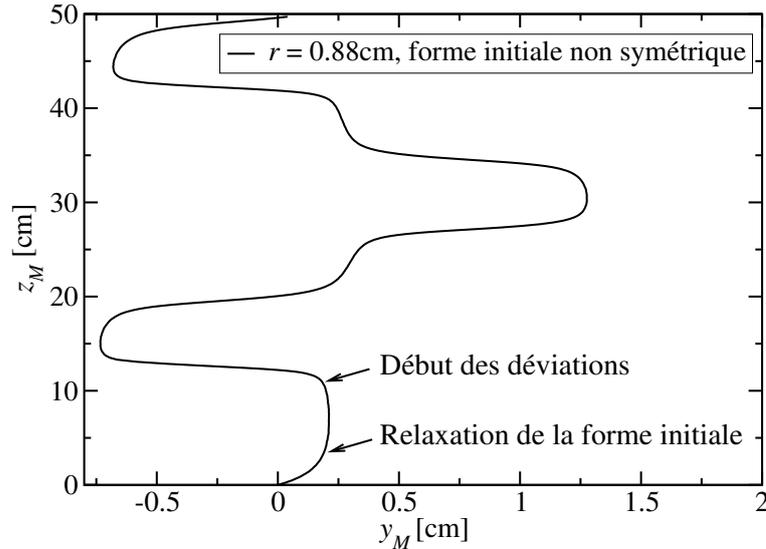


FIGURE II.21 – Trajectoire du centre de masse (y_M, z_M) de la bulle dans le cas où elle est déviée [$r = 0.88$ cm, $ee = 0.5$]. On observe une première étape de relaxation vers une forme quasi symétrique, puis la bulle subit des déviations successives lors de sa remontée.

une déviation de la bulle (Figure II.20, bas). Cette déviation se fait de la même manière que celle observée expérimentalement. Premièrement, la bulle s’aplatit, puis le phénomène de digitation visqueuse apparaît. Les forces capillaires restent cependant suffisantes pour permettre à la bulle de se maintenir d’un seul tenant, et sa trajectoire est déviée horizontalement. La Figure II.21 montre la trajectoire du centre de masse (y_M, z_M) d’une bulle subissant cette instabilité de déviation. On observe qu’à partir d’une forme initialement fortement asymétrique (voir Figure II.20, bas, première image), la bulle va dans un premier temps relaxer vers une forme quasi symétrique (Figure II.20, bas, deuxième image). En pratique, elle n’est pas strictement symétrique, et ce petit décalage numérique va faire la différence entre une bulle qui fragmente et une bulle qui est déviée. Ceci est cohérent avec les résultats expérimentaux, où il n’était pas possible de prévoir, à l’injection initiale, si la bulle allait être déviée ou fragmentée.

On observe dans l’exemple présenté en Figure II.21 [$r = 0.88$ cm, $ee = 0.5$] que la bulle est déviée une fois vers la gauche, puis deux fois vers la droite, et enfin deux fois vers la gauche. Ceci est aussi en accord avec ce qui est observé en insert de la Figure II.14, où il n’y a pas une stricte alternance entre une déviation vers la gauche et une vers la droite. Noter que tout comme dans les expériences, la bulle peut se fragmenter après avoir subi une ou plusieurs déviations successives.

Finalement, nous avons pu établir un diagramme de phase, pour différents temps de relaxations $\lambda_1 = \lambda_3$, dans le cas où $ee = 0.5$ et la bulle est tournée de 45 degrés (Figure II.22). On observe les 3 différents régimes présentés précédemment et également observés expérimentalement. Si le rayon r est faible, on observe une remontée verticale de la bulle, jusqu’à un rayon critique qui augmente légèrement avec λ_1 . On observe ensuite les deux cas de fragmentation et de déviation, avec un régime où les deux sont superposés, à savoir que

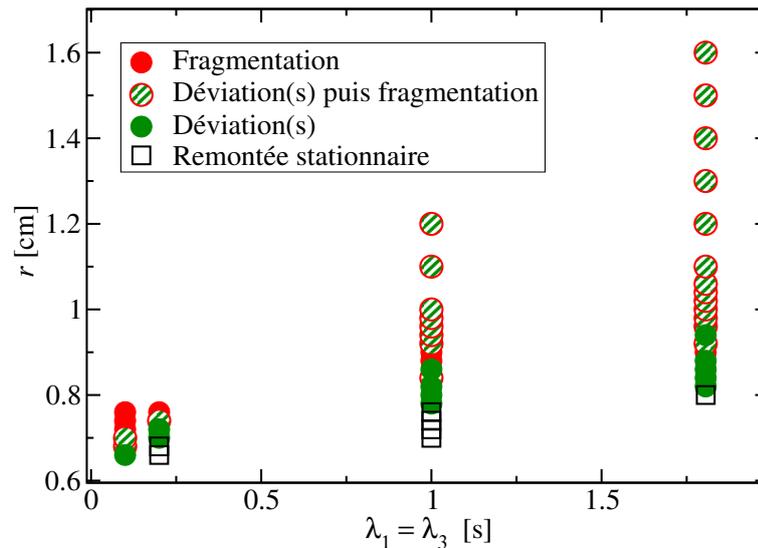


FIGURE II.22 – Diagramme de phase représentant le rayon des bulles r pour différents λ_1 . On observe des transitions, lorsque l'on fait varier r , entre les régimes de remontée verticale, déviation et fragmentation.

la bulle fragmente après un certain nombre de déviations.

Le modèle numérique présenté ici permet donc de reproduire de manière semi-empirique les résultats expérimentaux. On retrouve en effet les instabilités (déviation ou fragmentation des bulles) et les ordres de grandeur des rayons des bulles pour l'apparition de ces instabilités sont cohérents. La rhéologie complexe du fluide (loi de Carreau) est donc bien à l'origine de ces instabilités. Une comparaison plus quantitative entre le modèle numérique et les données expérimentales est actuellement en cours.

II.8 Discussion et conclusions

Nous avons vu dans ce chapitre qu'une bulle remontant dans une solution de polymère confinée développait une instabilité lorsque son volume V était supérieur à un volume critique. Cette instabilité mène soit à la fragmentation de la bulle, via un phénomène de digitation, soit à une déviation de sa trajectoire verticale par un mouvement latéral. Une expérience témoin a été menée avec un mélange eau-glycérol, solution newtonienne de viscosité $\eta = 0.1$ Pa.s, qui est de l'ordre de grandeur de la viscosité effective due au cisaillement engendré par la bulle dans le cas d'une solution de PEO à $c = 4$ g/L. Dans cette expérience, aucune instabilité de la bulle n'a été observée. Nous pouvons donc conclure que les instabilités observées ont bien pour origine les propriétés rhéologiques du fluide. De plus ce type d'instabilités n'a jamais été observé en 3 dimension, ce qui tend à montrer que le confinement joue un rôle dans le développement des instabilités.

Une explication qualitative peut être proposée pour expliquer l'apparition de l'instabilité, via le développement d'un front plat. En effet, à cause des propriétés rhéofluidifiantes des solutions de polymère, la viscosité locale est plus faible sur les bords de la bulle, où ont

lieu les plus forts cisaillements, comme observé précédemment dans des expériences non confinées [119]. Ainsi les côtés de la bulle “voient” une viscosité abaissée, et remontent plus vite que le front, menant à cet aplatissement avec un angle α . Si cet angle α est suffisamment grand ($\alpha > 4^\circ$), la bulle peut dévier de sa trajectoire, et les forces capillaires sont assez importantes pour la maintenir d’un seul tenant. La déviation latérale, normalisée par le rayon équivalent, décroît avec l’angle du front. Aucune explication n’a encore été trouvée pour ce comportement. Si $\alpha < 10^\circ$, un phénomène de digitation peut apparaître. Les forces capillaires ne sont pas suffisamment grandes pour empêcher le développement du doigt, et la bulle se fragmente lorsque ce doigt atteint l’arrière de la bulle. Pour le cas intermédiaire, $4 < \alpha < 10^\circ$, les deux phénomènes peuvent apparaître, sans qu’on puisse a priori prédire si ce sera une déviation ou une fragmentation.

Le déclenchement de ces instabilités est quasiment indépendant du nombre de Reynolds Re . Cette non-dépendance a déjà été observée dans le cas d’instabilités de sillage pour des bulles dans des fluides newtoniens, où la forme de la bulle a été décrite comme paramètre de contrôle [120]. Bien que la nature entre ces deux types d’instabilités soit différente, il est intéressant de noter que dans les deux cas, l’instabilité semble être contrôlée par la taille de la bulle, plutôt que par son inertie. Nous n’avons cependant pas d’explication quantitative pour ce seuil d’apparition de l’instabilité.

En plus de ces résultats expérimentaux, deux études numériques ont été réalisées par méthode de champ de phase. En prenant en compte les mêmes propriétés rhéologiques que celles mesurées pour les fluides des expériences et des tailles de bulles comparables, ces simulations ont montré que de telles instabilités pouvaient être observés numériquement, pour des volumes critiques proches de ceux expérimentalement observés, avec cette apparition d’un front plat menant soit à une déviation de la bulle, soit à sa fragmentation. Ceci confirme que la rhéologie du fluide, et notamment ses propriétés viscoélastiques et rhéofluidifiantes, joue un rôle déterminant dans ce développement d’instabilités.

Chapitre III

Trains de bulles : interactions

Sommaire

III.1 Objectifs	55
III.2 Méthodologie	56
III.3 Résultats expérimentaux	61
III.3.1 Morphologie des bulles	61
III.3.2 Dynamique du système	61
III.4 Modèle phénoménologique	66
III.4.1 Méthodologie	66
III.4.2 Résultats	68
III.5 Discussion et conclusions	69

• Y. Bertrand, V. Vidal et R. Poryles. Remontée de bulles dans un fluide complexe. *Rapport de stage L3*, École Normale Supérieure de Lyon (2016).

Dans ce chapitre, je présente les résultats obtenus lors d'une expérience d'injection d'air à débit constant dans une solution de polymère confinée. Cette injection continue va créer un train de bulles dans la même configuration que dans le cas de la bulle unique du chapitre précédent. On s'intéresse aux interactions qui vont avoir lieu dans ce train de bulles, en regardant leur vitesse de remontée, ainsi que leur coalescence. Cette étude a été menée dans le cadre du stage de 3ème année de Licence de Yannick Bertrand (juin-juillet 2016) que j'ai encadré.

III.1 Objectifs

Dans le chapitre 2, nous avons étudié une bulle d'air unique qui remontait dans une solution de polymère confinée. Nous avons observé une instabilité qui se développait spontanément, pouvant mener à la déflexion de la trajectoire de la bulle ou à sa fragmentation en deux bulles filles.

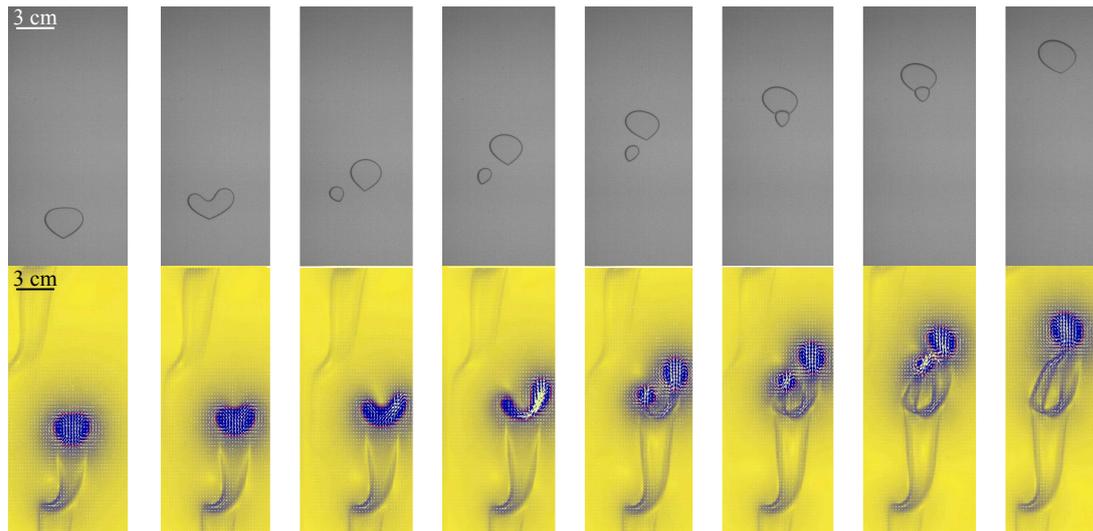


FIGURE III.1 – Phénomène de coalescence après une fragmentation. En haut dans le cas expérimental pour une solution de PEO [$c = 4$ g/L, $V = 1.1$ mL] et en bas dans les simulations numériques dans un fluide viscoélastique rhéofluidifiant [$r = 0.9$ cm, $ee = 0.5$].

Un phénomène que nous n'avons pas encore discuté, est que lorsque les bulles se fragmentent, cette fragmentation peut être asymétrique, les deux bulles filles créées n'ayant pas le même volume. La plus grosse bulle remonte alors plus vite, car la poussée d'Archimède est plus importante. On voit cependant la plus petite bulle accélérer fortement, jusqu'à ce qu'elle rattrape la grosse bulle. On observe enfin une coalescence entre ces deux bulles qui venaient de fragmenter (Figure III.1, haut). L'origine de cette accélération vient du fait que la grosse bulle en remontant cisaille le fluide et crée un couloir de viscosité réduite qui persiste durant le temps de relaxation du fluide. Ce phénomène a été également observé avec les simulations numériques lorsque l'on est en régime de fragmentation (Figure III.1, bas).

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à ces interactions entre les bulles, mais sur une trajectoire verticale et de manière contrôlée, en injectant de l'air à débit constant à la base d'une solution de polymère confinée.

III.2 Méthodologie

Le dispositif expérimental que nous avons utilisé est quasiment le même que dans le chapitre précédent à l'exception du système d'injection d'air : nous avons remplacé la seringue par un contrôleur de débit (Bronkhorst Mass Stream D-5111, M+W Instruments, $Q = 0.22 - 2.2$ mL/s). Nous avons de plus modifié l'injecteur central, en y insérant une aiguille de seringue de diamètre intérieur 0.6 mm. En effet, si l'on utilise directement l'orifice de la cellule (diamètre 1 mm, voir chapitre précédent), on observe un reflux dans le tuyau, conduisant à une éjection intermittente et non périodique des bulles. Ce problème

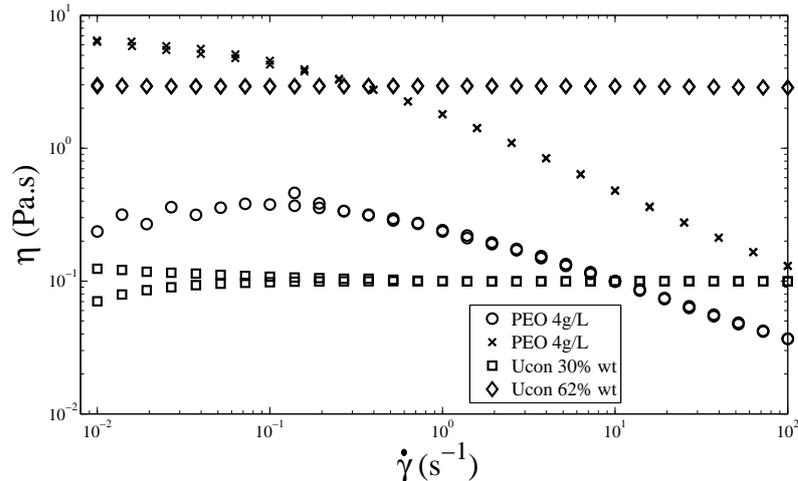


FIGURE III.2 – Viscosité η des différentes solutions en fonction du taux de cisaillement imposé $\dot{\gamma}$. Les solutions de PEO sont rhéofluidifiantes, alors que les mélanges eau-Ucon sont newtoniens. Les mesures ont été effectuées en augmentant puis en diminuant $\dot{\gamma}$, avec un temps d'attente $\Delta t = 30$ s entre chaque point.

ne se posait pas dans le chapitre précédent, qui ne considérait que l'injection d'une bulle unique.

Les fluides que nous avons utilisés sont deux solutions aqueuses de polyéthylène oxyde (PEO) (Sigma-Aldrich, 372838). Nous avons considéré ici seulement deux concentrations, $c=4\text{g/L}$ et $c=8\text{ g/L}$. Cette dernière solution est plus concentrée que celle utilisée dans le chapitre précédent. En effet, le train de bulles cisaille fortement la solution et la viscosité effective est fortement abaissée. Nous voulons nous placer dans un cadre où les vitesses de remontée sont similaires à celle déjà étudiées, d'où le choix de prendre une solution plus concentrée.

Deux fluides témoins ont également été utilisés. Ces fluides sont des mélanges d'eau et de Ucon (DOW, UCON Lubricant 75-H-90,000) qui est un lubrifiant industriel très visqueux ($\eta_{pur} \sim 100\text{Pa.s}$) et soluble dans l'eau. Nous avons utilisé deux mélanges, l'un à 30% en titre massique de Ucon et l'autre à 62% en titre massique de Ucon, notés par la suite 30% wt. et 62 %wt. respectivement. L'avantage de ces mélanges est qu'ils sont newtoniens, et nous avons préféré les utiliser par rapport aux mélanges eau/glycérol, car nous pouvions atteindre des viscosité plus élevées.

La viscosité dynamique η en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ de ces quatre solutions a été caractérisée avec un rhéomètre (Kinexus, Malvern) en géométrie cône-plan (cône d'angle 2° , diamètre 60 mm). Les résultats sont présentés en Figure III.2. Nous observons de nouveau que les solutions de polymère sont rhéofluidifiantes, alors que les solutions témoins sont newtoniennes. Nous avons cette fois modélisé simplement les caractéristiques des solutions de polymère avec un modèle de Carreau, qui ajuste bien les mesures rhéologiques de ces deux solutions [99] :

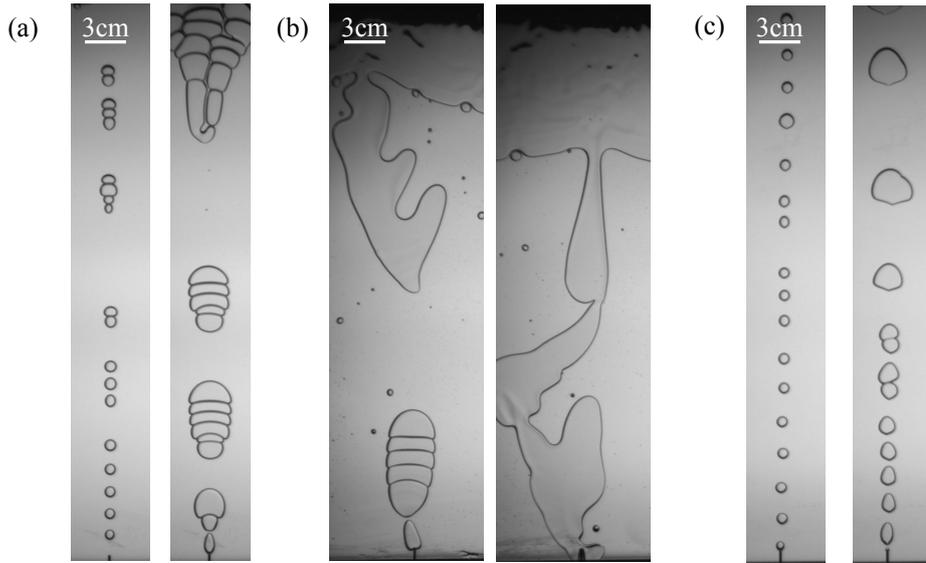


FIGURE III.3 – Observation des trains de bulles (a) mélange Ucon-eau 30% wt. ; (b) mélange Ucon-eau 62% wt. (c) solution de PEO $c = 4$ g/L. Pour chaque fluide, deux débits d'injection sont présentés : à gauche $Q = 0.22$ mL/s et à droite $Q = 2.17$ mL/s.

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\eta_0}{(1 + (\dot{\gamma}\tau)^2)^{1/4}} \quad (\text{III.1})$$

où η_0 est la viscosité du plateau à bas taux de cisaillement et τ un temps caractéristique intrinsèque au fluide, comparable au temps de relaxation. Les paramètres d'ajustement, ainsi que la viscosité des mélange eau-Ucon sont données dans la Table III.1.

Nous injectons ensuite de l'air à débit constant dans ces solutions. Le fluide témoin n'a pas donné de résultats satisfaisants, car le Ucon semble contenir beaucoup de surfactant, et les bulles ne sont pas émises de manière périodique. On observe la formation de clusters (regroupements de bulles) qui ne coalescent pas (Figure III.3a), ou la formation de canaux ouverts à haut débit et plus grande concentration (Figure III.3b). Dans la suite nous nous intéresserons principalement au cas des solutions de polymère. Les différents trains de bulles observés sont présentés en Figure III.3c (PEO, $c = 4$ g/L) et en Figure III.4 (PEO, $c = 8$ g/L).

Pour chaque débit $Q = [0.22, 0.43, 0.65, 0.87, 1.08, 1.30, 1.73, 2.17]$ mL/s, nous avons réalisé dix films de 30 secondes. L'acquisition est faite avec la même caméra PL-B781 (Pixe-

Solution	Concentration	η_0 (Pa.s)	τ (s)
PEO	4 g/L	0.33	1.1
PEO	8 g/L	6.51	17.54
Ucon	30% wt.	0.1	–
Ucon	62% wt.	2.92	–

TABLE III.1 – Paramètres d'ajustement de la viscosité des différentes solutions.

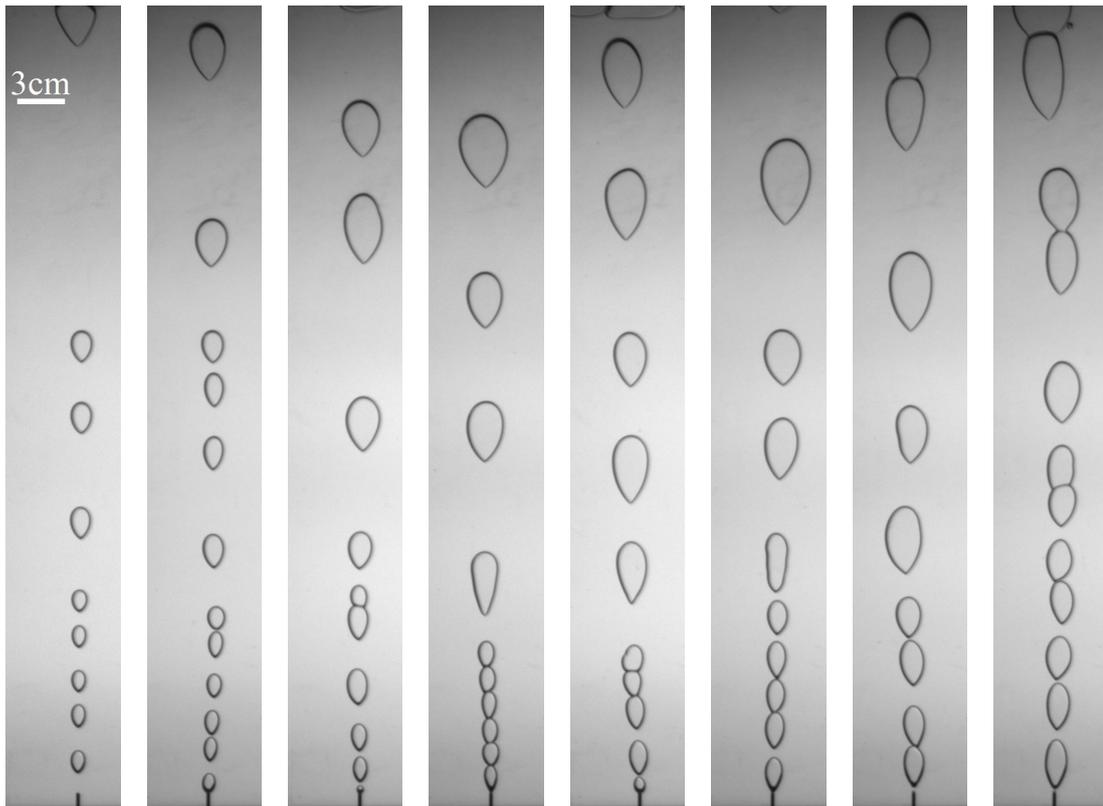


FIGURE III.4 – Observation des trains de bulles pour différents débits d’air injecté (de gauche à droite, $Q=[0.22, 0.43, 0.65, 0.87, 1.08, 1.30, 1.73, 2.17]$ mL/s) [PEO, $c = 8$ g/L].

Link) qu’au chapitre précédent mais sur une région plus restreinte (264×1872 pixels), étant donné qu’aucun mouvement latéral des bulles n’a été observé. La fréquence d’acquisition est fixée à 20 images par seconde.

Pour analyser ces images, nous utilisons quasiment la même méthode que dans le chapitre précédent. Les différentes étapes de traitement sont présentées en Figure III.5. Cette fois-ci, nous gardons à la fois le contour intérieur de la bulle ainsi que le contour extérieur (Figure III.5c-e). Dans le chapitre précédent nous ne considérons que le contour extérieur, car il n’y avait pas de problème de coalescence entre les différentes bulles. Dans le cas des trains de bulles, il est plus facile pour estimer le critère de coalescence de regarder quand les contours intérieurs des bulles fusionnent, alors que pour estimer leur volume, on prend leur contour extérieur.

Dans cette expérience, les bulles remontent systématiquement verticalement. On peut donc projeter le problème en une seule dimension de l’espace. Pour cela on prend les images binarisées dont le contour intérieur est rempli (Figure III.5e), et on somme les pixels de l’image horizontalement (“stacking”) afin d’avoir une seule colonne pour un temps t donné. Le tracé de cette colonne en fonction du temps donne un diagramme spatiotemporel (hauteur h dans la cellule en fonction du temps t), comme celui présenté en Figure III.6. Sur ce diagramme, chaque ligne correspond à une trajectoire de bulle, et on observe le phénomène de coalescence lorsque des trajectoires se rencontrent.

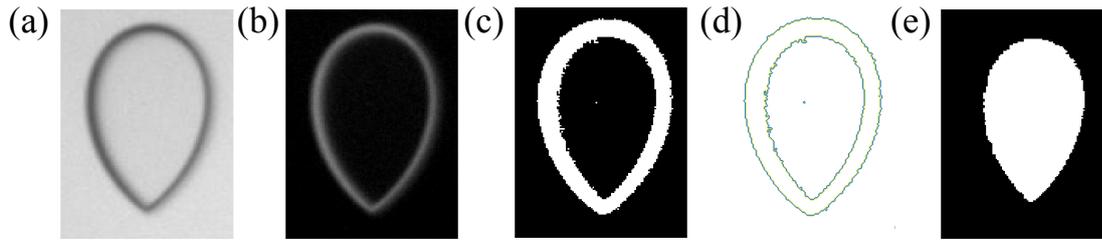


FIGURE III.5 – Les différentes étapes du traitement des films : (a) image originale, (b) soustraction de l’arrière-plan, (c) binarisation, (d) détection des contours, (e) remplissage du contour intérieur.

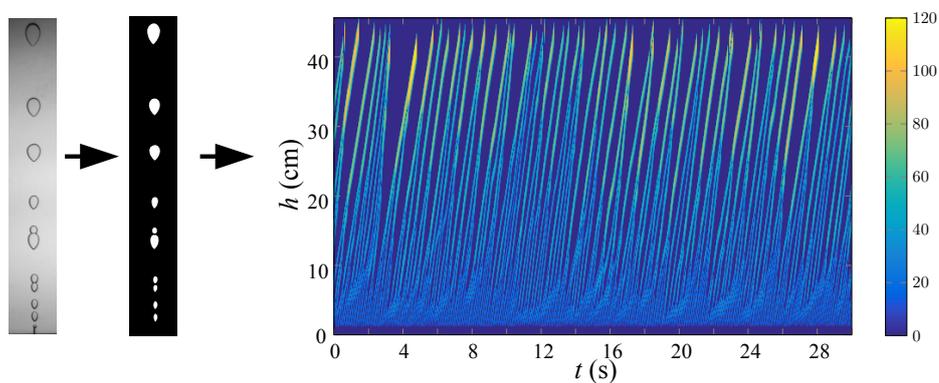


FIGURE III.6 – Obtention du diagramme spatio-temporel (hauteur h , en fonction du temps t). De gauche à droite : image brute, image binarisé, et diagramme spatio-temporel (ST). L’échelle de couleur sur le diagramme spatiotemporel correspond au nombre de pixel sommés horizontalement.

Le diagramme spatio-temporel contient toute l’information sur la dynamique du système. En se plaçant à un temps donné, c’est-à-dire sur une ligne verticale du diagramme, on peut remonter à différentes grandeurs. La largeur de la bulle correspond à la valeur d’un pixel considéré. La hauteur de la bulle correspond à la hauteur du segment, et ainsi en intégrant la largeur sur la hauteur, on remonte directement au volume de la bulle. Noter que ces diagrammes sont tracés en utilisant les contours intérieurs des bulles car ce sont les phénomènes de coalescence qui nous intéressent. Le volume de chaque bulle est par conséquent légèrement sous-estimé. Il est difficile de chiffrer cette sous-estimation, car elle est liée directement à la taille de la bulle. Plus la bulle est grosse, moins le contour (zone sombre, Figure III.5a) sera important par rapport au volume de la bulle.

Pour mesurer les vitesses des bulles, il suffit dans le diagramme spatio-temporel, de suivre la position du front et de l’arrière des bulles. En dérivant temporellement cette position, on remonte à la vitesse instantanée de chaque bulle, qui va dépendre du volume de la bulle, de sa hauteur, mais également de l’histoire du fluide.

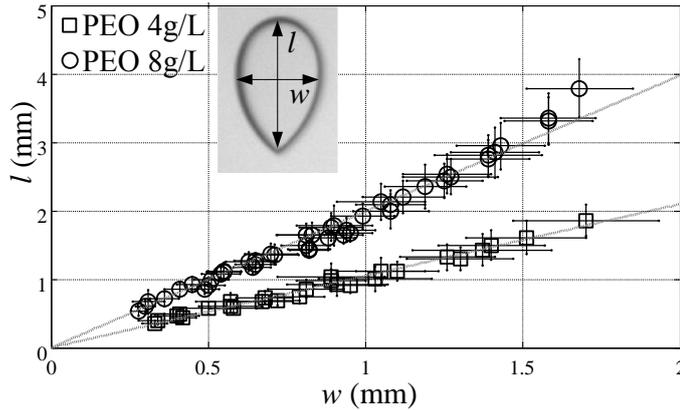


FIGURE III.7 – Hauteur des bulles l en fonction de leur largeur w pour tous les débits testés et les deux concentrations de PEO. La pente correspond au rapport d'aspect l/w (PEO $c=4$ g/L, pente ~ 1 , PEO $c=8$ g/L, pente ~ 2). La linéarité signifie que la forme globale des bulles change peu quand leur volume augmente.

III.3 Résultats expérimentaux

III.3.1 Morphologie des bulles

La première caractérisation que nous avons faite concerne la morphologie des bulles. Pour cela, nous avons mesuré la hauteur et la largeur de chaque bulle. Les résultats sont présentés en Figure III.7, où l'on a tracé la hauteur l de la bulle en fonction de sa largeur w . On observe que le volume des bulles augmente avec le débit imposé mais qu'en revanche leur rapport d'aspect reste constant pour une solution de concentration donnée. Pour la solution de PEO à $c = 4$ g/L, le rapport d'aspect défini par l/w est très proche de 1. Cela signifie que la bulle est quasiment circulaire, présentant cependant un cusp (voir Figure III.3c). On a des bulles de petit volume, avec une prédominance des forces capillaires. Pour la solution de PEO à $c = 8$ g/L, le rapport d'aspect est très proche de 2. Les bulles sont donc plus allongées, et présentent un cusp plus marqué (Figure III.4). Dans la suite, nous nous focaliserons sur la solution de PEO à $c = 8$ g/L, pour laquelle la forme allongée des bulles est caractéristique d'effets non-newtoniens.

III.3.2 Dynamique du système

III.3.2.1 Vitesse de remontée

À partir des vitesses et des volumes extraits des diagrammes spatiotemporels, nous avons réalisé une étude statistique des vitesses v des bulles en fonction de leur volume V . Les résultats sont présentés en Figure III.8a. On observe qu'à bas débit, la vitesse de la bulle augmente avec son volume. Lorsque l'on augmente le débit, cette tendance s'inverse pour atteindre un régime où la vitesse de la bulle diminue avec le débit. Afin de trouver

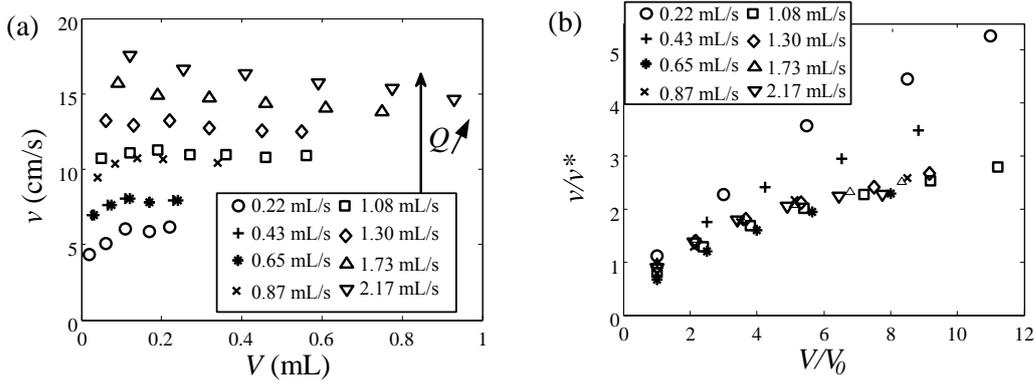


FIGURE III.8 – (a) Vitesse v des bulles en fonction de leur volume V . (b) Vitesse normalisée ($v^* = Q/we$) en fonction du volume normalisé (V_0 volume de la bulle la plus proche de l’injecteur). Les courbes se superposent sauf pour les bas débits [PEO, $c = 8$ g/L].

une courbe maîtresse, on normalise le volume par le volume V_0 de la bulle la plus proche de l’injecteur. Pour la normalisation en vitesse, il faut faire intervenir le débit : on définit $v^* = Q/we$ où Q est le débit, e est la taille du gap, et w est la largeur (we correspond à une section efficace).

On observe en Figure III.8b que toutes les courbes se superposent en choisissant cette normalisation, sauf pour les petits débits. Une possible interprétation est qu’à très petits débits les bulles interagissent beaucoup moins, le fluide ayant plus de temps pour relaxer.

III.3.2.2 Nombre de Reynolds et d’Archimède

Avec ces mesures de vitesses, on peut estimer des nombres sans dimension. Comme dans le chapitre précédent, on utilisera le nombre de Reynolds $Re = Ud\rho/\eta$. On introduit de plus le nombre d’Archimède $Ar = \sqrt{gd^3\rho/\eta}$ représentant le rapport entre la poussée d’Archimède et la force de frottement visqueux, avec ρ la masse volumique du fluide, g l’accélération de la pesanteur, d la taille caractéristique de la bulle, U sa vitesse, et η la viscosité dynamique du fluide.

Une méthode de représentation typique pour caractériser la dynamique de remontée de bulles est de tracer le nombre de Reynolds en fonction du nombre d’Archimède. Des résultats précédents, dans le cadre d’une bulle unique remontant dans de l’eau en cellule de Hele-Shaw verticale [42] ont trouvé une relation linéaire entre ces deux nombres. Il est alors intéressant de voir si ce sont ces mêmes nombres qui régissent la dynamique dans notre système.

On prend pour la taille caractéristique de la bulle $d = 2\sqrt{V/(\pi \cdot e)}$. On estime la viscosité via le taux de cisaillement $\dot{\gamma} = U/d$, qu’on injecte dans le modèle rhéologique de Carreau (équation III.1). Les résultats sont représentés en insert de la Figure III.9. Ces courbes qui sont représentées pour différents débits présentent la même tendance, sans se superposer. On introduit alors un nombre de Reynolds modifié Re' , afin de prendre en compte le fait

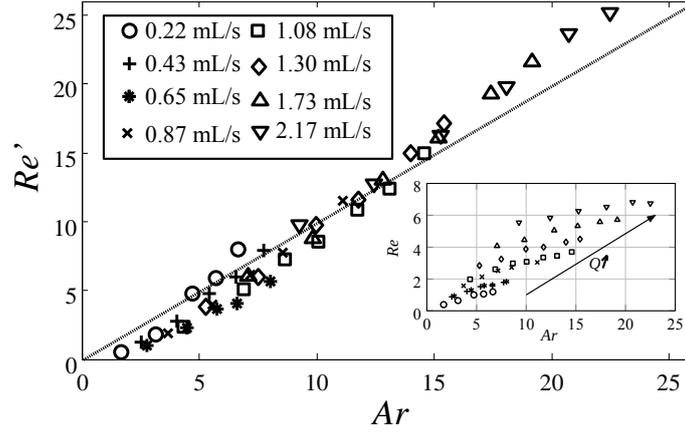


FIGURE III.9 – Nombre de Reynolds modifié, Re' (équation III.2) en fonction du nombre d'Archimède Ar [PEO, $c = 8$ g/L]. La modification de Re en Re' prend en compte la présence d'un train de bulles et permet de mettre en évidence une courbe maîtresse. La ligne pointillée correspond à la droite de pente 1 passant par l'origine. *Insert* : Nombre de Reynolds Re en fonction du nombre d'Archimède Ar .

que l'on n'est pas dans le cadre d'une bulle unique mais d'un train de bulles. En effet, on a supposé le fluide cisailé de manière continue, sans prendre en compte le fait qu'il y ait une relaxation entre le passage de deux bulles successives. On propose de prendre en compte la périodicité du passage des bulles, via la période d'injection de bulles $T_{inj} = Q/V$. Il faut également prendre en compte le temps typique sur lequel une bulle va cisailier le fluide. On estime ce temps comme $T_{cis} = 1/\dot{\gamma} = d/U$. On introduit alors le nombre de Reynolds modifié :

$$Re' = \frac{Ud\rho}{\eta} \left(\frac{T_{cis}}{T_{inj}} \right), \quad (\text{III.2})$$

qui correspond au nombre de Reynolds "standard" multiplié par la fraction du temps pendant lequel notre fluide est cisailé.

En traçant Re' en fonction de Ar , les points s'alignent sur une courbe maîtresse, avec une relation linéaire de pente environ 1 entre ces deux nombres (Figure III.9). On observe alors une relation linéaire entre ces nombres, avec une pente de 1. Cette linéarité montre que la dynamique de remontée est régie par la flottabilité de la bulle, ainsi que les périodes d'injection des bulles et de cisaillement du fluide.

III.3.2.3 Coefficient de traînée

On peut s'intéresser d'autre part aux effets visqueux sur la dynamique de remontée, via le coefficient de traînée C_d . La force de frottement visqueux qui s'applique sur les bulles est appelée force de Stokes et s'écrit :

$$F_s = \frac{1}{2} \Delta\rho C_d U^2 S_{eff} \quad (\text{III.3})$$

où $\Delta\rho$ est la différence de masses volumiques entre les deux fluides (air/eau), C_d le coefficient de traînée, U la vitesse de la bulle et S_{eff} sa surface efficace.

En trois dimensions, la force de Stokes appliquée sur une sphère s'écrit $F_s = 6\pi\eta RU$ où R est le rayon de la sphère avec comme condition d'application une vitesse nulle sur les bords de la sphère. Pour le cas de contraintes nulles comme conditions aux limites, ce qui correspond au cas d'une bulle en trois dimensions, Hadamard et Rybczynski [99] ont obtenu une expression de la force de Stokes modifiée : $F_s = 4\pi\eta RU$ (voir section I.3.1). En géométrie confinée, la résolution est impossible par incompatibilité du raccordement des solutions, ce qui correspond au paradoxe de Stokes [121]. On peut cependant trouver une expression au premier ordre du coefficient de traînée dans le cas où le nombre de Reynolds Re est petit devant 1 :

$$C_d = \frac{4\pi\eta RU}{\Delta\rho U^2 S_{eff}/2} \times \frac{1}{1/2 - \gamma - \log(Re/4)} \quad (\text{III.4})$$

où $\gamma \sim 0.58$ est la constante d'Euler. Ce résultat a été obtenu par Oseen en 1911 et correspond à un développement limité des termes correctifs [122]. Cependant, dans notre expérience Re n'est pas inférieur à 1 (voir Figure III.9, insert), ce qui donne un coefficient de traînée négatif et donc une solution non physique. On garde alors la forme générale de la force de Stokes (Eq. III.3) pour estimer le coefficient de traînée. En régime stationnaire, on peut écrire le bilan des forces :

$$\rho V g - \rho C_d U^2 S_{eff} = 0 \quad (\text{III.5})$$

d'où

$$C_d = 2 \frac{Vg}{U^2 S_{eff}} \quad (\text{III.6})$$

avec $S_{eff} = ed$ la surface efficace.

La Figure III.10 montre le coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds estimé pour les différents débits imposés. On observe que le coefficient de traînée décroît quand le débit augmente, mais pour un débit fixé, le coefficient de traînée augmente avec le nombre de Reynolds Re , ce qui est contraire à ce qu'on observe dans le cas d'un cylindre plongé dans un écoulement d'un fluide newtonien. Cela peut venir du fait que nous ne sommes pas en régime stationnaire, donc que le bilan des forces n'est pas tout à fait valable. Il faut ajouter à cela qu'il y a un couloir de viscosité réduite dans l'écoulement, et que le fluide n'est pas newtonien.

III.3.2.4 Hauteur de coalescence

La Figure III.11 présente le volume V des bulles en fonction de la hauteur h . Cette figure est tracée pour un débit $Q = 1.3$ mL/s et pour la solution de PEO à 8 g/L. On observe alors différentes gammes de volume, correspondant à différentes coalescences successives. L'échelle de couleur nous donne le nombre de bulles observées pour un volume

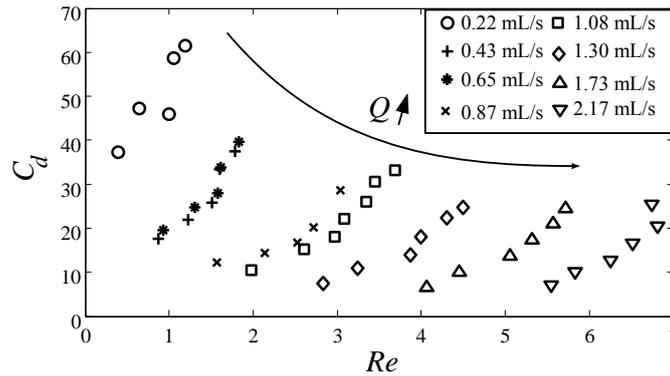


FIGURE III.10 – Coefficient de traînée C_d en fonction du nombre de Reynolds Re pour les différents débits Q imposés [PEO, $c = 8$ g/L]. La croissance de C_d avec Re , pour un débit fixé, va à l'encontre de l'expérience pour un cylindre lisse dans un écoulement de fluide newtonien (voir texte).

donné et une hauteur donnée. La première gamme (0.6-0.9 mL) correspond aux bulles à la sortie de l'injecteur. Les gammes suivantes résultent de coalescence dans la cellule. On observe notamment qu'aucune petite bulle n'atteint le sommet de la cellule, montrant qu'on a toujours de la coalescence. Il est normal que le nombre de bulles diminue avec la hauteur, cela venant directement de ce phénomène de coalescence.

Ce diagramme permet également de définir une hauteur critique h_c de première, deuxième et troisième coalescence (notées respectivement h_1 , h_2 , h_3 sur la Figure III.11). Ces hauteurs correspondent à la hauteur minimale à partir de laquelle on observe la n -ième coalescence. La hauteur de notre cellule étant limitée, on ne caractérisera que les trois premières coalescences, la 4ème et 5ème étant à peine visibles.

Ces hauteurs de coalescence sont représentés en Figure III.12a. On observe que ces hauteurs sont grandes à petit débit, car les bulles sont plus petites et émises avec une fréquence plus faible. Ces hauteurs vont diminuer jusqu'à atteindre un minimum pour $Q = 0.84$ mL/s puis elles vont augmenter pour des débits plus forts car les bulles sont plus grosses et la coalescence n'a pas lieu dès la sortie de l'injecteur (voir Figure III.4).

Afin d'expliquer la présence d'un minimum pour $h_c(Q)$, nous proposons l'analyse dimensionnelle suivante. Une longueur caractéristique peut être déterminée en divisant une vitesse typique par une fréquence. Pour cela on utilise la vitesse des bulles en sortie de l'injecteur v_0 , ainsi que leur fréquence f d'émission. Cette fréquence est obtenue en comptant le nombre total de bulles émises et en le divisant par le temps d'acquisition. On calcule alors le rapport entre cette vitesse et cette fréquence, v_0/f , pour toutes les séries d'expériences, et on le représente en fonction du débit (Figure III.12b). Par cette simple analyse dimensionnelle, on retrouve la même tendance entre les résultats expérimentaux (pour la première coalescence), et le rapport v_0/f , avec un minimum pour $Q \sim 0.6 - 1.1$ mL/s. Pour aller plus loin, nous avons décidé d'implémenter un modèle phénoménologique simple,

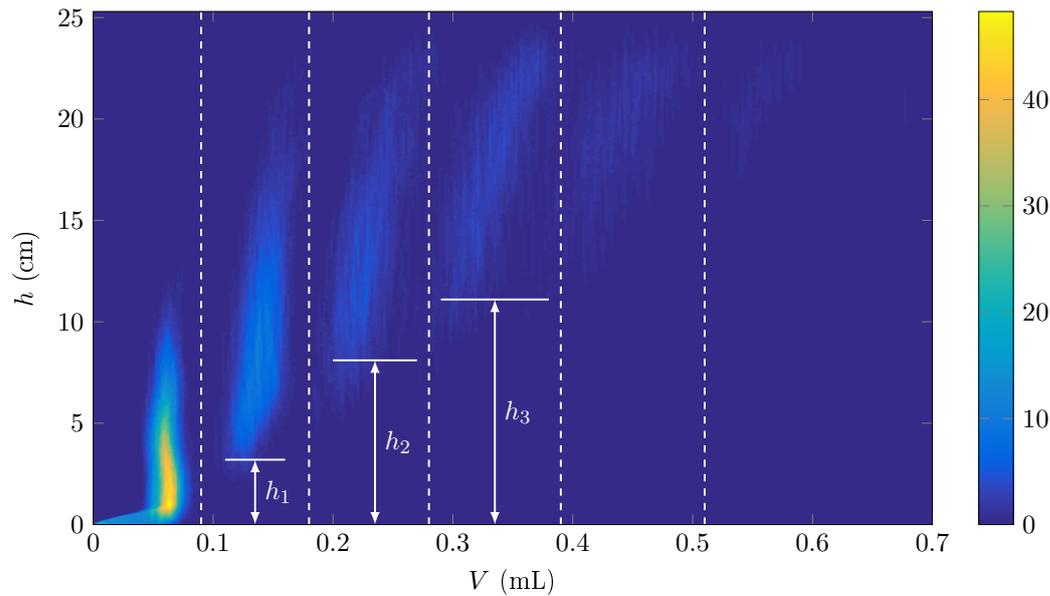


FIGURE III.11 – Volume V des bulles à différentes hauteurs h [PEO, $c = 8$ g/L, $Q = 1.3$ mL/s]. On observe des zones séparées, ce qui permet de définir des gammes de volumes et des hauteurs de coalescence (h_1, h_2, h_3).

présenté dans la section suivante.

III.4 Modèle phénoménologique

III.4.1 Méthodologie

Nous proposons un modèle simple à une dimension, pour lequel les bulles sont injectées de manière périodique, et nous étudions leur remontée. Le schéma de principe du modèle est présenté en Figure III.13.

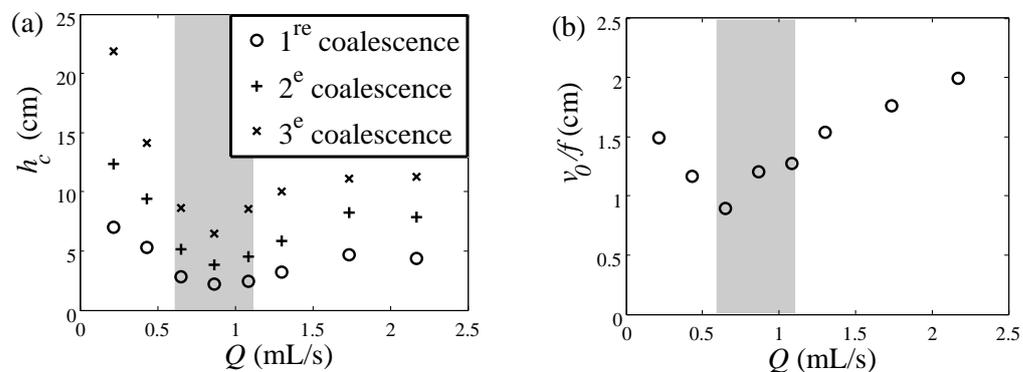


FIGURE III.12 – (a) Hauteurs critiques h_c de 1^{re}, 2^e et 3^e coalescence (h_1, h_2, h_3) en fonction du débit Q . (b) Hauteur caractéristique v_0/f en fonction du débit Q (voir texte). La zone grisée représente la zone où le minimum est atteint.

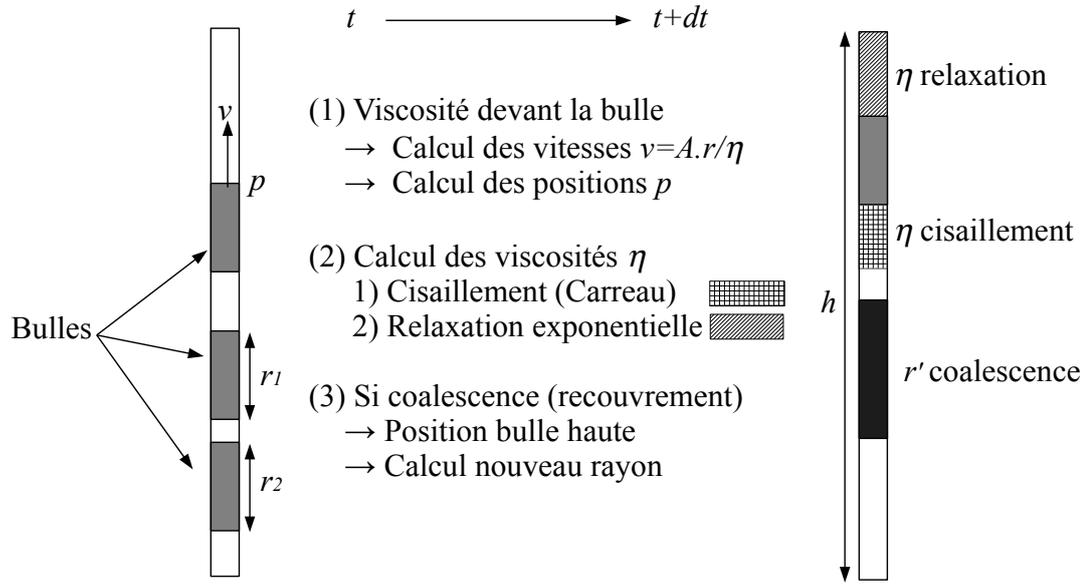


FIGURE III.13 – Schéma de principe du modèle phénoménologique. Les trois étapes sont : (1) le calcul des vitesses et des positions ; (2) le calcul des viscosités dans le cas du fluide cisailé par une bulle et dans le cas où le fluide relaxe ; (3) le calcul des rayons et positions en cas de coalescence entre deux bulles.

Les différents paramètres que nous fixons sont la hauteur totale sur laquelle vont remonter les bulles, h , la taille des bulles initiale r_0 , la période d'émission des bulles P , la viscosité au "repos" η_0 qui correspond au plateau Newtonien dans la loi de Carreau (équation III.1) et τ le temps de relaxation du fluide (qui apparaît également dans la loi de Carreau). Les grandeurs que l'on va calculer sont la vitesse instantanée de chacune des bulles v , et le champ de viscosité η . On rappelle ici que la viscosité dépend de la position et du cisaillement qui a été appliqué au fluide.

Les grandeurs qui vont nous servir à chaque incrément de temps sont les positions des fronts des bulles $p(z, t)$ avec z la hauteur de la bulle et t le temps, leur rayon $r(p, t)$ (les bulles sont représentées par des segments), leur vitesse $v(z, t)$, ainsi que la viscosité en tout point $\eta(z, t)$.

Pour calculer la vitesse d'une bulle, nous prenons la loi phénoménologique $v = r(z, t) \times A/\eta(z + 1, t)$, à savoir que l'on suppose que la vitesse de la bulle est proportionnelle à son rayon, et inversement proportionnelle à la viscosité que la bulle "voit" sur la position juste au-dessus d'elle. Ici A est un coefficient de proportionnalité géométrique qui est pris égal à 1 (on peut de toute manière le redéfinir via $\eta'_0 = \eta_0/A$). Cette loi en r/η est prise par analogie avec une vitesse de Stokes $v = reg\rho/(4\eta)$, estimée dans le cas d'une bulle (Hadamard-Rybczynski [41], section III.3.2.3) et en géométrie confinée ($V = \pi r^2 e$).

Le calcul de la viscosité est un peu plus compliqué, étant donné qu'il faut l'effectuer différemment selon que le fluide a été cisailé ou non. Si le fluide n'a pas été cisailé (en un point donné) entre le temps t et le temps $t + \Delta t$, on suppose qu'il y a une relaxation exponentielle du fluide avec un temps caractéristique τ :

$$\eta(z, t + \Delta t) = [\eta_0 - \eta(z, t)].(1 - e^{(-1/\tau)}) + \eta(z, t). \quad (\text{III.7})$$

Si le fluide a été cisailé, il faut avant tout calculer ce taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ que l'on estime par $\dot{\gamma}(z, t) = v(z, t)/r(z, t)$. On injecte alors ce taux de cisaillement dans la loi de Carreau, pour obtenir la viscosité à l'endroit où le fluide a été cisailé :

$$\eta(z, t + \Delta t) = \frac{\eta_0}{[1 + (\dot{\gamma}(z, t).\tau)^2]^{1/4}}. \quad (\text{III.8})$$

Le dernier cas à prendre en compte est lorsqu'il y a une coalescence entre deux bulles, à savoir quand le front de la seconde atteint l'arrière de la première. On impose alors que la position du front de la première bulle reste au même endroit et que la deuxième disparaît. On attribue alors un rayon r' à la nouvelle bulle, $r'(t + 1) = \sqrt{r_2(t)^2 + r_1(t)^2}$ avec r_1 et r_2 les rayons des deux bulles qui ont coalescé.

III.4.2 Résultats

Un premier choix de paramètres, est de prendre $h = 3000$ pixels, ce qui correspond à 30 cm en taille réelle, un centimètre correspondant alors à 100 pixels. On a vu expérimentalement que la taille des bulles à la sortie de l'injecteur est de l'ordre de 0.5 cm, on prend donc $r_0 = 50$ pixels. Le temps de mesure d'une expérience étant de 30 secondes, on considère 3000 incréments de temps, une seconde correspondant alors à 100 pas de temps. Ceci nous fixe également τ à une valeur de 1700 pas de temps, en accord avec la Table III.1. Expérimentalement, on observe que la fréquence d'émission est de l'ordre de dix bulles par seconde, ce qui nous fixe la période $P = 10$ incréments de temps ($P = 0.1$ s). La seule grandeur qui n'est a priori pas fixée est la viscosité, étant donnée qu'une force intervient dans sa formule. Après plusieurs tests, on choisit une valeur de $\eta_0 = 210$ unité arbitraire. Les paramètres du modèle sont résumés en Table III.2.

Les résultats de l'implémentation de ce modèle sont présentés en Figure III.14. Cette figure est l'équivalent des diagrammes spatio-temporels présentés en Figure III.6. La pre-

	h	Durée	η_0	τ	P	r_0
expérience	30 cm	30 s	6.51 Pa.s	17 s	0.1 s	0.5 cm
modèle	3000 px.	3000 inc.	210 u.a	1700 inc.	10 inc.	50 px.

TABLE III.2 – Paramètres de calcul pour la modélisation, basés sur les données expérimentales. La hauteur et la durée fixent les unités de temps et de longueur ; n'ayant pas de masse intervenant, la viscosité est en unité arbitraire.

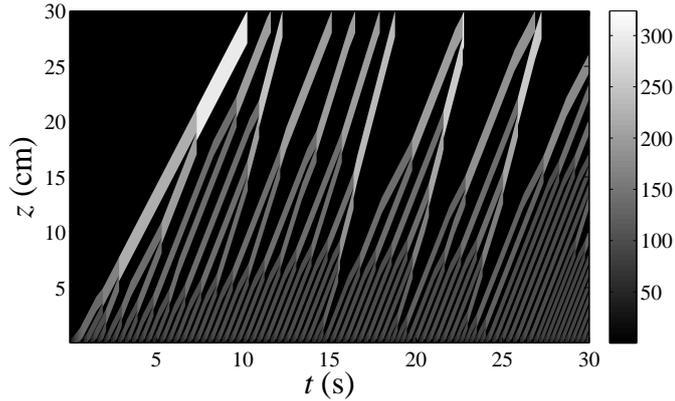


FIGURE III.14 – Résultats du modèle pour la simulation numérique avec les paramètres présentés en Table III.2. L'échelle de couleur est en pixels et correspond aux rayons des bulles.

mière observation est que l'on retrouve des coalescences successives à différentes hauteurs, bien que ce modèle simple prenne en compte uniquement la relaxation et le caractère rhéofluidifiant du fluide. Noter que dans ce modèle, la première bulle remonte plus lentement que les autres car le fluide n'a pas été pré-cisaillé, ce qui fait qu'elle “voit” une viscosité η_0 alors que les suivantes vont remonter dans un fluide beaucoup moins visqueux (couloir de viscosité réduite). On observe également que la hauteur de la première coalescence est de l'ordre de 5 cm, de l'ordre de grandeur des résultats expérimentaux.

Ce modèle phénoménologique constitue un travail exploratoire dont les résultats préliminaires montrent que le comportement rhéofluidifiant et le temps de relaxation suffisent à engendrer une dynamique qualitativement comparable aux résultats expérimentaux.

De nombreuses études sont en cours de développement, et j'énonce ici les principaux points que nous allons développer pour essayer de relier les résultats à venir avec ceux observés expérimentalement. Dans un premier temps nous proposons de regarder l'influence de la condition initiale (fluide pré-cisaillé ou non), et de regarder les conséquences sur le régime stationnaire. Ensuite il sera important de quantifier l'influence des différents paramètres et notamment de la viscosité qui a été choisie arbitrairement. La loi de vitesse $v = r(z, t) \times A/\eta(z + 1, t)$ doit également être approfondie car la loi de Stokes n'est pas *a priori* valable. Une piste serait d'utiliser les résultats sur la vitesse de remontée d'une bulle unique qui ont été présentés dans le Chapitre 2. Enfin, il sera intéressant de mener la même analyse que celle qui a été faite pour les données expérimentales, en particulier sur les différentes hauteurs de coalescence. Ce travail est actuellement en cours.

III.5 Discussion et conclusions

Dans ce chapitre nous avons étudié les interactions entre bulles lors de l'injection d'air à débit constant dans un fluide rhéofluidifiant et viscoélastique. Nous avons dans un premier

temps étudié la morphologie des bulles. Leur rapport d'aspect (hauteur/largeur) ne dépend pas de leur volume, pour une solution donnée. Dans le cas de la solution la plus concentrée ($c = 8 \text{ g/L}$), ce rapport est de 2, ce qui témoigne d'une élongation verticale de la forme de la bulle, due au couloir de viscosité réduite qui se forme dans le sillage de la bulle précédente. Via une analyse spatio-temporelle, nous avons étudié la vitesse des bulles en fonction de leur hauteur, en faisant varier le débit Q . Si l'on trace cette courbe, aucune tendance simple n'est observée. En renormalisant la vitesse par une vitesse effective $v^* = Q/we$ où w est la largeur de la bulle et e la taille du gap, et le volume par le volume de la première bulle injectée (donc avant toute coalescence), la plupart des points expérimentaux se rejoignent sur une courbe maîtresse montrant une augmentation de la vitesse normalisée en fonction du volume normalisé de la bulle.

Il est usuel de représenter, pour des problèmes de remontée de bulles, le nombre de Reynolds en fonction du nombre d'Archimède. En modifiant le nombre de Reynolds par la fréquence d'injection des bulles multiplié par le temps sur lequel le fluide a été cisailé entre deux bulles successives, nous observons une relation linéaire entre ce nombre de Reynolds modifié et le nombre d'Archimède, avec un coefficient de proportionnalité égal à 1. Nous n'avons pas d'explication pour cette relation, à part le fait que cela indique que la dynamique est régie par la poussée d'Archimède, ainsi que le temps de cisaillement et d'injection des bulles. La relation entre le coefficient de traînée C_d et le nombre de Reynolds n'a pas montré de tendance précise.

Pour finir sur l'étude expérimentale, nous avons montré l'existence de différentes hauteurs de coalescence des bulles, que nous avons caractérisées en fonction du débit. La hauteur de première coalescence présente un minimum de l'ordre de 2 cm pour un débit de l'ordre de 0.75 mL/s. La présence de ce minimum vient d'une compétition entre la fréquence d'injection des bulles et le cisaillement qu'elles vont créer via leur vitesse, venant modifier la viscosité du fluide. Une simple analyse dimensionnelle prenant en compte cette vitesse et cette fréquence permet de retrouver la présence d'un minimum pour la même gamme de débits.

Pour aller plus loin, nous avons proposé un modèle phénoménologique simple à une dimension pour essayer de reproduire ces comportements. Ce modèle, basé uniquement sur le caractère rhéofluidifiant du fluide et l'existence d'un temps de relaxation, permet d'obtenir un diagramme spatio-temporel qualitativement similaire à celui obtenu expérimentalement. Cette étude reste cependant à développer, et permettra peut-être de comprendre plus en détail les résultats expérimentaux.

Deuxième partie

Remontée et piégeage de bulles dans un milieu granulaire immergé

Chapitre IV

Trajectoires, zone fluide et aire de contact

Sommaire

IV.1 Dispositif expérimental	75
IV.2 Dynamique des bulles	76
IV.2.1 Diagrammes spatiotemporels	76
IV.2.2 Trajectoires des bulles	78
IV.3 Paramètres globaux en régime stationnaire	81
IV.3.1 Existence d'un régime stationnaire	81
IV.3.2 Aire de la zone fluide	82
IV.3.3 Fraction volumique d'air dans la zone fluide	85
IV.3.4 Surface de contact	86
IV.4 Discussion	87
IV.4.1 Estimation du volume des bulles	87
IV.4.2 Bulles en dehors de la zone fluide	88
IV.4.3 Généralisation au système 3D	89
IV.5 Conclusion	89

- R. Poryles, V. Vidal et G. Varas. Bubbles trapped in a fluidized bed : Trajectories and contact area. *Phys. Rev. E*, 93 : 032904, 2016.
- V. Vidal, G. Ramos, R. Poryles, J.-C. Géminard et G. Varas, Gas-induced fluidization in water-saturated sands, *XXIV ICTAM*, Montréal (Canada), 3355-3356, 2016.

Dans ce chapitre, je présente les résultats obtenus lors d'une expérience d'invasion d'air dans un milieu granulaire immergé. Dans cette étude nous nous intéressons à l'injection d'air à débit constant dans un lit de grains confiné à deux dimensions verticalement (cellule de Hele-Shaw). Ce lit de grains est constitué de billes de verre sphériques sub-millimétriques, immergées dans de l'eau. Le mélange eau/grains joue ici le rôle de fluide (ou plus généralement de milieu) complexe. De tels systèmes ont été largement étudiés

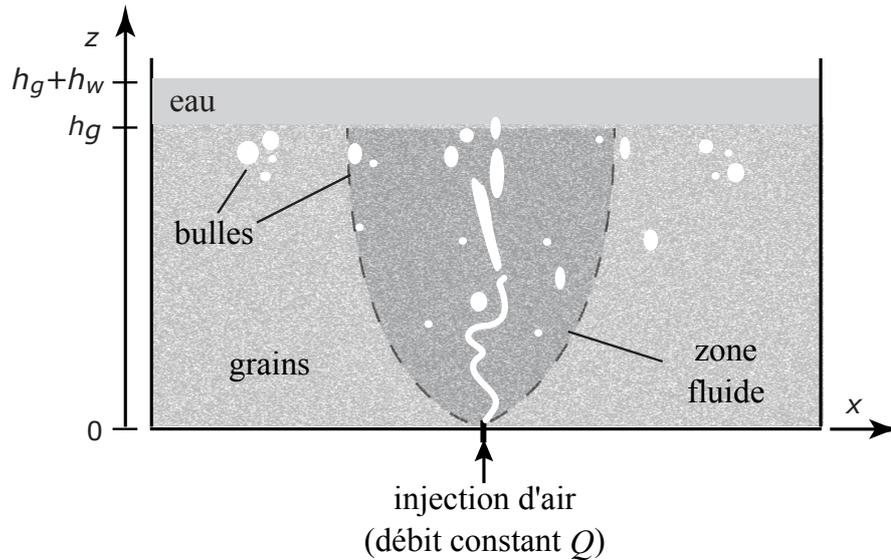


FIGURE IV.1 – Schéma du dispositif expérimental. Une cellule de Hele-Shaw est remplie de grains immergés dans l'eau. De l'air est injecté au bas de la cellule à débit constant Q . En régime stationnaire, une zone fluidifiée se forme, autour d'un canal centré. Les bulles peuvent être piégées à l'intérieur ou à l'extérieur de la zone fluide, et peuvent être entraînées par le mouvement du milieu granulaire à l'intérieur de la zone fluide centrale.

[13, 14, 92–96, 123, 124], et l'injection d'air est alors le moteur de la dynamique globale du système. On observe, indépendamment du régime initial d'invasion de l'air à temps court (percolation ou fracture), un mouvement global des grains et le milieu granulaire est séparé en deux zones : une zone centrale où il y a du mouvement, où le milieu granulaire a un comportement fluide, et une zone où il n'y a pas de mouvement, et le comportement est alors assimilable à un solide (voir section I.4.2). Les études précédentes portaient sur les caractéristiques de la zone fluide. Cette zone a une forme parabolique et est constituée d'un canal d'air central et de deux rouleaux de convection granulaires, de part et d'autre de ce canal central [92, 93, 95, 96]. Notre approche se concentre sur l'étude des bulles, leur dynamique et leur possible piégeage à l'intérieur du lit de grains. Nous nous penchons en particulier sur la dynamique de certaines bulles qui suivent les mouvements du milieu granulaire dans la zone fluide et agissent alors comme des traceurs, et nous étudions les paramètres globaux du système, comme la fraction d'air à l'intérieur du lit. Ce travail a été réalisé en collaboration avec Germán Varas, Professeur Assistant à la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chili), et les données expérimentales ont été recueillies par Gabriel Ramos, étudiant en Magistère dans cette même université. Mon travail a essentiellement porté sur l'analyse et l'interprétation de ces données expérimentales, via des méthodes d'analyse d'images que j'ai développées [125].

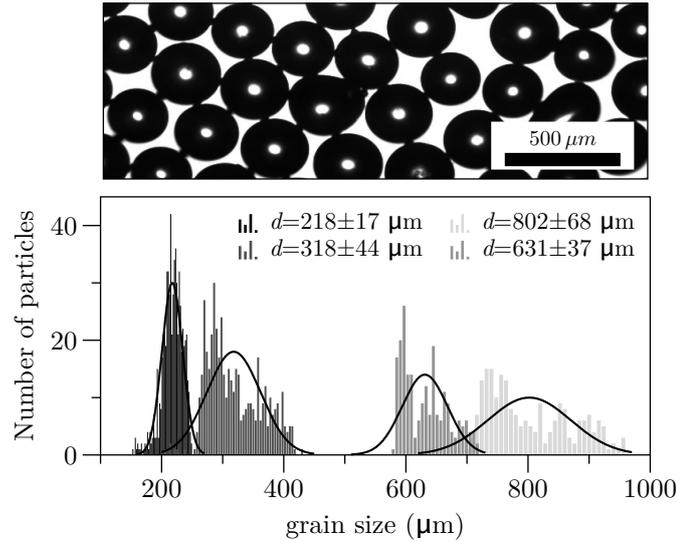


FIGURE IV.2 – Distribution de la taille des grains (Figure extraite de [92]) : exemple d’image prise au microscope et distribution gaussienne pour les quatre échantillons. Interpolation gaussienne pour $d = 218 \pm 17 \mu\text{m}$, $318 \pm 44 \mu\text{m}$, $631 \pm 37 \mu\text{m}$ et $802 \pm 68 \mu\text{m}$.

IV.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental (Figure IV.1) est une cellule de Hele-Shaw verticale constituée de deux plaques de verre de taille $40 \times 30 \text{ cm}$, et d’espacement $e = 2 \text{ mm}$. Contrairement à la cellule des chapitres précédents, ce dispositif n’est pas démontable. Cette cellule est remplie de grains immergés dans de l’eau distillée. Les particules sont des billes de verre sphériques et polydisperses (Sovitech), qui ont été tamisées pour obtenir 4 différentes gammes de diamètres $d = 200\text{--}250$, $250\text{--}425$, $600\text{--}710$ et $710\text{--}965 \mu\text{m}$. Les distributions de taille de grains ont été mesurées grâce à un microscope (Optika B-163), et peuvent être approximées par des gaussiennes [92] (Figure IV.2). La valeur moyenne et l’écart type du diamètre des grains ont été déterminés pour chaque échantillon et les résultats sont présentés dans la Table IV.1. Par la suite, nous utiliserons les valeurs suivantes pour se référer à chaque diamètre de grains, $d = 218 \pm 17 \mu\text{m}$, $318 \pm 44 \mu\text{m}$, $631 \pm 37 \mu\text{m}$ et $802 \pm 68 \mu\text{m}$.

Pour assurer la reproductibilité des expériences, la condition initiale est réalisée de la

TABLE IV.1 – Diamètre des grains obtenu par tamisage (colonne de gauche) et par mesure au microscope de la distribution de taille (colonne de droite). La valeur moyenne et l’écart type sont obtenus après un ajustement gaussien de la distribution de taille de grains (voir [92]).

d (tamis)	d (mesuré)
200–250 μm	$218 \pm 17 \mu\text{m}$
250–425 μm	$318 \pm 44 \mu\text{m}$
600–710 μm	$631 \pm 37 \mu\text{m}$
710–965 μm	$802 \pm 68 \mu\text{m}$

manière suivante. Une quantité fixée de grains est versée dans la cellule, qui est ensuite intégralement remplie d'eau distillée. La cellule est ensuite scellée et retournée. Quand les grains ont presque complètement sédimenté, la cellule est de nouveau retournée dans sa position verticale initiale. Une fois la nouvelle sédimentation terminée, la surface libre des grains est aplanie grâce à une tige, pour obtenir une surface libre initiale horizontale pour les grains, avec un lit de hauteur h_g (Figure IV.1). Cette méthode permet d'éliminer toutes les bulles qui étaient éventuellement piégées dans le lit de grains initial, et d'assurer une condition initiale pour laquelle les grains ont une compacité proche d'un empilement aléatoire ("random loose packing"). Cette compacité correspond à des grains empilés naturellement lorsqu'un milieu granulaire sédimente sans contrainte extérieure. Le surplus d'eau (on rappelle que la cellule est intégralement remplie) est alors retiré du système à l'aide d'une seringue, jusqu'à obtenir une hauteur d'eau h_w au dessus du lit granulaire faible. On s'assure que $h_w > 0$ tout au long de l'expérience, pour être toujours en régime immergé (Figure IV.1). Cette faible quantité d'eau h_w empêche l'advection des grains au-dessus du lit granulaire, et empêche par la même occasion la formation d'un cratère à la surface du lit [126]. Dans toutes nos expériences, la hauteur du lit de grains et de l'eau surnageant seront fixées à $h_g = 20$ cm et $h_w = 2$ cm, respectivement.

Au temps initial $t = 0$ s, l'air est injecté au bas (centré) de la cellule à un débit constant Q à travers l'orifice d'un tube capillaire rigide de diamètre intérieur 1 mm. Le débit Q est fixé dans une gamme variant de 0.16–3.3 mL/s par un contrôleur de débit (M+W Instruments, modèle D-6311). Un panneau de diodes électroluminescentes, fixé derrière la cellule, éclaire de manière homogène le système. L'évolution du système est enregistré par une caméra (PixeLINK, model PL-B741U, 1280×800 px²) avec une période de 1 image toutes les 10 secondes, nous permettant de suivre la dynamique du système sur des temps très longs (typiquement 20 heures).

IV.2 Dynamique des bulles

IV.2.1 Diagrammes spatiotemporels

Dû au rétroéclairage et au confinement dans la cellule, les bulles dans le lit de grains apparaissent en blanc ou en gris clair sur les images, par contraste avec les grains qui apparaissent en gris foncé [Figures IV.3b,d]. Pour suivre la dynamique des bulles, nous introduisons deux variables calculées à partir des images binarisées :

$$\xi_x(x, t) = \sum_z I(x, z, t) \quad (\text{IV.1})$$

$$\xi_z(z, t) = \sum_x I(x, z, t) \quad (\text{IV.2})$$

où $I(x, z, t)$ est l'intensité lumineuse au point (x, z) et au temps t , et la somme est calculée sur l'ensemble des images de l'expérience (typiquement 20 heures). La binarisation

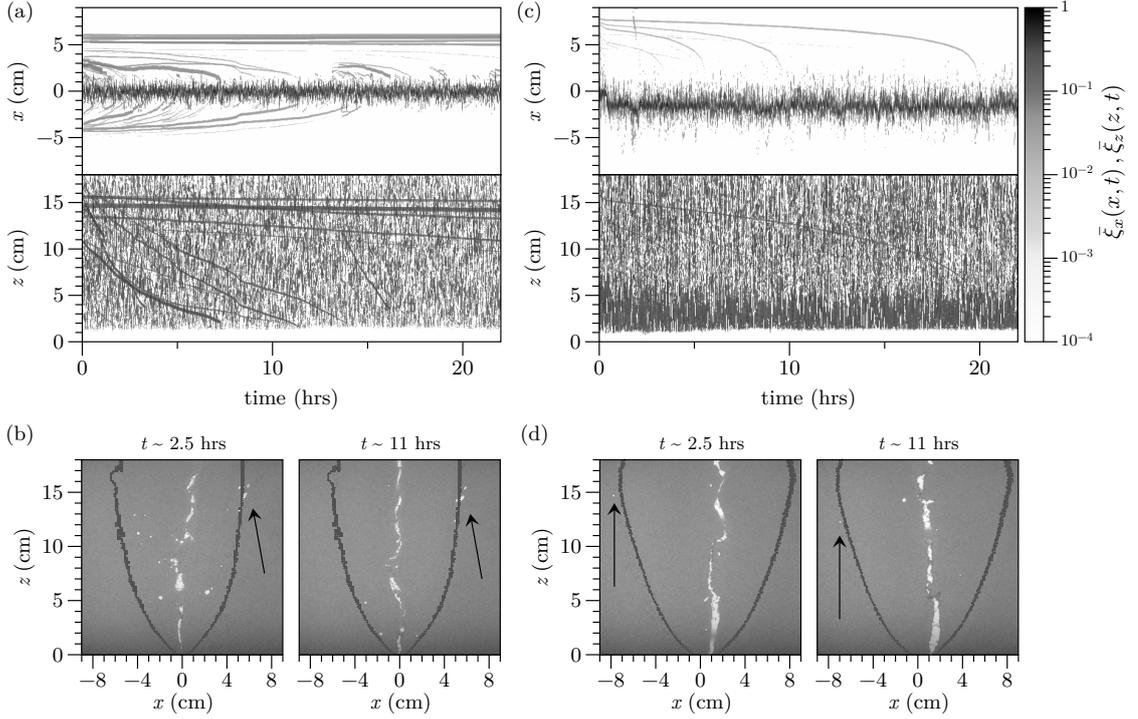


FIGURE IV.3 – Diagrammes spatiotemporels et images de l’expérience à différents temps ($t = 2.5$ heures et $t = 11$ heures) pour différents débits [(a,b) $Q = 0.66$ mL/s; (c,d) $Q = 1.98$ mL/s]. Le canal central et les trajectoires des bulles peuvent être clairement observés dans le diagramme spatiotemporel (a,c). La ligne foncée sur les images (b,d) indique le contour de la zone fluide (voir texte); les flèches (b,d) indiquent des bulles piégées en dehors de la zone fluide, qui sont donc piégées de manière permanente ou présentent un mouvement très lent lorsqu’elles sont à la frontière de la zone fluide [$d = 318 \pm 44$ μm].

donne $I(x, z, t) = 1$ pour une bulle, et sinon $I(x, z, t) = 0$. Les variables normalisées sont alors écrites $\bar{\xi}_x = \xi_x(x, t)/\max(\xi_x(x, t))$ et $\bar{\xi}_z = \xi_z(z, t)/\max(\xi_z(z, t))$, où $\max(\xi_x(x, t))$ et $\max(\xi_z(z, t))$ sont calculés sur la durée totale de l’expérience. $\bar{\xi}_x(x, t)$ et $\bar{\xi}_z(z, t)$ représentent alors la probabilité qu’une bulle soit située sur une ligne verticale $x = \text{const.}$ à un temps t et respectivement sur une ligne horizontale $z = \text{const.}$ à un temps t .

Les Figures IV.3a,c montrent les diagrammes spatiotemporels de $\bar{\xi}_x$ (en haut) and $\bar{\xi}_z$ (en bas) pour deux débits différents. Le canal d’air central se distingue clairement sur le diagramme spatiotemporel de $\bar{\xi}_x$, qui présente un signal important autour de $x = 0$, c’est-à-dire à la verticale du point d’injection. Les fluctuations de ce signal au centre correspondent aux fluctuations de position du canal d’air central, et sont la conséquence d’évènements rares pendant lesquels l’air dans le canal explore latéralement la zone fluide. Ces débordements latéraux peuvent créer de nouvelles bulles qui sont par la suite entraînées par le mouvement de convection granulaire, et sont, après un certain temps, capturées par le canal central (voir par exemple la signature de formation d’une bulle au temps $t \simeq 13$ heures, Figure IV.3a, en haut). La région blanche allant jusqu’à $z \simeq 1$ cm (Figures IV.3a,c, en bas) est la signature d’un doigt d’air qui se développe à partir du point d’injection, au-dessus duquel nous observons la fragmentation des bulles et des débordements latéraux, ce qui

gène le fond gris bruité dans le diagramme spatiotemporel représentant $\bar{\xi}_z(z, t)$.

Il est intéressant de noter que la majorité des bulles piégées dans la zone fluide des deux côtés du canal central [lignes gris foncé, Figures IV.3a,c] sont formées au début de l'expérience. En effet, l'invasion initiale de l'air, soit par percolation, soit par fracture, explore une région du lit de grains qui est plus large que la zone fluide finale. Ainsi, beaucoup de bulles se font piéger, avant même la formation de la zone fluide et la stabilisation du canal central. Ces bulles peuvent alors être classées en deux catégories : (1) si les bulles sont initialement formées dans la zone fluide, elles seront entraînées par la convection granulaire, et après un certain temps, seront capturées par le canal d'air (lignes courbées grises Figures IV.3a,c, en haut) ; (2) si les bulles se trouvent en dehors de la zone fluide, elles seront piégées dans le système et resteront quasiment immobiles pendant tout le temps de l'expérience (lignes horizontales gris foncé, Figures IV.3a, en haut).

Les Figures IV.3b,d montrent deux images de l'expérience correspondant aux Figures IV.3a,c prises aux temps $t = 2.5$ heures et $t = 11$ heures. Les lignes grises dans les photos indiquent la limite de la zone fluide. Si les bulles sont situées dans la zone fluide [lignes grises en Figures IV.3b,d], elles seront capturées par le canal d'air central. Des exemples de bulles partiellement piégées en dehors mais proches de la zone fluide sont présentées dans la Figure IV.3b,d (flèches noires). Le mouvement lent de ces bulles, observé entre $t = 2.5$ heures et $t = 11$ heures, est discuté dans la section IV.4. Noter que ces bulles peuvent être de nouveau capturées dans la zone fluide [Figures IV.3c,d].

IV.2.2 Trajectoires des bulles

La Figure IV.4a montre différentes trajectoires de bulles. Les trajectoires ont été mesurées en pointant la position des bulles avec le logiciel *ImageJ*. Pour obtenir le contour de la zone fluide, on utilise une méthode proposée par Varas et al. [96] et Ramos et al. [92], qui se base sur un ajustement parabolique de son contour, $z = x^2/D$, où le coefficient D dépend principalement du débit Q , bien qu'une possible dépendance sur la taille des grains puisse être discutée [96]. En traçant z en fonction de x/\sqrt{D} , on peut superposer sur le même graphique les zones fluides de différentes tailles, obtenues en faisant varier le débit Q (Figure IV.4a, zone grise). Des bulles, créées initialement en haut du lit granulaire ($z > 15$ cm), suivent un mouvement descendant lorsqu'elles sont entraînées par le mouvement de convection granulaire dans la région centrale (Figure IV.4a, carrés blancs et gris). Pour quantifier le décalage par rapport à une trajectoire parabolique, nous représentons en insert la trajectoire normalisée, ζ_z en fonction de ζ_x^2 , en prenant

$$\zeta_x = \frac{(x - x_{\min})}{(x_{\max} - x_{\min})} \quad (\text{IV.3})$$

$$\zeta_z = \frac{(z - z_{\min})}{(z_{\max} - z_{\min})} \quad (\text{IV.4})$$

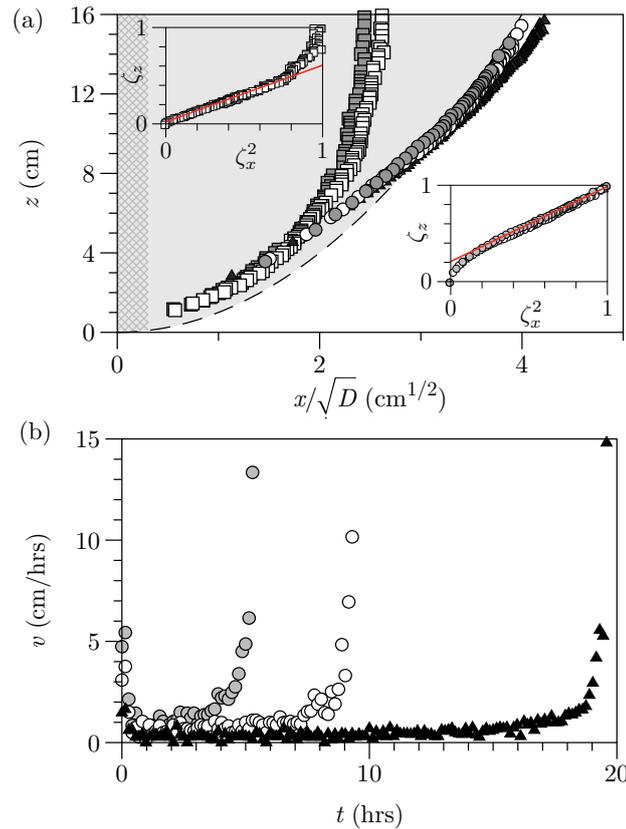


FIGURE IV.4 – Dynamique des bulles [$d = 318 \pm 44 \mu\text{m}$, $Q = 0.66 \text{ mL/s}$ (carrés blanc & gris) et $Q = 1.98 \text{ mL/s}$ (cercles blanc & gris, triangles noirs)]. (a) Exemples de trajectoires de bulles. La hauteur z est représentée en fonction de x/\sqrt{D} , afin que que les différentes zones fluides paraboliques, pour différents débits Q , se superposent. La zone hachurée représente le canal central. *Insert* : Trajectoire normalisée ζ_z vs. ζ_x^2 (voir texte) pour des bulles à l’intérieur (haut gauche) ou proche du bord (bas droite) de la zone fluide. (b) Vitesse des bulles situées proche du bord de la zone fluide [Figure IV.4(a)]. Bien que leurs positions initiales soient proches, les bulles présentent des temps de vie très différents. On voit que la bulle initialement en dehors de la zone fluide (triangle noir) a un mouvement très lent et est finalement capturée par le canal central.

où (x_{\max}, z_{\max}) et (x_{\min}, z_{\min}) représentent le premier et le dernier point de la trajectoire de la bulle, de sa création jusqu’à sa capture par le canal d’air central [zone hachurée, Figure IV.4a], qui a une largeur de l’ordre de 1 cm [Figures IV.3b,d]. Les bulles initialement piégées dans la zone fluide suivent une trajectoire quasiment verticale, avant de suivre un mouvement parabolique [ligne rouge, Figure IV.4a, insert en haut à gauche]. Les bulles initialement au bord de la zone fluide (voire légèrement à l’extérieur) suivent une trajectoire quasiment parabolique [ligne rouge, Figure IV.4a, insert en bas à droite].

La Figure IV.4b représente la vitesse de trois bulles initialement proches les unes des autres [même symboles que les trajectoires représentées en Figure IV.4a]. Pour des bulles localisées à la frontière de la zone fluide, une très petite différence de position initiale conduit à des changements importants de leur durée de vie, qui peut varier de 5 à 20 heures. Le fait que des bulles initialement piégées en dehors de la zone fluide puissent

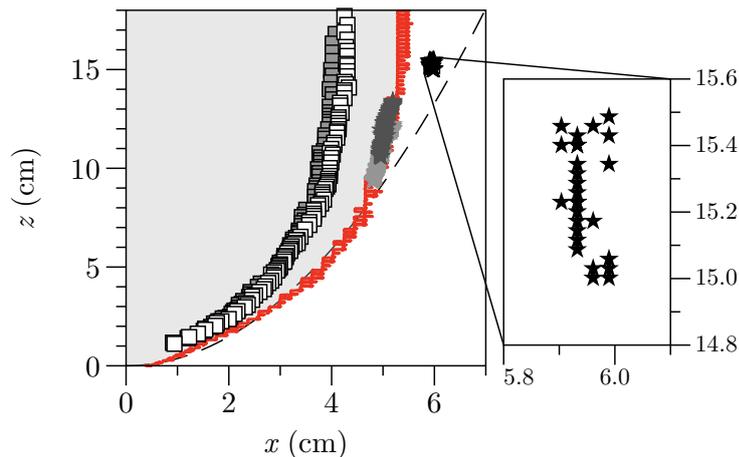


FIGURE IV.5 – Trajectoires des bulles et détermination du bord de la zone fluide [$d = 318 \pm 44 \mu\text{m}$, $Q = 0.66 \text{ mL/s}$]. La ligne pointillée indique l’ajustement parabolique du contour [92] ; la ligne rouge représente le bord de la zone fluide calculé via le mouvement des grains (voir section IV.3.2). Les carrés représentent les trajectoires des bulles dans la zone fluide (couleur grisée, mêmes symboles que pour la Figure IV.4). Les étoiles représentent les positions des bulles proches de la frontière de la zone réellement fluidisée (étoiles grisées) ou entre cette frontière et l’ajustement parabolique obtenu avec la méthode précédente (étoiles noires).

bouger (bien que très lentement) sera discuté en section IV.4.2.

Des travaux précédents ont montré que les bulles peuvent agir comme des traceurs de la convection granulaire dans la zone fluide [92, 95]. Ainsi il semble naturel que leur trajectoire suive une courbe quasi parabolique, qui correspond à la forme du contour de la zone fluide, qui contraint l’écoulement granulaire. Le fait que des bulles piégées à l’intérieur de la zone fluide présentent de tels mouvements verticaux initiaux, est a priori contradictoire avec le mouvement de convection global. Une explication est donnée en Figure IV.5. Le contour de la zone fluide, déterminé précédemment par un ajustement parabolique, est représenté par une ligne pointillée, alors que la zone fluide réelle (voir détermination en section IV.3.2), est représentée en rouge. L’écart avec le contour parabolique n’est pas seulement observable proche de la surface, mais dans toute la moitié haute du milieu granulaire. Quelques positions de bulles sont représentées pour toute la durée de l’expérience, de l’ordre de 20 heures (Figure IV.5). Les étoiles grises et noires représentent le groupe de bulles indiqué par une flèche sur la Figure IV.3. Toutes les bulles suivent une trajectoire proche de la forme du bord de la zone fluide, bien que les bulles positionnées sur ou à l’extérieur de la frontière aient un mouvement très lent, et ne bougent que très peu sur la durée totale de l’expérience (étoiles noires, Figure IV.5, zoom).

Bien qu’elles aient des trajectoires similaires, les bulles présentent donc des différences importantes dans leur dynamique et leur temps de survie. Par la suite, nous nous intéresserons uniquement aux grandeurs globales du système, afin de caractériser les propriétés de l’air piégé dans le lit fluidisé, ainsi que l’aire de contact entre les trois phases.

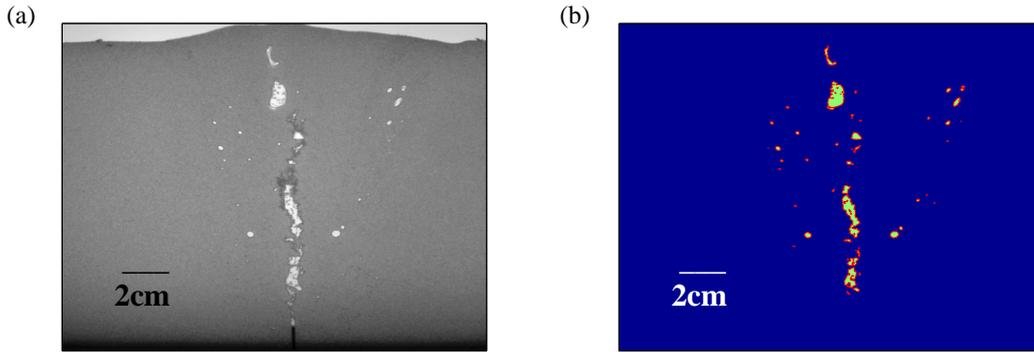


FIGURE IV.6 – (a) Image de l'expérience à un temps t [$d = 318 \pm 44 \mu\text{m}$, $Q = 1.98 \text{ mL/s}$]. (b) Même image binarisée (seuil 20%). On peut alors extraire la surface apparente d'air dans la zone fluide, ainsi que le périmètre des bulles qui permet d'obtenir la surface de contact (voir section IV.3.4).

IV.3 Paramètres globaux en régime stationnaire

IV.3.1 Existence d'un régime stationnaire

Dans cette section, nous nous concentrons sur les paramètres globaux caractérisant la zone fluide, et leur dépendance en fonction des paramètres expérimentaux : l'aire de la zone fluide S_{FZ} (section IV.3.2), le volume d'air $S_a e$, où S_a est l'aire occupée par la zone fluide, et la fraction volumique d'air $\phi_a = S_a/S_{\text{FZ}}$ dans la zone fluide (section IV.3.3), ainsi que la surface de contact entre les trois phases \mathcal{C} (section IV.3.4). Les bulles en dehors de la zone fluide ne seront pas prises en compte, étant donné que leur nombre et leur taille dépend grandement de la dynamique d'invasion initiale, qui n'est pas reproductible. Pour extraire ces paramètres, une simple binarisation de chaque image nous permet d'isoler ce qui correspond à l'air présent dans le lit de grains à chaque instant t (Figure IV.6, section IV.3.3). En mesurant le nombre de pixels blancs sur chaque image binarisée, on remonte à la surface d'air apparente piégée dans la zone fluide, et en calculant le *contour* des régions occupées par l'air (bulles et canal central), on obtient ce qu'on définira comme la surface de contact (section IV.3.4). La méthode de calcul de l'aire de la zone fluide est présentée en section IV.3.2.

La Figure IV.7 montre un exemple d'évolution de ϕ_a en fonction du temps. La ligne rouge en pointillés indique la moyenne calculée durant les dernières 15 heures de l'expérience, $\phi_a = 2 \pm 0.4\%$. Bien que le signal fluctue de manière importante dans le temps, après un régime transitoire (Figure IV.7, insert), le système atteint un régime stationnaire où des paramètres globaux peuvent être déterminés. Par la suite on s'intéresse à la dépendance de ces paramètres en fonction du débit Q et de la taille des grains d .

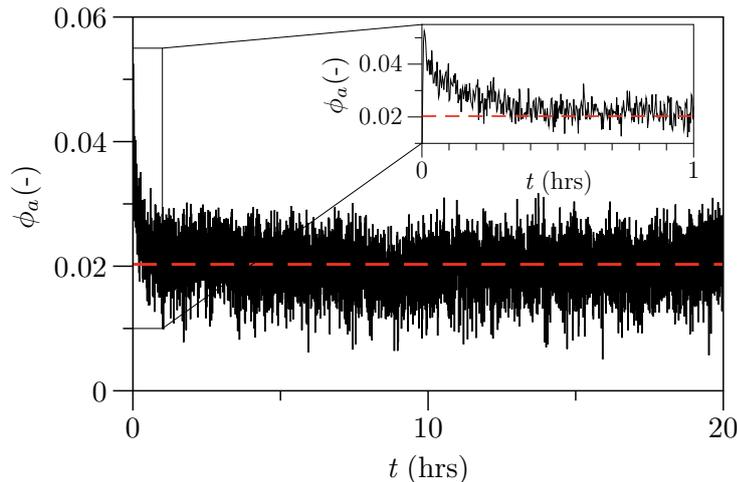


FIGURE IV.7 – Évolution temporelle de la fraction volumique d’air dans la zone fluide Φ_a [$d = 318 \pm 44 \mu\text{m}$, $Q = 1.98 \text{ mL/s}$]. La ligne rouge représente la moyenne du signal calculée sur les 15 dernières heures, $\phi_a \simeq 2\%$. L’écart-type calculé sur cette même période est de l’ordre de 0.4% . *Insert* : Zoom sur le régime transitoire.

IV.3.2 Aire de la zone fluide

Des travaux précédents ont montré que la zone fluide avait une forme parabolique, $z = x^2/D$, et ont déterminé les variations du paramètre d’ajustement D en fonction de la taille caractéristique des grains, ainsi que du débit d’air Q (voir par exemple [96]). Bien que cette forme parabolique ajuste bien les données expérimentales sur une grande région au-dessus du point d’injection, des écarts sont observés proche de la surface libre des grains (voir par exemple Figure 4 de Varas et al., 2015 [96], et section IV.2.2). Comme notre étude porte sur les caractéristiques globales de la zone fluide, nous ne voulons pas faire d’hypothèse sur sa forme. Nous avons donc repris la méthode proposée par Ramos et al. (2015) [92] pour calculer son aire.

La zone fluide est caractérisée par un mouvement lent des grains, et sa dynamique peut être retranscrite en sommant la différence des images consécutives (Figure IV.8a) :

$$\rho_n(x, z) = \sum_{k=1}^{n-1} |I_{k+1} - I_k|. \quad (\text{IV.5})$$

Le paramètre ρ_n a été introduit comme la *densité de mouvement*, et donne une image du mouvement global sur la durée de l’expérience [92, 96]. Pour toutes les données, ρ_n a été calculé sur les 4000 dernières images de l’expérience (~ 11 heures), afin d’éviter le régime transitoire et s’assurer que la zone fluide avait atteint sa forme stationnaire [92]. Nous obtenons ainsi un bon contraste pour la densité de mouvement (Figure IV.8b). Une simple binarisation rend alors possible le calcul de l’aire de la zone fluide (Figure IV.8c). Le seuil utilisé pour la binarisation a été ajusté pour chaque série de données, car la valeur de $\rho_n(x, z)$ dépend fortement du débit Q . En effet, de faibles débits créent beaucoup moins de

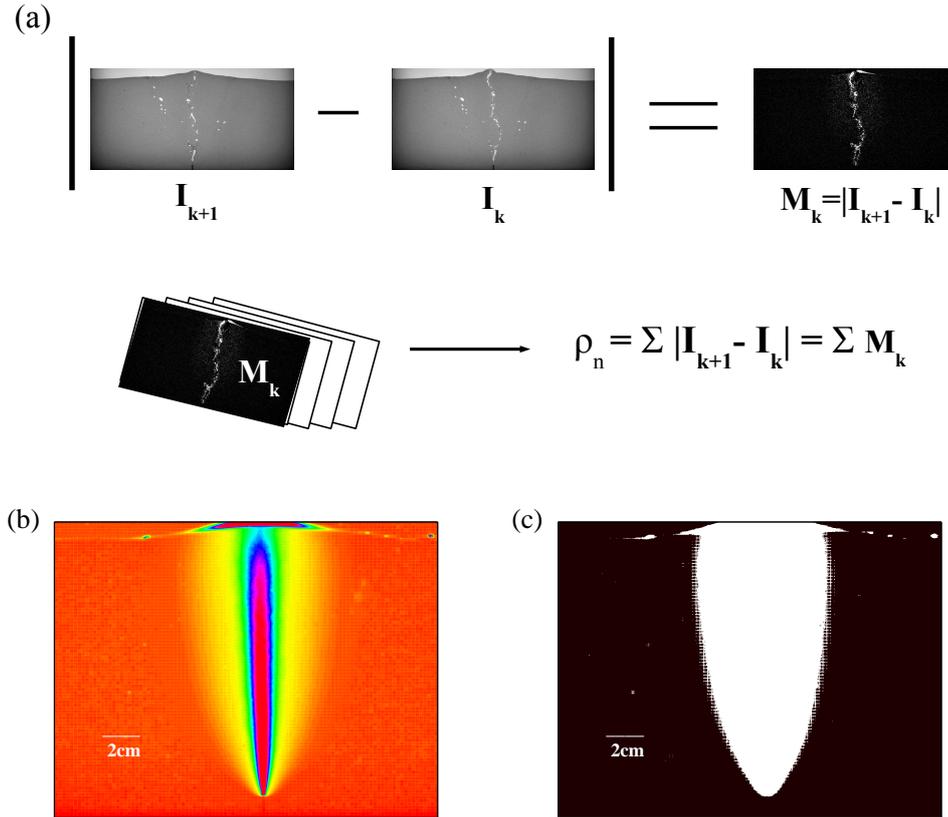


FIGURE IV.8 – (a) Méthode utilisée pour déterminer la zone fluide sans hypothèse sur sa forme (parabolique ou non). La valeur absolue des différences d’images I_k successives sont sommées pour obtenir une image finale de la *densité de mouvement* ρ_n (b). Cette image est alors binarisée, conduisant à la détermination de la zone fluide (c) [$d = 318 \pm 44 \mu\text{m}$, $Q = 0.66 \text{ mL/s}$].

mouvement que des débit importants, ce qui s’observe lorsque l’on fait la différence entre deux images consécutives. Une vérification est effectuée systématiquement a posteriori, en superposant la frontière de la zone fluide et le film de l’expérience. On vérifie alors que le mouvement est bien contenu dans cette zone fluide calculée. Des exemples de détermination du contour de la zone fluide sont présentés par des lignes grises sur les Figures IV.3b,d et par la ligne rouge sur la Figure IV.5.

En plus d’éviter toute hypothèse sur la forme de la zone fluide, cette méthode prend aussi en compte la déformation de la surface libre du lit granulaire. En effet, notamment à cause de la présence de bulles à l’intérieur la zone centrale, cette surface libre est légèrement déformée, et fluctue avec le temps. Les barres d’erreurs correspondant aux variations d’aire de la zone fluide sont déterminées en prenant en compte ces fluctuations.

La Figure IV.9a présente l’aire de la zone fluide S_{FZ} , en fonction du débit d’injection Q , pour les 4 tailles de grains. S_{FZ} augmente avec le débit, mais ne semble pas dépendre de manière importante de la taille des grains d . Qualitativement, on s’attend à ce que plus il y a d’air injecté dans le lit de grains, plus la largeur de la zone où il y aura du mouvement

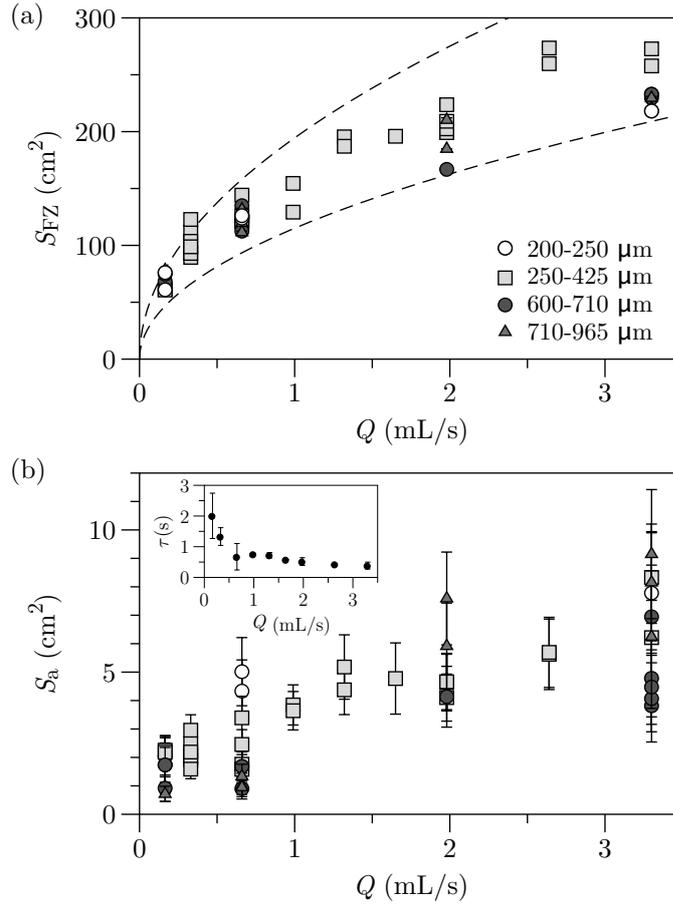


FIGURE IV.9 – (a) Aire de la zone fluide S_{FZ} en fonction du débit Q , pour différentes tailles de grains (les barres d'erreurs sont de la taille des symboles ou plus petites). Les lignes pointillées indiquent la taille de la zone fluide prédite par l'ajustement parabolique, S_{FZ}^* [ligne du bas $\alpha = 0.7 \text{ cm}^{-2}\cdot\text{s}$; ligne du haut $\alpha = 2 \text{ cm}^{-2}\cdot\text{s}$, voir texte]. (b) Surface apparente de l'air à l'intérieur de la zone fluide en fonction du débit Q , pour différentes tailles de grains. *Insert* : temps moyen de résidence $\tau = \langle S_a \rangle e / Q$ de l'air à l'intérieur du lit de grains.

sera grande. Ce résultat est en accord avec ceux obtenus par ajustement parabolique, $z = x^2/D$, où D augmente avec le débit Q [96]. Noter que les fluctuations de la taille de la zone fluide sont faibles, au maximum de quelques pourcents de S_{FZ} (les barres d'erreurs de la Figure IV.9a sont de la taille des symboles, voire plus petites).

En supposant que les variations de D en fonction de Q soient linéaires au premier ordre (voir Figure 5a de [96]), $D = \alpha Q$, une estimation théorique de la surface de la zone fluide est donnée par

$$S_{FZ}^* = 2 \int_0^{h_g} \sqrt{Dz} \, dz = \frac{4}{3} \sqrt{\alpha} h_g^{3/2} \sqrt{Q}, \quad (\text{IV.6})$$

où $h_g = 20 \text{ cm}$ est la hauteur du lit de grains. Les variations de S_{FZ}^* en fonction du débit sont présentées en Figure IV.9a (lignes en pointillés) pour deux valeurs extrémales du paramètre α ($\alpha = 0.7 \text{ cm}^{-2}\cdot\text{s}$, pour la ligne du bas et $\alpha = 2 \text{ cm}^{-2}\cdot\text{s}$, pour la ligne du haut). Ces résultats sont en bon accord avec les données expérimentales, bien qu'un écart

avec le contour parabolique soit clairement observé, en particulier proche de la surface libre (section IV.2.2). Ainsi, l'aire calculée avec la méthode présentée ici corrobore celle calculée avec la forme parabolique, et la détermination empirique du coefficient D dans les travaux précédents [96].

IV.3.3 Fraction volumique d'air dans la zone fluide

La valeur moyenne du volume d'air dans la zone fluide, $S_a e$, est calculée via la surface apparente d'air, multiplié par le gap e . La validité de cette approximation est vérifiée dans la discussion (section IV.4.1). Une analyse d'images simple (binarisation, Figure IV.6b), combinée avec la détermination de la taille de la zone fluide (Figure IV.8) permet de séparer les bulles à l'intérieur et à l'extérieur de la zone fluide, et de calculer leur surface apparente. La Figure IV.9b présente l'évolution de la moyenne de la surface apparente, S_a , en fonction du débit Q . Les barres d'erreur représentent la déviation standard, directement liée à l'amplitude des fluctuations (voir section IV.3.1 et Figure IV.7). De même que pour S_{FZ} , S_a augmente avec le débit Q , et ne dépend pas de la taille des grains d . On remarque que les fluctuations augmentent légèrement avec le débit, et sont du même ordre de grandeur que les fluctuations d'amplitude pour S_{FZ} ($\sim 1 \text{ cm}^2$). En effet, par conservation de la masse, les variations en quantité d'air dans la zone fluide sont source directe des modulations de la surface libre du lit granulaire.

Un moyen classique pour calculer les quantités globales dans des écoulements triphasiques est de considérer le temps de résidence d'une phase (ici l'air) dans le système [17]. Ce temps est défini comme le temps pendant lequel une bulle restera dans le lit immergé, entre le moment où cette bulle est injectée et le moment où elle ressort du système. Le temps moyen de résidence peut être calculé comme $\tau = \langle S_a \rangle e / Q$ (Figure IV.9b, insert), où $\langle S_a \rangle$ indique la moyenne sur les différentes expériences pour un débit Q fixé. τ diminue fortement avec Q jusqu'à $Q \simeq 1 \text{ mL/s}$, valeur au-delà de laquelle il reste constant et de l'ordre de 0.5 s. Cette valeur est difficile à interpréter, étant donné qu'elle prend en compte deux échelles de temps très différentes : (1) l'ascension rapide du canal central au-dessus de l'injecteur ; (2) le mouvement lent de convection granulaire entraînant les bulles dans la zone fluide. La faible valeur de τ , de l'ordre de la seconde, tend à montrer que le canal central d'air est le principal mécanisme entraînant l'air dans le système.

La fraction volumique d'air dans la zone fluide est alors calculée comme $\phi_a = S_a / S_{FZ}$ (Figure IV.10). En dépit de la dispersion des données, ϕ reste globalement constant avec le débit Q . Cela indique qu'augmenter le débit va augmenter le volume d'air piégé dans la zone centrale, mais comme l'aire de celle-ci augmente également, la fraction volumique rest en moyenne constante, $\phi_a = 2.3 \pm 0.9 \%$.

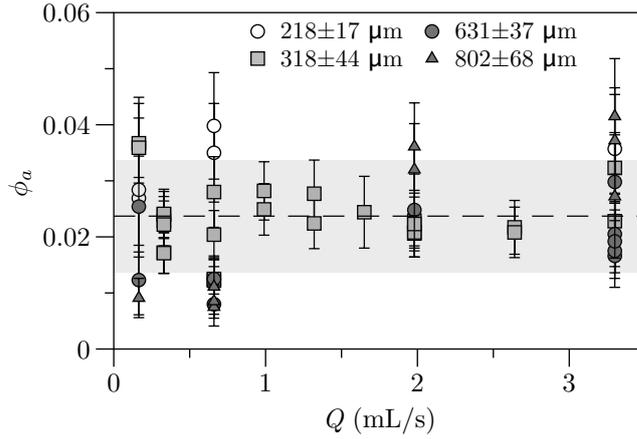


FIGURE IV.10 – Fraction volumique d’air dans la zone fluide $\phi_a = S_a/S_{FZ}$, en fonction du débit Q , pour différentes tailles de grains. Les barres d’erreur représentent les fluctuations dans le régime stationnaire. Les lignes pointillées et la zone grise représentent la valeur moyenne de toutes les données ainsi que leur écart type, $\phi_a = 2.3 \pm 0.9 \%$.

IV.3.4 Surface de contact

Dans certaines applications potentielles de ce type de système triphasique, par exemple dans le cas de réactions catalytiques en génie des procédés, il est intéressant de quantifier la surface de contact entre les trois phases, gaz (air), liquide (eau) et solide (grains). À partir des images, on peut calculer la surface de contact, $\mathcal{P}_a e$, où \mathcal{P}_a est le périmètre moyen de l’ensemble des bulles dans le régime stationnaire (Figure IV.6b). Pour obtenir une quantification de la fonction de transfert du système (ratio de ce qui sort du système et ce qui rentre), cette quantité est normalisée par S_a , qui correspond à une bonne quantification de l’air injecté dans le système, en terme de surface de contact.

La Figure IV.11 représente la surface de contact normalisée, $\mathcal{C} = \mathcal{P}_a e/S_a$, en fonction du débit Q . Bien que les données soient dispersées pour des débits faibles ($Q < 1$ mL/s), \mathcal{C} ne présente pas de grandes variations avec le débit. \mathcal{C} diminue légèrement avec le débit, et atteint un plateau à $\mathcal{C} \simeq 2$ pour $Q > 1$ mL/s. Ce comportement est clairement observé en moyennant \mathcal{C} sur les différentes expériences (différents jeux de données et différentes tailles de grains) à débit Q fixé (Figure IV.11, insert).

Ainsi, dans les barres d’erreurs expérimentales, la surface de contact normalisée ne dépend pas de manière significative du débit d’injection d’air. Ce résultat peut être interprété qualitativement, via l’observation des différents régimes d’invasion de l’air dans le système, en régime stationnaire. Une première interprétation vient de la taille caractéristique des bulles (rayon), r_b , qui peut être défini par l’équation $S_a = N_b \pi r_b^2$, où N_b est le nombre typique de bulles dans la zone fluide. En notant $\mathcal{P}_a = 2N_b \pi r_b$, on obtient $r_b = 2e/\mathcal{C}$. Pour $Q > 1$ mL/s, \mathcal{C} est globalement constant ($\mathcal{C} \simeq 2$), traduisant le fait que la taille moyenne des bulles varie peu ($r_b \simeq 2$ mm), et que seul le nombre de bulles augmente. Dans ce cas, l’air traverse le système sous forme de bulles circulaires ou allongées. La dispersion des données et l’évolution de \mathcal{C} pour $Q < 1$ mL/s indique une décroissance de la taille typique

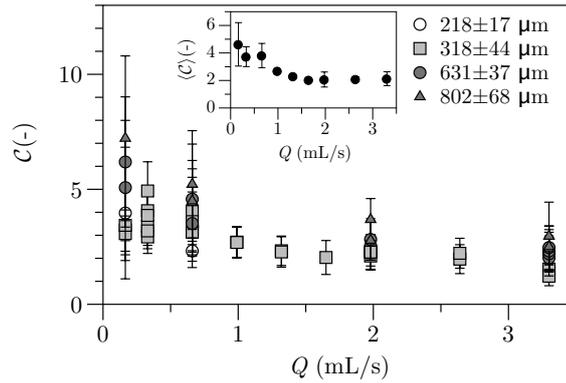


FIGURE IV.11 – Surface de contact normalisée $\mathcal{C} = \mathcal{P}_a e / S_a$ en fonction du débit Q pour différentes tailles de grains. *Insert* : Moyenne normalisée à débit fixé de la surface de contact, $\langle \mathcal{C} \rangle$, en fonction du débit Q .

des bulles lorsque le débit diminue. En effet, à bas débit, l'air a tendance à franchir le lit fluidisé via des événements de type percolation. La forme des bulles devient alors quasi fractale lorsque le débit diminue, ce qui implique une augmentation de \mathcal{P}_a / S_a , et donc de \mathcal{C} .

IV.4 Discussion

IV.4.1 Estimation du volume des bulles

Dans la section IV.3.3, le volume d'air piégé dans la zone fluide a été calculé comme $S_a e$, où S_a est la surface apparente des bulles mesurée par analyse d'images, e étant la taille du gap de la cellule. Cette approximation est valable sous deux conditions. La première est que le rayon r_b doit être supérieur au gap $r_b > e$, ce qui assure le confinement de la bulle. Dans la section IV.3.4, on a déterminé une taille typique de la bulle $r_b \simeq 0.8\text{--}2$ mm ($\mathcal{C} \simeq 2\text{--}5$), ce qui est de l'ordre de grandeur de la taille du gap. Cependant, cette estimation a été faite via le rayon moyen des bulles, et inclut les différentes formes de contours des bulles, y compris des bulles de forme fractales, ou des doigts d'airs très allongés. Il y a ainsi un biais dans cette estimation de rayon, décalé vers des valeurs plus petites, qui n'est pas représentatif de la taille réelle des bulles dans le système (voir les exemples sur les Figures IV.3b et IV.3d, où la plupart des bulles ont un rayon $r_b \simeq 5\text{--}10$ mm, ce qui est beaucoup plus grand que la taille du gap).

Une deuxième condition à vérifier est que la couche de lubrification, c'est-à-dire le film mince de liquide compris entre la bulle et les plaques de verre, ait un volume négligeable comparé au volume de la bulle. Une estimation de l'épaisseur de ce film h en géométrie de Hele-Shaw, est donnée par Roudet [43] (voir Annexe B) :

$$\frac{h}{e} \sim \frac{Ca^{2/3}}{1 + Ca^{2/3}}, \quad (\text{IV.7})$$

où $Ca = \eta U / \gamma$ est le nombre capillaire, η la viscosité du fluide, U la vitesse typique de la bulle et $\gamma = 72$ mN/m la tension de surface entre l'eau et l'air. La vitesse de la bulle varie de $U \sim 1$ cm/hr dans la zone fluide [Figure IV.4b], jusqu'à $U \sim 1$ cm/s dans le canal central d'air. L'estimation de la viscosité effective est compliquée étant donnée qu'elle dépend notamment de la compacité des grains, qui elle même varie beaucoup dans notre système. Pour avoir une estimation grossière, nous utilisons la formule empirique de Zarraga *et al.* [36] qui prédit une viscosité pour les suspensions denses, jusqu'à une fraction volumique en grains de $\phi \simeq 60$ % :

$$\eta = \eta_w \frac{e^{-2.34\phi}}{(1 - \phi/\phi_{max})^3} \quad (\text{IV.8})$$

où $\eta_w = 10^{-3}$ Pa.s est la viscosité de l'eau et $\phi_{max} = 62\%$ correspond à l'empilement aléatoire de sphères versées dans un récipient, "poured random packing". En considérant $\phi \simeq 56\%$ dans la zone fluide (empilement aléatoire lâche ou "random loose packing"), nous obtenons une viscosité efficace de $\eta \simeq 0.3$ Pa.s. Le nombre capillaire est alors compris entre $Ca \simeq 10^{-5}$ et 4×10^{-2} , donnant une épaisseur du film de lubrification $h \ll e$ (équation IV.7).

L'approximation du volume d'air dans la zone fluide $S_a e$ est donc justifiée, et l'erreur introduite par les plus petites bulles ou des bulles avec de grandes vitesses est inférieure à quelques pourcents.

IV.4.2 Bulles en dehors de la zone fluide

Il est généralement admis que les systèmes granulaires peuvent présenter un comportement solide, liquide, ou gazeux [127, 128]. Dans cette étude, ainsi que dans des travaux précédents d'injection de gaz ou de liquide dans un milieu granulaire sec ou immergé [83, 86, 93, 129, 130], une séparation peut être faite entre la zone du lit granulaire qui est fluidisée, au niveau de l'injection, et la partie qui l'entoure qui présente un comportement solide. Nous avons mentionné, en particulier, que les bulles formées en dehors de la zone fluide sont piégées de manière permanente dans le système (section IV.2). Cependant, les Figures IV.3c,d et IV.4a présentent les trajectoires d'une bulle qui est initialement légèrement en dehors des limites de la zone fluide. Cette bulle met un temps très long pour se déplacer, mais va finalement être capturée par le canal d'air central après un temps $t \sim 20$ hrs [Figure IV.3c]. La bulle située en dehors de la zone fluide ne vient pas d'une erreur dans la détermination du contour de cette zone, étant donné que deux méthodes (ajustement parabolique et détermination du mouvement), bien que donnant deux frontières légèrement différentes, situent la bulle dans la partie au comportement solide.

Un autre exemple est donné par le groupe de bulles fléché en noir dans la Figure IV.3b. Ces bulles sont initialement formées à la frontière de la zone fluide, voire en dehors. Bien que leur position horizontale ne change pas au cours du temps, et qu'elles paraissent donc piégées (Figure IV.3a, en haut), le diagramme spatiotemporel en z montre un déplacement

très lent de ces bulles vers le bas (Figure IV.3a, en bas), qui s’observe notamment en comparant les images prises à $t \sim 2.5$ heures et $t \sim 11$ heures [Figure IV.3b, flèches noires].

La zone au comportement solide présente donc un mouvement très lent, qui peut être observé uniquement en regardant l’expérience sur des temps très longs. Ce mouvement peut être interprété comme un fluage, analogue à celui décrit dans le cadre d’avalanches ou de transport sédimentaire, où en-dessous de la couche d’écoulement, une décroissance exponentielle en vitesse est observée [131–134]. Une étude plus complète de ce phénomène nécessiterait d’effectuer l’expérience sur un temps beaucoup plus long.

IV.4.3 Généralisation au système 3D

Des travaux précédents ont comparé la formation d’une zone fluide par injection d’air dans un milieu granulaire immergé dans des systèmes quasi-2D et 3D [93]. Ces travaux ont montré tout d’abord des similarités de la forme parabolique de la zone fluide, et ensuite que cette forme était légèrement plus petite en 3D, à cause d’effets géométriques. Bien que ce résultat soit attendu, prédire la dynamique de systèmes 3D à partir de systèmes quasi-2D est loin d’être aisé. En particulier, rajouter un degré de liberté pourrait mener à une stabilisation moins importante du canal central, et ainsi augmenter la génération de bulles dans la zone fluide. Une étude 3D complète serait nécessaire pour étendre nos résultats à ces systèmes.

IV.5 Conclusion

Cette étude a porté sur l’étude locale et globale de la dynamique d’air injecté à débit constant, au bas d’un milieu granulaire immergé confiné dans une cellule de Hele-Shaw. Après un régime transitoire, une zone fluidisée est formée. Celle-ci est caractérisée par un canal d’air central et un mouvement global de grains sous la forme de deux rouleaux de convection. Nous avons étudié la dynamique des bulles piégées dans le lit granulaire. En régime stationnaire, l’air est principalement localisé dans le canal central de largeur typique 1 cm. D’autres bulles sont créées initialement, durant le régime transitoire, ou générées par des incursions latérales du canal central. Contrairement à l’intuition, ces bulles ne remontent pas, mais sont entraînées vers le bas par le mouvement des grains, jusqu’à ce qu’elles soient capturées par le canal central. Elles suivent une trajectoire qui est d’abord quasi verticale, puis qui devient parabolique. Une détermination plus précise de la région fluide a montré que ces trajectoires suivent la forme de la frontière de la zone fluide.

De manière intéressante, la partie au comportement solide en dehors de la zone fluide présente un mouvement très lent, sur des temps caractéristiques beaucoup plus grands (des dizaine d’heures). Ce mouvement de fluage semble suivre le même type de trajectoire (contour de la zone fluide), jusqu’à ce que la bulle soit capturée également par le canal.

Des études sur ce fluage nécessiteraient de faire des expériences sur des temps beaucoup plus longs.

Une analyse des paramètres globaux en régime stationnaire a montré une augmentation de la taille de la zone fluide, ainsi que de la quantité d'air piégé dans le système, quand le débit augmente. La fraction volumique d'air piégée dans la zone fluide reste quand à elle constante, aux environs de 2.3%. Cet ordre de grandeur correspond à la contribution du canal central, où la majorité de l'air est localisée. D'autres bulles sont créées lors d'évènements rares, et sont assez petites pour rester piégées dans le système sur des temps longs.

Enfin, nous avons montré que la surface de contact normalisée entre les trois phases (solide/liquide/gaz) ne dépend pas du débit. Ce résultat a de fortes implications par exemple en génie des procédés, où une surface de contact importante est fondamentale pour augmenter l'efficacité d'une réaction catalytique. Ce travail montre que contrairement à l'intuition, augmenter le débit d'injection n'augmente pas l'efficacité de la réaction, et qu'un optimum doit être trouvé en faisant varier d'autres paramètres, par exemple en injectant à la fois de l'air et du liquide, ou en injectant du gaz par plusieurs points d'injection.

Chapitre V

Influence d'un obstacle

Sommaire

V.1	Dispositif expérimental	92
V.2	Analyse d'images	93
V.2.1	Zone fluide	94
V.2.2	Canal d'air central	95
V.3	Premières observations	95
V.3.1	Mouvement dans le système	95
V.3.2	Position du canal central : diagramme de phase	96
V.4	Influence sur la zone fluide	98
V.4.1	Zone impactée & zone fluidisée	98
V.4.2	Taille de la traînée	99
V.5	Influence sur le canal central	100
V.5.1	Déviation du canal central d'air	100
V.5.2	Hauteur de transition	102
V.5.3	Analyse gaussienne	103
V.5.4	Surface libre des grains	106
V.6	Bulles et surface de contact	107
V.6.1	Volume des bulles et périmètre	107
V.6.2	Concentration maximale d'air	108
V.7	Vélocimétrie par corrélation d'images (PIV)	109
V.7.1	Principe	109
V.7.2	Résultats préliminaires	110
V.8	Discussion et conclusion	112

• R. Poryles, G. Varas. et V. Vidal Stability of gas channels in a dense suspension in presence of obstacles, *en révision à Phys. Rev. E* (2017).

• R. Poryles, V. Vidal et G. Varas. Influence of obstacles on bubbles rising in water-saturated sand, *accepté à Powders and Grains 2017 : Proceedings of the 8th International Conference on Micromechanics of Granular Media*.

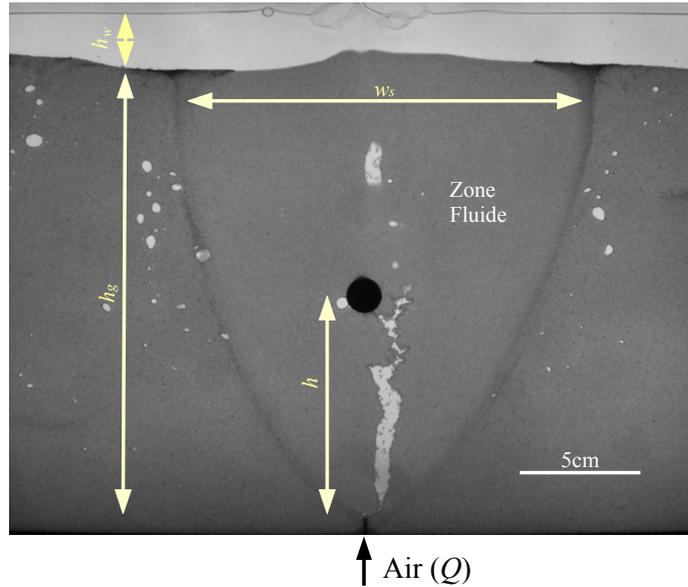


FIGURE V.1 – Photo de l'expérience où l'on distingue la zone fluide (zone centrale plus claire, contour gris foncé). h désigne la hauteur de l'obstacle, h_g la hauteur de grains, h_w la hauteur d'eau et w_s la largeur de la zone fluide à la hauteur $z = 18$ cm.

Dans ce chapitre, nous étudions le même type de système qu'au chapitre précédent, à savoir un lit de grains immergés dans lequel nous injectons de l'air à débit constant. La différence avec le chapitre précédent est que l'on introduit dans le lit granulaire un obstacle fixe, pour modéliser dans une première approche un milieu hétérogène, ce qui est dans le cas dans la nature, où les sols sont en pratique constitués de roches et de sédiments de différentes tailles. Une des motivations est notamment de savoir si des observations sur la surface du lit de grains peuvent permettre d'obtenir des informations sur l'obstacle en profondeur. Cet obstacle est de forme circulaire ou carrée, et nous nous intéressons à l'influence qu'il peut avoir sur la géométrie de la zone fluide, ainsi que sur la position du canal central d'air. Nous avons de plus effectué une étude de vélocimétrie par suivi de particules (PIV), qui nous permet de quantifier les mouvements dans la zone fluide. L'étude expérimentale a été effectuée en collaboration avec Germán Varas lors d'un séjour de deux mois à l'Instituto de Física, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chili.

V.1 Dispositif expérimental

Nous utilisons la même cellule de Hele-Shaw verticale qu'au chapitre précédent (voir section IV.1). La cellule est remplie d'un lit de grains immergé dans l'eau, et nous fixons de plus un obstacle dans la cellule, à une hauteur h que l'on fera varier (voir Table V.1 et Figure V.1). Les obstacles que nous utilisons sont des aimants (HKCM Engineering e.K.) dont l'épaisseur est égale à la taille du gap de la cellule e , de telle manière à ce qu'il n'y ait pas de grains, d'eau ou d'air qui puissent être piégés ou passer entre l'obstacle et les plaques

TABLE V.1 – Forme, symbole, taille D et hauteur h des différents obstacles utilisés.

Forme	Symbole	D (cm)	h (cm)
cercle	○	1	2.5, 5, 7.5, 10, 15
cercle	○	1.5	2.5, 5, 7.5, 10, 12.5, 15
cercle	○	4	3.5, 5, 7.5, 10
carré	□	1, 4	5, 10
losange	◇	1.4, 5.7	5, 10

de verre. Ces obstacles sont fixés grâce à un autre aimant, situé en dehors des plaques de verre. Cet aimant assure que l'obstacle à l'intérieur ne bouge pas durant l'expérience (bien que l'aimant à l'intérieur soit déjà quasi fixé étant donné qu'il fait la taille du gap). Pour étudier les effets de la forme de l'obstacle, trois différents types d'aimants sont utilisés (Table V.1) : des obstacles circulaires de diamètre $D = [1, 1.5, 4]$ cm ; des obstacles carrés de côté $D = [1, 4]$ cm ; et des obstacles en "losange" qui sont les obstacles carrés tournés de 45° . Dans ce dernier cas, la taille D des obstacles est prise comme étant la largeur apparente de l'obstacle (diagonale du carré) et donc inclut un facteur $\sqrt{2}$ par rapport à l'obstacle carré (Table V.1). La position verticale du centre de l'obstacle varie de $h = 2.5$ à 15 cm par rapport au bas de la cellule, et l'obstacle est placé à la verticale du point d'injection d'air (Figure V.2a). Un cas particulier que nous avons regardé est celui de placer non pas un mais trois obstacles circulaires ($D=1.5$ cm) dans la cellule. Nous avons étudié deux cas, celui où les obstacles étaient alignés verticalement et celui où ils formaient un triangle équilatéral orienté vers le bas (voir section V.4)

Le protocole pour la condition initiale est le même qu'au chapitre précédent, et de même les hauteurs de grains et d'eau sont de $h_g = 20$ cm et $h_w = 2$ cm, respectivement. Nous utilisons une seule taille de grains de diamètre $d = 318 \pm 44 \mu\text{m}$, qui correspond aux mêmes grains que dans le chapitre précédent (billes de verre, voir section IV.1).

Au temps $t = 0$, l'air est injecté à débit constant en base de la cellule, par un point d'injection unique centré, avec un débit fixé $Q = 1.98$ mL/s pour toutes les expériences. Ce débit a été choisi suffisamment important de façon à ce que la stabilisation du canal soit rapide, de l'ordre de 1 minute [92]. La même caméra qu'au chapitre précédent est utilisée (PixelINK, model PL-B741U, 1280×800 px²) mais cette fois-ci avec une période d'acquisition d'une image toute les deux secondes, de manière à avoir plus de détails sur la dynamique plus rapide du système. Toutes les expériences ont une durée totale de 20 heures, afin de voir la dynamique du système à temps long.

V.2 Analyse d'images

Dans cette section, nous détaillons la méthode d'analyse d'images pour séparer deux mécanismes en jeu dans le système. Premièrement, avec ou sans obstacle, nous observons à temps long la formation d'une zone fluide avec un contour quasi parabolique, corres-

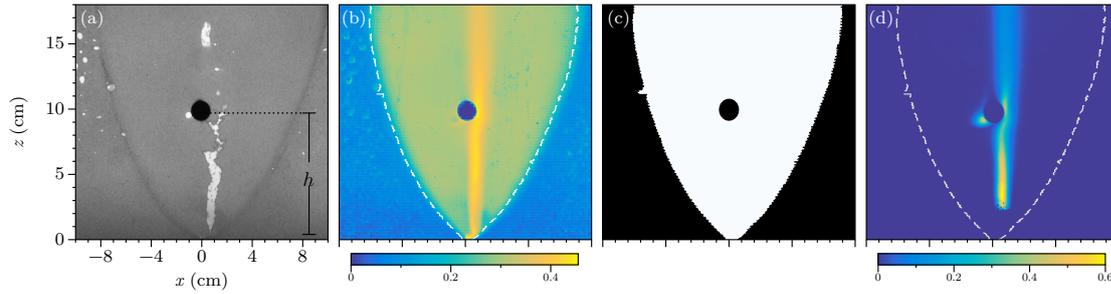


FIGURE V.2 – Analyse d'images [obstacle circulaire, $D = 1.5$ cm, $h = 10$ cm]. (a) Exemple d'une image. On peut distinguer l'obstacle (cercle noir à la hauteur h), l'air remontant à travers le lit granulaire, les bulles piégées dans la partie supérieure et la zone centrale fluidisée, marquée par un contour légèrement plus sombre. (b) Mouvement cumulé M calculé par l'équation V.1 [seuil de binarisation 1%]. La gamme de couleur indique la probabilité de mouvement dans le système au cours de l'intégralité de l'expérience. La ligne en blanc pointillée correspond au contour de la zone fluide après la binarisation du mouvement cumulé M [seuil de binarisation 20%]. (c) Image binarisée représentant la zone fluide (en blanc) et la zone sans mouvement (en noir). Le contour de la zone fluide est extrait de cette image. (d) Image cumulée C calculée via l'équation V.2. La barre de couleur représente la probabilité de présence d'une bulle dans le système.

pendant au mouvement lent des grains (Figure V.2a et section V.2.1). Dans un deuxième temps, nous étudions le chemin préférentiel suivi par l'air à travers la suspension dense (Figure V.2d), qui est caractérisé en section V.2.2.

V.2.1 Zone fluide

La zone fluide correspond au mouvement cumulé des grains à travers le temps. Pour isoler cette région, nous avons utilisé une méthode légèrement différente de celle du chapitre précédent. On définit le mouvement cumulé M comme

$$M = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-1} \mathcal{B}_{1\%}(|I_{k+1} - I_k|) \quad (\text{V.1})$$

où N est le nombre total d'images, $|I_{k+1} - I_k|$ la valeur absolue de la différence entre deux images consécutives, et $\mathcal{B}_{1\%}$ une fonction de binarisation donnant 1 lorsque $|I_{k+1} - I_k| > 1\% \max(|I_{k+1} - I_k|)$, et 0 sinon. M correspond alors à la fraction du temps sur toute l'expérience pour laquelle du mouvement a été observé dans le système, ce mouvement étant supérieur à 1% du maximum de la différence d'images $|I_{k+1} - I_k|$.

Dans le chapitre précédent, la méthode utilisée ne permet pas de quantifier de manière précise ce qui se passe dans la zone fluide (elle détermine cependant bien son contour). Ici, nous voulions avoir une idée précise de ce qui se passe par rapport au nombre de fois où il y a eu un mouvement. De nouveaux effets peuvent notamment apparaître, liés à la présence de l'obstacle qui va empêcher le mouvement des grains en certains endroits comme nous le verrons par la suite.

La figure V.2b montre le mouvement cumulé M pour l'exemple d'un obstacle circulaire ($D = 1.5$ cm, $h = 10$ cm). Trois différentes zones sont observées sur l'image : (1) le canal central d'air en jaune avec $\sim 45\%$ de mouvement, où il est le plus fort ; (2) le mouvement latéral dans la zone fluide en vert avec $\sim 30\%$ de mouvement, dont le contour délimite de manière claire le bord de la zone fluide ; (3) les grains en dehors de cette zone, qui restent globalement sans mouvement ($\sim 0 - 5\%$) tout au long de l'expérience. On voit que cette zone n'a pas un mouvement strictement nul. En effet, M prend en compte le régime transitoire durant lequel l'air peut passer dans une zone plus étendue que la zone fluide, et il peut y avoir notamment des bulles piégées en dehors de cette zone fluide qui viennent de ce régime transitoire, comme on peut le voir en Figure V.2a.

Nous quantifions la zone fluide comme la zone dans laquelle il y a eu plus de 20% de mouvement durant le cours de l'expérience, et nous notons sa surface apparente S_{FZ} . Le choix de ces 20 % a été fait pour exclure les petits mouvements en dehors de la zone centrale, et pour que la zone fluide soit correctement définie (ligne pointillée, Figure V.2b).

V.2.2 Canal d'air central

En plus de l'analyse précédente, qui nous donne de l'information sur le mouvement dans le système, il est intéressant de quantifier la présence de bulles dans le lit granulaire. Pour faire cela, nous estimons l'image cumulée, C . Premièrement, chaque image I_k est binarisée, pour avoir 1 lorsqu'il y a présence d'une bulle et 0 sinon. Ces images binarisées sont alors sommées et normalisées par le nombre total d'images, donnant :

$$C = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-1} \mathcal{B}_{40\%}(I_k) \quad (\text{V.2})$$

où $\mathcal{B}_{40\%}$ est la fonction de binarisation avec un seuil de 40%. Cette valeur est estimée pour avoir la meilleure distinction entre les bulles et les grains. L'image cumulée C représente alors la probabilité de présence de bulles dans le système sur la totalité de l'expérience. Un exemple d'image cumulée est présentée en Figure V.2d, où il est possible d'observer le canal central, la déviation par l'obstacle, le maximum de probabilité autour de $z \simeq 3$ cm et la présence de bulles piégées parfois à gauche de l'obstacle (voir Figure V.2a).

V.3 Premières observations

V.3.1 Mouvement dans le système

La Figure V.3 présente le mouvement cumulé M pour différentes formes d'obstacle, de taille D et de hauteur h . Des différences qualitatives sur la dynamique du système peuvent être facilement observées. Premièrement, le contour de la zone fluide ne varie pas énormément avec la taille ou la hauteur de l'obstacle. Bien que l'on observe une déformation pour les gros obstacles (voir Figure V.3b, images numéro 2, 4, et 6), la forme

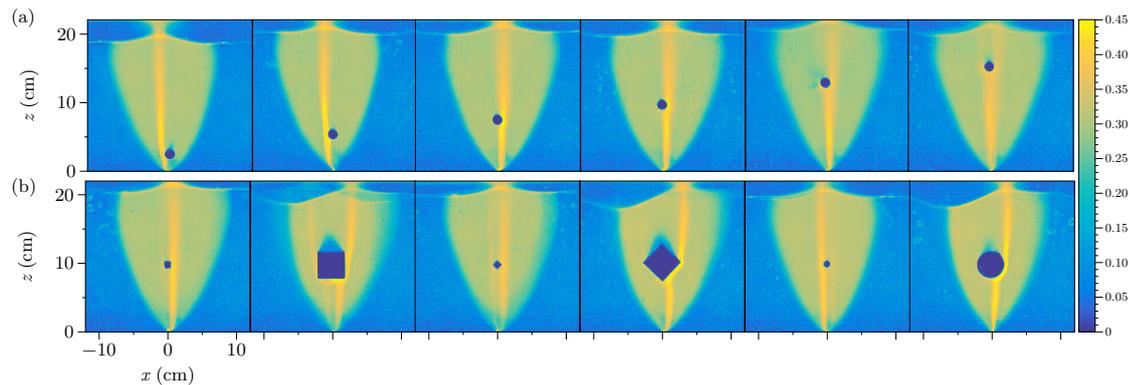


FIGURE V.3 – Mouvement cumulé M pour différents obstacles de taille D et hauteur h (symboles, D [cm]). (a) Obstacles circulaires [(\circ ,1.5), de gauche à droite $h = 2.5, 5, 7.5, 10, 12.5, 15$ cm]. (b) Différentes formes et tailles d'obstacle pour une hauteur fixée h [$h=10$ cm, de gauche à droite (\square ,1); (\square ,4); (\diamond ,1.4); (\diamond ,5.7); (\circ ,1); (\circ ,4)]. Les figures montrent la déviation du canal d'air par l'obstacle ainsi que la formation d'une traînée derrière les gros obstacles. Dans certains cas deux canaux sont observés [(b), deuxième et troisième images, cf. section V.3].

de la zone fluide est toujours environ parabolique et sa taille n'augmente pas beaucoup avec la taille de l'obstacle. Dans le cas de gros obstacles, la surface libre des grains est déviée sur un côté, correspondant au côté choisi préférentiellement par le canal central d'air (Figure V.3b, images numéro 2, 4, et 6).

On observe également, au-dessus des gros obstacles, une traînée clairement visible (par exemple la zone bleue en Figure V.3b, obstacle carré $D = 4$ cm). Cette traînée existe également pour les petits obstacles (Figure V.3a, première image), mais est bien moins marquée. Les grains situés en dehors de la zone fluide correspondent à une région où le mouvement n'est pas strictement nul, mais très largement réduit par rapport au mouvement dans la zone fluide. Une quantification plus précise de la traînée est présentée en section V.4.2.

Finalement, en fonction des paramètres pour les différents obstacles, nous observons différents chemins préférentiels pour le canal central d'air. Étant donné que l'obstacle est placé à la verticale du point d'injection, nous nous attendons à ce que qualitativement les bulles montantes ou le doigt d'air formé à partir du point d'injection choisissent de manière aléatoire de passer d'un côté ou de l'autre de l'obstacle. Cependant, à cause de la formation d'un chemin préférentiel qui provient d'une zone moins compacte créée par les bulles précédentes, différents régimes sont observés, que nous présentons dans la section suivante.

V.3.2 Position du canal central : diagramme de phase

Le canal central d'air ne suit pas forcément un chemin vertical, depuis l'injecteur jusqu'à l'obstacle (voir Figure V.2a). En effet, des fluctuations sont observées près du point

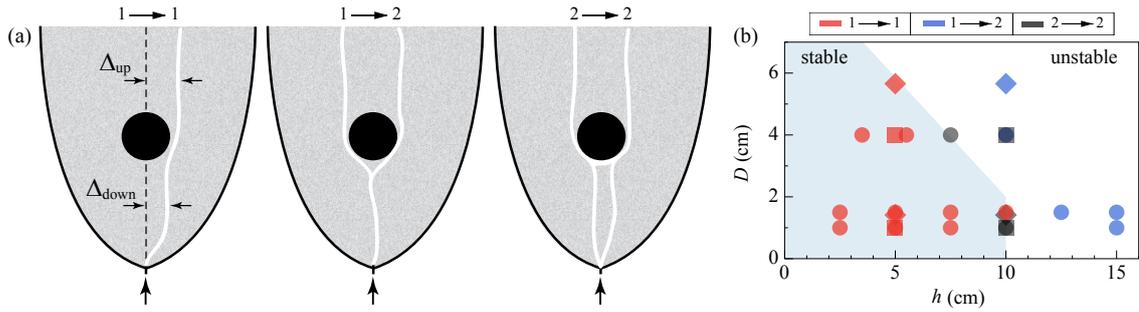


FIGURE V.4 – (a) Schéma des différents chemins possibles pour l’air. Les labels indiquent le nombre de chemins avant \rightarrow après l’obstacle, et les symboles représentent la forme de l’obstacle. Pour quantifier la déviation du canal d’air induite par l’obstacle, nous définissons la distance entre la verticale de l’injection d’air et le canal en-dessous (Δ_{down}) et au-dessus (Δ_{up}) de l’obstacle. (b) Diagramme de phase (D, h) pour le nombre de canaux d’air au-dessus et en-dessous de l’obstacle. La région en bleu clair indique les paramètres pour lesquels un seul canal est observé au-dessus et en-dessous de l’obstacle (canal stable).

d’injection qui peuvent dévier le canal temporairement ou de manière permanente lorsque l’air pénètre dans la suspension granulaire (et ce même sans la présence d’obstacle). Ces fluctuations, couplées avec le fait que l’air doit contourner l’obstacle, mènent à trois différents régimes caractéristiques des chemins suivis par l’air sur la durée totale de l’expérience (Figures V.3 et V.4a). Les trois différents régimes sont : (1) l’air remonte verticalement ou est légèrement dévié sur un côté, et contourne l’obstacle par un seul côté (cas $1 \rightarrow 1$, Figure V.4a, gauche) ; (2) l’air remonte verticalement, mais change, de manière intermittente dans le temps, de côté par lequel il contourne l’obstacle, donnant en moyenne un seul chemin suivi en-dessous de l’obstacle, et deux au-dessus pour l’image cumulée C (cas $1 \rightarrow 2$, Figure V.4a, centre) ; (3) le canal d’air change de position au cours du temps au-dessus et également en-dessous de l’obstacle. En moyenne deux canaux sont alors observés, à la fois au-dessus et en-dessous de l’obstacle (cas $2 \rightarrow 2$, Figure V.4a, droite).

Le diagramme de phase (D, h) pour les trois différentes dynamiques au cours de l’intégralité de l’expérience est présenté en Figure V.4b. On peut séparer dans ce diagramme deux régions. Une zone stable (bleu clair) où le canal ne se déplace quasiment pas et un seul chemin préférentiel est observé au-dessus et en-dessous de l’obstacle ($1 \rightarrow 1$) ; et une zone instable où le canal change de chemin préférentiel, au-dessus et en-dessous de l’obstacle ($1 \rightarrow 2$ et $2 \rightarrow 2$). La transition entre ces deux régions est estimée pour une hauteur de l’obstacle $h \simeq 7.5$ cm (obstacle de diamètre $D = 4$ cm). Pour des petits obstacles ($D < 2$ cm) la transition arrive à $h \simeq 10$ cm : au-dessus de cette hauteur, le canal n’est plus stabilisé mais va changer de côté au cours du temps. En effet, pour $h \lesssim 10$ cm, l’obstacle bloque une partie de la convection granulaire présente dans la zone fluide, et inhibe le changement de côté du canal. Au-dessus de la hauteur critique, l’obstacle a moins d’effet sur le mouvement global des grains dans la région centrale, et le canal peut alors plus facilement fluctuer en position, jusqu’à changer de côté. Pour de gros obstacles, cette limite est rabaisée vers de plus petites hauteurs critiques. Une explication plausible est

que le canal doit dévier de manière plus importante pour contourner l'obstacle. Ainsi, bien que l'obstacle tende à stabiliser le canal en bloquant en partie la convection des grains, le canal lui-même est plus instable et va pouvoir changer de côté plus facilement.

Un autre mécanisme pouvant expliquer l'origine de la transition entre un canal stable et un canal instable est la hauteur maximale du doigt d'air qui se développe à partir du point d'injection, avant qu'il subisse une transition de type doigt-fracture à $h \simeq 7$ cm (voir par exemple Figure V.2a). Cette transition peut induire une alternance du canal d'air au-dessus de l'obstacle. Dans ce cas, pour des obstacles situés en-dessous de cette hauteur de transition, l'obstacle n'aura pas d'influence sur un changement de côté du canal. L'obstacle aura alors un rôle stabilisateur, dans le fait qu'il bloquera le canal d'un côté. Si l'obstacle est situé au-dessus de cette hauteur, le système sera alors affecté par la transition doigt-fracture et le canal changera éventuellement de côté par rapport à l'obstacle.

V.4 Influence sur la zone fluide

V.4.1 Zone impactée & zone fluidisée

Dans cette section, nous quantifions l'influence de l'obstacle sur la zone centrale. Deux régions peuvent être définies pour caractériser cette zone centrale, en prenant en compte l'obstacle ou non. D'une part, la zone fluide est définie comme la région où les grains ont bougé de manière significative durant l'expérience, que ce soit à cause du canal d'air ou de la convection granulaire. Sa surface est notée S_{FZ} , et elle exclue à la fois l'obstacle et la traînée éventuelle qui peut être créée derrière les gros obstacles (section V.3.1). D'autre part, il est également intéressant de calculer l'aire totale affectée par la présence de l'obstacle, qui inclue à la fois l'obstacle et la traînée. Cette aire correspond à la région délimitée par le contour de la zone fluide (ligne pointillée, Figure V.2b), et est notée S_c . Pour éviter les effets de surface, ces aires sont calculées en supprimant ce qui se passe au-dessus de $z = 18$ cm.

Les figures V.5a,b montrent l'aire totale impactée par l'injection d'air, S_c , et la zone fluidisée, S_{FZ} , normalisées par l'aire de la zone fluide sans obstacle, S_0 . La zone fluide sans obstacle, S_0 , est logiquement la même que la zone fluide impactée. Bien que $S_c/S_0 > 1$ pour la plupart des gros obstacles ($D \geq 4$ cm) et diminue lorsque l'on augmente la hauteur h de l'obstacle, il est difficile d'observer un comportement générique pour cette taille de zone impactée. Pour les petits obstacles ($D \leq 1.4$ cm), en particulier les obstacles circulaires et carrés dans le régime $1 \rightarrow 1$ (symboles rouges, Figure V.5a), l'aire totale impactée est réduite jusqu'à 12%, signifiant que l'obstacle tend à localiser l'air dans son voisinage et réduit ainsi la zone mobile.

Un changement plus important peut être observé en regardant la surface de la zone fluide (Figure V.5b). Pour les petits obstacles, peu de changements sont observés étant donné que la surface de l'obstacle est faible et qu'il n'y a quasiment pas de traînée derrière

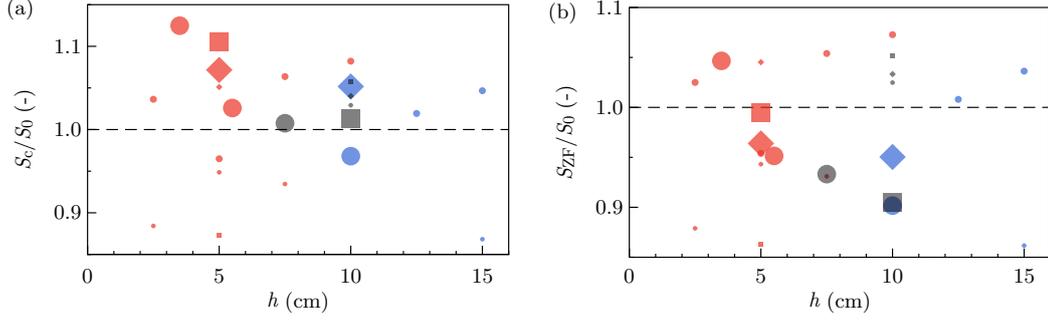


FIGURE V.5 – (a) Aire totale impactée par l’air, S_c , incluant la zone fluide, l’obstacle et la traînée, normalisée par l’aire affectée sans obstacle S_0 , en fonction de la hauteur de l’obstacle h . (b) Aire de la zone fluide S_{FZ} , représentant la zone où il y a eu du mouvement, normalisée par l’aire sans obstacle S_0 , en fonction de la hauteur de l’obstacle h [Les symboles représentent la forme et la taille de l’obstacle, et la couleur correspond aux différents régimes pour le chemin du canal central (section V.3.2). La ligne pointillée correspond au cas sans obstacle].

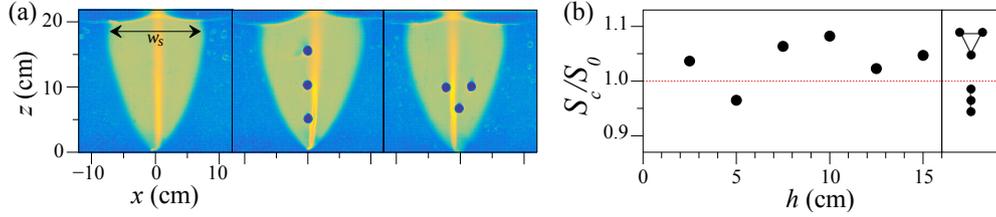


FIGURE V.6 – (a) Mouvement cumulé pour l’expérience sans obstacle (gauche) et pour les deux configurations particulières des trois obstacles (milieu et droite). (b) Aire totale impactée par l’air, S_c , incluant la zone fluide, l’obstacle et la traînée, normalisée par l’aire affectée sans obstacle S_0 , en fonction de la taille de l’obstacle h pour les obstacles circulaires de diamètre $D = 1.5$ cm, où l’on a ajouté le cas des configurations à trois obstacles.

l’obstacle. Pour les gros obstacles, en revanche, on observe que $S_{FZ}/S_0 < 1$, ce qui est dû d’une part à la taille de l’obstacle, et d’autre part à la présence d’une traînée importante. La Figure V.5b nous permet de conclure que la meilleure condition pour augmenter la taille de la zone fluide est de prendre un obstacle circulaire de diamètre $D = 1.5$ cm, de l’ordre de grandeur de la largeur du canal central. Les plus petits obstacles disposés en losange ($D = 1.4$ cm) semblent montrer la même tendance, pour les deux exemples montrés ici ($h = 5$ et 10 cm).

Le cas particulier des trois obstacles est présenté en Figure V.6. On n’observe pas de modification majeure de la taille de la zone fluide lorsque ces trois obstacles sont présents.

V.4.2 Taille de la traînée

L’aire de la traînée derrière l’obstacle W , est calculée via l’analyse d’images présentée en section V.2.1. La Figure V.7 montre l’aire de la traînée W normalisée par le gap e et la largeur de l’obstacle D en fonction de la hauteur de l’obstacle pour différentes tailles et formes d’obstacles. La formation d’une traînée est observée uniquement pour les gros

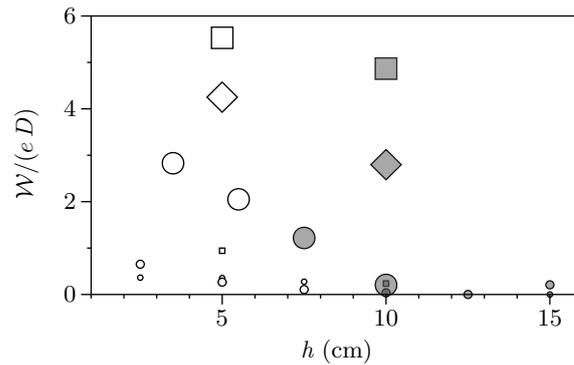


FIGURE V.7 – Aire de la traînée \mathcal{W} , normalisée par le gap e et la largeur de l'obstacle D en fonction de la hauteur de l'obstacle h . [(symbole, régime) : (blanc, canal stable); (gris, canal instable)]

obstacles ($D = 4$ cm). Pour les obstacles circulaires, la taille de cette traînée décroît linéairement avec la hauteur de l'obstacle. Les expériences avec les carrés et les losanges montrent une forte augmentation de la traînée, jusqu'au double de la traînée par rapport à l'obstacle circulaire. Bien que la valeur de l'aire de la traînée dépende du choix du seuil de binarisation (section V.2.1), cette tendance reste valable et peut être interprétée de la façon suivante. (1) Les obstacles larges affectent plus le canal central lorsqu'ils sont proches du point d'injection, et par conséquent, la taille de la traînée est plus importante pour des petites hauteurs h . (2) Un obstacle carré, et de manière plus générale lorsqu'il y a présence d'angles (notamment pour le losange), tend à bloquer les lignes d'écoulement des grains dans la zone fluide. On a une équivalence avec ce qui se passerait en dynamique des fluides, la traînée étant alors plus grande qu'avec un obstacle circulaire.

V.5 Influence sur le canal central

V.5.1 Déviation du canal central d'air

Dans cette section, nous quantifions la déviation du canal d'air induite par l'obstacle, à la fois en-dessous (Δ_{down}) et au-dessus (Δ_{up}) de l'obstacle (Figure V.4a, gauche, et Figure V.9a). La position du canal d'air est calculée via le mouvement cumulé M (Figure V.3). Dans le cas où il y a deux canaux au-dessus et/ou en-dessous de l'obstacle, le canal choisi est celui avec la probabilité de mouvement la plus importante. La Figure V.8a montre la distance entre la verticale du point d'injection et le canal central au-dessus de l'obstacle, Δ_{up} . Logiquement, plus l'obstacle a un grand diamètre D , plus la déviation au-dessus de l'obstacle est importante. On n'observe cependant pas de dépendance par rapport à la hauteur de l'obstacle ou sa forme. Comme il a été décrit dans la section précédente (V.3.2), le canal en-dessous de l'obstacle peut également être dévié. La Figure V.8b montre cette déviation. Pour des petits obstacles ($D \leq 2$ cm), la déviation en-dessous de l'obstacle est faible, typiquement de 0.5 cm, et semble ne pas dépendre de la taille et

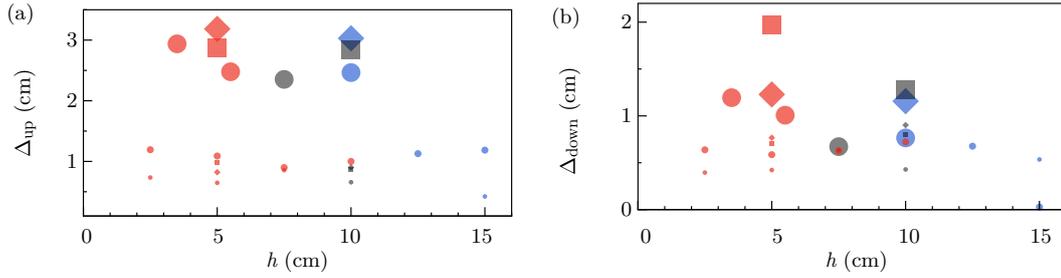


FIGURE V.8 – Distance entre le maximum du canal central (tiré de l’image cumulée Figure V.3) et la verticale du point d’injection, (a) au-dessus de l’obstacle, Δ_{up} , et (b) en-dessous, Δ_{down} , en fonction de la hauteur de l’obstacle h [mêmes symboles et couleurs que la Figure V.5]

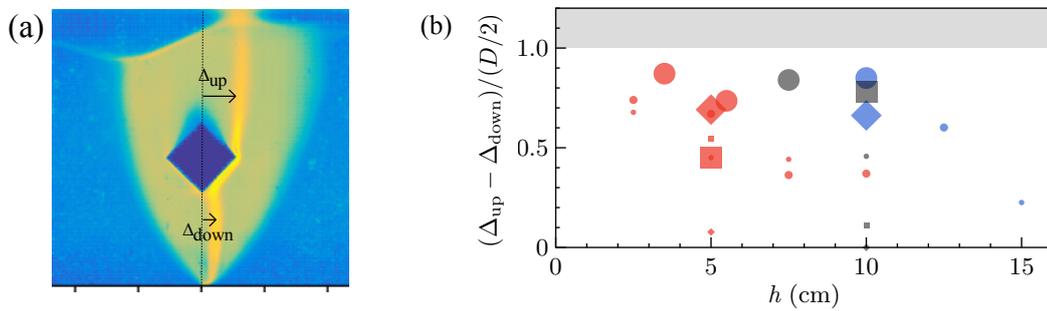


FIGURE V.9 – (a) Définition du décalage du canal au-dessus Δ_{up} , et en-dessous Δ_{down} de l’obstacle, par rapport à la verticale du point d’injection (voir aussi Figure V.4a). (b) Déviation du canal d’air par la présence de l’obstacle ($\Delta_{up} - \Delta_{down}$), normalisée par le rayon de l’obstacle $D/2$. La zone grise indique une déviation plus grande que le rayon de l’obstacle [mêmes symboles et couleurs que la Figure V.5].

de la forme de l’obstacle. Peu de différences sont observés dans le cas des gros obstacles ($D \geq 4$ cm) dans le cas de Δ_{up} . Pour les gros obstacles circulaires, Δ_{down} diminue avec la hauteur et pour $h \geq 7.5$ cm, la déviation a la même valeur que pour les petits obstacles. Les plus grosses déviations sont observées pour les gros obstacles carrés ($D = 4$ cm), et diminuent également lorsque h augmente. Un point spécifique pour l’obstacle $D = 1.5$ cm, $h = 15$ cm, $\Delta_{down} \simeq 0$ est observé. En effet, dans ce cas, le canal sous l’obstacle subit beaucoup de mouvement, et en moyenne aucune déviation n’est observée, alors que dans le film, une déviation intermittente est clairement visible. Ce point sera ignoré par la suite.

La Figure V.9 montre la déviation du canal d’air ($\Delta_{up} - \Delta_{down}$) au passage de l’obstacle, normalisée par le rayon de l’obstacle, $D/2$. Pour toutes les expériences ($\Delta_{up} - \Delta_{down})/(D/2) < 1$ (en-dessous de la zone grise). Ce résultat indique qu’il y a toujours une rétroaction sur la position du canal entre ce qui se passe au-dessus et ce qui se passe en-dessous de l’obstacle. En effet, le canal contourne l’obstacle d’un côté, sa position en-dessous de l’obstacle est également translatée dans la même direction, comme on peut l’observer dans la Figure V.3b pour le gros losange (image 4) par exemple.

V.5.2 Hauteur de transition

Lorsque l'on regarde l'emplacement du canal central (voir Figure V.2a,d) on observe qu'un doigt d'air commençant au niveau du point d'injection se développe, jusqu'à une certaine hauteur au-delà de laquelle l'air fracture la couche de grains. Ce phénomène a déjà été observé dans des systèmes similaires [96, 135]. On observe, en présence d'obstacle, un changement dans la dynamique du canal central d'air pour une hauteur d'obstacle $h_c \sim 7$ cm, qui correspond à la hauteur où le système transite entre digitation et fracture. Par exemple, pour $h \gtrsim h_c$, un comportement différent est observé entre les petits obstacles (plus petits ou de la taille de la largeur du doigt d'air, $w \simeq 1$ cm) qui ne perturbent pas la localisation de l'air, et pour les gros obstacles ($D \geq 4$ cm, supérieur à la largeur du doigt d'air), qui piègent les bulles.

Pour quantifier cette transition entre digitation et fracture et son rôle dans la stabilisation du canal en présence d'obstacle, nous utilisons un argument similaire à celui présenté par Holtzman et al. [136]. On introduit un *nombre de fracturation* modifié, N_f^* , qui est un nombre sans dimension comparant la force de pression Δf_p qui tend à fracturer le système, à la force de friction résistante, Δf_f . La force de pression est similaire à celle du système horizontal de [136] et s'écrit comme la somme des forces de pression capillaire γ/d , où $\gamma = 0.07$ N/m est la tension de surface eau-air, et la pression due aux dissipations visqueuses $\eta v/d$, où η est la viscosité et v la vitesse du doigt d'air, donnant au final $\Delta f_p = \gamma d(1 + Ca)$ où $Ca = \eta v/\gamma$ est le nombre capillaire. La force résistante est principalement liée à la friction et dans notre cas, cette résistance est imposée par le poids des grains et de l'eau estimé au bas de l'obstacle, à une hauteur $(h - D/2)$. On obtient alors pour cette force résistante $\Delta f_f = \mu \Delta \rho g [h_g - (h - D/2)] d^2$ où $\mu \simeq 0.3$ est le coefficient de frottement [136, 137] et $\Delta \rho = \bar{\rho} - \rho_{\text{air}} \simeq \bar{\rho}$ la différence de densité entre le mélange eau-grains et l'air. On peut alors estimer le nombre de fracturation modifié :

$$N_f^* = \frac{\gamma(1 + Ca)}{\mu \bar{\rho} g d (h_g - h + D/2)} . \quad (\text{V.3})$$

Pour estimer le nombre capillaire, on calcule la vitesse du doigt $v = Q/(ew)$ où $Q = 1.98$ mL/s est le débit d'injection, $e = 2$ mm la taille du gap et $w \simeq 1$ cm la largeur du doigt d'air estimée, ce qui mène à $v \simeq 10$ cm/s, correspondant à ce que l'on observe dans l'expérience. La viscosité effective est estimée par le modèle semi-empirique de Zarraga et al. [36] (voir section I.2.3 et section 4sec :bub). On prend dans notre cas une fraction volumique de grains $\phi \simeq 56\%$ dans la zone fluide, ce qui mène à $\eta \simeq 0.3$ Pa s. La masse volumique du mélange eau-grains dans la zone fluide est calculée via $\bar{\rho} = \phi \rho_g + (1 - \phi) \rho_w$ avec $\rho_g = 2300$ kg/m³ la masse volumique des grains et $\rho_w = 1000$ kg/m³ la masse volumique de l'eau, menant à $\bar{\rho} \simeq 1730$ kg/m³.

La Figure V.10 montre le diagramme de phase modifié, par rapport à la Figure V.4b. On représente ici le diamètre de l'obstacle D normalisé par la largeur du doigt d'air w , D/w , en fonction du nombre de fracturation modifié N_f^* (Eq. V.3). Cette normalisation

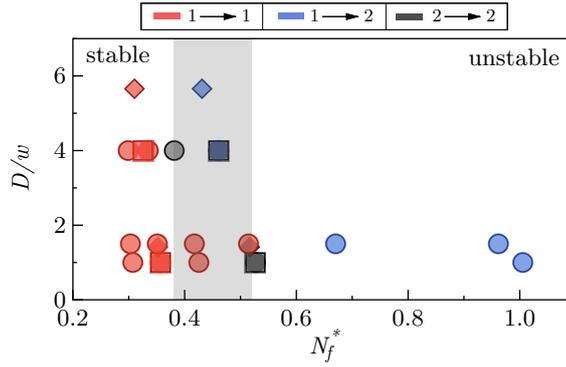


FIGURE V.10 – Diagramme de phase normalisé $(D/w, N_f^*)$ où D est la largeur de l’obstacle, w la largeur typique du doigt d’air et N_f^* correspond au nombre de fracturation, correspondant à la transition entre la remontée d’un doigt d’air et la fracturation de la couche de grains au-dessus (voir texte). Les couleurs indiquent le nombre de canaux d’air avant \rightarrow après l’obstacle, et les symboles représentent la forme de l’obstacle. La zone grisée montre la zone de transition, $N_f^* \simeq 0.45 \pm 0.07$.

permet de séparer la région stable et la région instable du canal central d’air. Pour $N_f^* > 0.5$, la transition doigt-fracture apparaît avant d’atteindre l’obstacle, et le canal choisit de manière aléatoire s’il passe d’un côté ou de l’autre de l’obstacle, avec un changement de côté intermittent au cours du temps. Pour $N_f^* < 0.4$, le doigt d’air est stabilisé lorsqu’il atteint l’obstacle, et reste stable au cours du temps.

La largeur de la zone de transition ($N_f^* = 0.45 \pm 0.07$, zone grise, Figure V.10) peut avoir différentes origines. Premièrement la viscosité du mélange eau-grains peut varier localement, et change alors la valeur du nombre capillaire (Eq. V.3). De plus, le coefficient de frottement μ a été estimé et non pas mesuré, et ainsi peut être différent de $\mu = 0.3$. Cela n’aurait cependant pour effet que de décaler la transition et ne changerait pas la largeur de la zone. Finalement, la polydispersité des grains a une conséquence directe sur la largeur de la zone de transition. En effet, si on considère le nombre de fracturation à la transition, $N_f^* = 0.45$, comme représentant le diamètre moyen des grains, en prenant en compte la polydispersité $d = 318 \pm 44 \mu\text{m}$, on obtient une largeur de la zone de transition $N_f^* = 0.39 - 0.52$, ce qui est en accord avec la limite tracée en Figure V.10. On peut donc en conclure que la transition entre la digitation et la fracture du canal central d’air et son interaction avec l’obstacle est le mécanisme contrôlant la stabilité du canal au cours du temps.

V.5.3 Analyse gaussienne

Pour quantifier plus en détail les caractéristiques moyennes du canal d’air central et l’influence des obstacles, on considère le profil d’intensité du mouvement cumulé M à une hauteur fixée $z = z_0$ dans la zone fluide. On ajuste ce profil d’intensité par un plateau

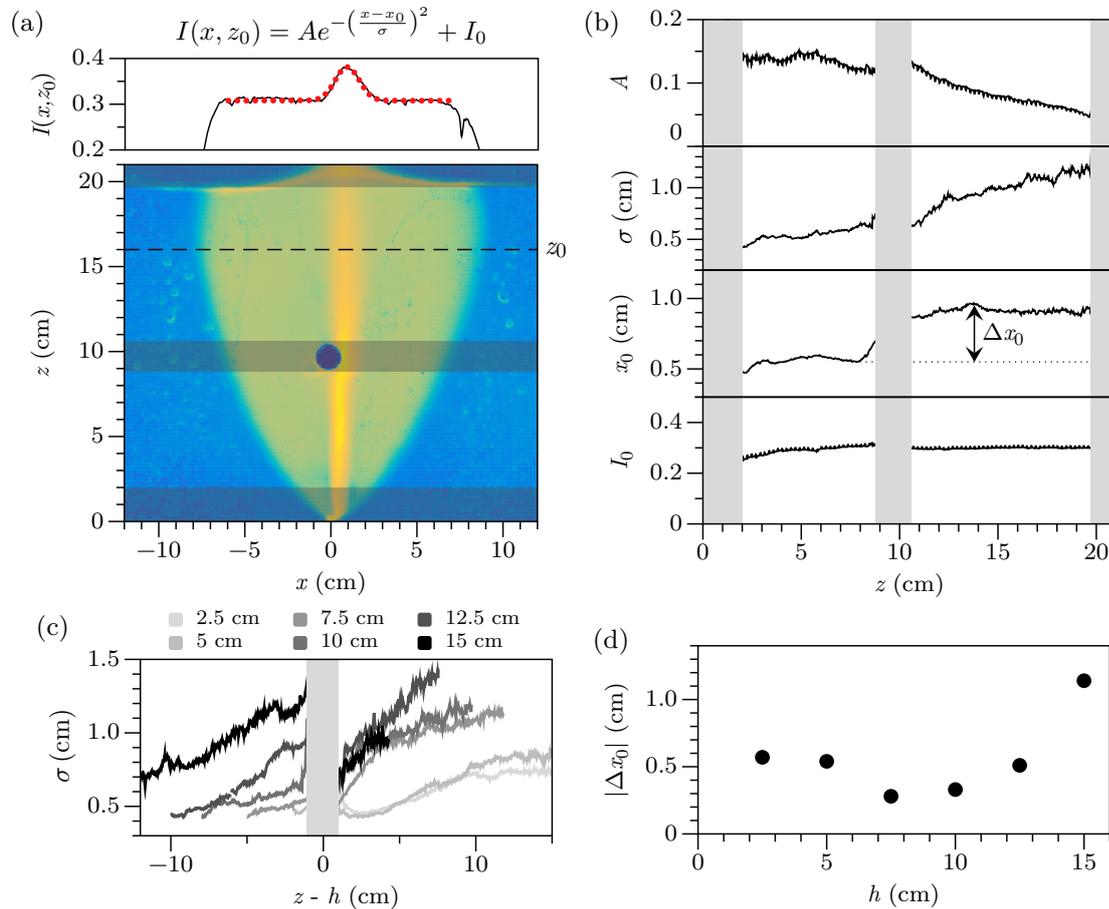


FIGURE V.11 – (a) Mouvement cumulé M pour $h = 10$ cm (bas). Le graphe supérieur représente le profil d'intensité à $z = z_0$ et l'ajustement en rouge correspond à une fonction gaussienne (pour le canal central) superposé à un plateau (zone de convection granulaire). (b) Amplitude A , largeur σ , décalage horizontal x_0 et intensité du plateau I_0 en fonction de z pour les différents ajustements en (a). (c) Largeur σ en fonction de $(z - h)$ pour différentes hauteurs de l'obstacle h . (d) Décalage horizontal $|\Delta x_0|$ du canal d'air induit par la présence de l'obstacle, en fonction de la hauteur de l'obstacle h . Les zones grises en (a,b,c) correspondent aux régions proches du point d'injection, de l'obstacle et de la surface des grains, qui ont été enlevées pour l'analyse.

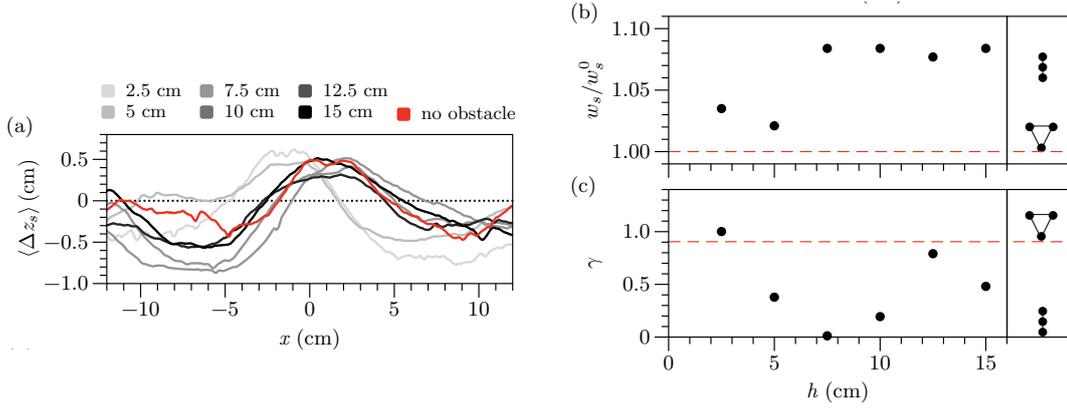


FIGURE V.12 – (a) Déplacement vertical moyen de la surface libre des grains, $\langle \Delta z_s \rangle$, en fonction de la coordonnée horizontale, x . (b) Largeur de la zone fluide mesurée à $z = 18$ cm, w_s , normalisée par cette même largeur sans obstacle, w_s^0 , en fonction de la hauteur de l'obstacle h . (c) Skewness γ de la déformation de la surface présentée en (a) en fonction de la hauteur de l'obstacle h . Les lignes rouges en (b,c) indiquent l'expérience de référence, sans obstacle.

ajouté à une fonction gaussienne (Figure V.11a, haut, points rouges) :

$$I(x, z_0) = A e^{-\left(\frac{x-x_0}{\sigma}\right)^2} + I_0 \quad (\text{V.4})$$

L'amplitude A et la largeur σ peuvent être interprétées respectivement comme l'amplitude moyenne de mouvement et la largeur du canal d'air. A diminue alors que σ augmente lorsque l'on remonte le long du canal (Figure V.11b). Ce résultat peut être interprété comme une conservation du flux dans le canal central. L'intensité du plateau I_0 correspond à la convection granulaire en-dehors du canal d'air et reste globalement constante sur toute la hauteur (Figure V.11b), indiquant que la présence de l'obstacle n'a pas d'influence sur ces régions latérales. On observe sur la courbe du décalage du canal x_0 par rapport au centre qu'il y a un saut $|\Delta x_0|$ entre la position du canal en-dessous et au-dessus de l'obstacle. Dans les zones grises (Figures V.11a,b,c) l'ajustement gaussien ne fonctionne pas, soit parce que l'on est trop proche du point d'injection et que dans ce cas la largeur du canal est très faible, soit parce que l'obstacle ou la surface libre des grains impactent fortement l'intensité de mouvement M , et que l'ajustement gaussien n'a pas de sens.

Les figures V.11c,d résument les différents résultats expérimentaux. Plus l'obstacle est haut, plus le canal central est large, à la fois en-dessous ($z-h < 0$) et au-dessus ($z-h > 0$) de l'obstacle (Figure V.11c). Le saut latéral $|\Delta x_0|$ décroît légèrement (Figure V.11d), et montre une augmentation importante pour $h > 7.5$ cm. Noter que $|\Delta x_0|$ reste toujours inférieur au rayon de l'obstacle, $D = 1.5$ cm, bien qu'il s'en approche pour $h = 15$ cm.

V.5.4 Surface libre des grains

L'étude de la surface libre des grains est intéressante car en pratique, dans la nature, la seule information accessible est souvent ce qui se passe en surface et non pas ce qui se trouve en profondeur. Ainsi l'objectif est de réussir à déterminer ce qui se passe à l'intérieur du lit de grains, en regardant le profil de la surface libre. Dans ce cas nous nous sommes concentrés sur un seul type d'obstacle ($D = 1.5$ cm). Pour cela, on extrait le profil de la surface libre pour chaque image, que l'on moyenne sur l'ensemble de l'expérience. Pour extraire le profil, on utilise une méthode de détection standard avec seuil, en partant du haut de l'image pour chaque pixel, et en détectant un changement important sur la valeur des pixels de l'image, ce qui permet de remonter à la forme de la surface libre. La Figure V.12a représente la moyenne au cours du temps du profil de la surface libre, auquel on a soustrait le profil au temps initial $t = 0$, ce qui donne le déplacement moyen par rapport à cette surface libre initiale. On a alors le déplacement moyen, $\langle \Delta z_s \rangle$, en fonction de la coordonnée horizontale x , pour différentes hauteurs d'obstacle. La ligne en rouge est le cas sans obstacle, et $x = 0$ cm correspond à l'abscisse du point d'injection. On observe que même sans obstacle, il y a un léger décalage par rapport au point d'injection (environ 1 cm).

La première grandeur quantitative que l'on peut extraire est l'extension de la surface libre affectée par le passage de l'air, w_s (Figure V.1). Étant donné que la hauteur de grains n'est pas toujours la même et surtout que les fluctuations peuvent être importantes, nous quantifions l'extension de la surface libre, via l'extension de la zone fluide juste en-dessous de la surface libre à une hauteur $z = 18$ cm (Figure V.1).

La Figure V.12b présente w_s , normalisée par l'extension de la zone fluide sans obstacle w_s^0 . On observe que peu importe la profondeur de l'obstacle, l'extension de la zone fluide est toujours plus large, de l'ordre de quelques % de plus que celle sans obstacle w_s^0 . On observe un saut pour $h \geq 5$ cm, suivi d'un plateau, mais nous n'avons pas d'interprétation pour ce comportement.

Pour mesurer de manière quantitative la déformation de la surface, nous calculons la skewness γ , qui est le moment d'ordre 3 du profil de la surface présenté en Figure V.12a. Cette skewness γ est définie comme

$$\gamma = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left(\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right)^3} \quad (\text{V.5})$$

où $\{x_i\}$ correspond à la $n^{\text{ème}}$ valeur de $\langle \Delta z_s \rangle$ et \bar{x} sa moyenne.

Les résultats sont présentés en Figure V.12c. Un minimum apparaît pour $h = 7.5$ cm, à la même valeur que l'apparition du plateau pour w_s . Cette hauteur correspond également à la hauteur de transition dans le diagramme de phase en Figure V.4. Cela indique que l'asymétrie créée par l'obstacle va être minimale au niveau de cette transition. Noter que l'on retrouve, une fois de plus, une valeur de h de l'ordre de la hauteur de transition

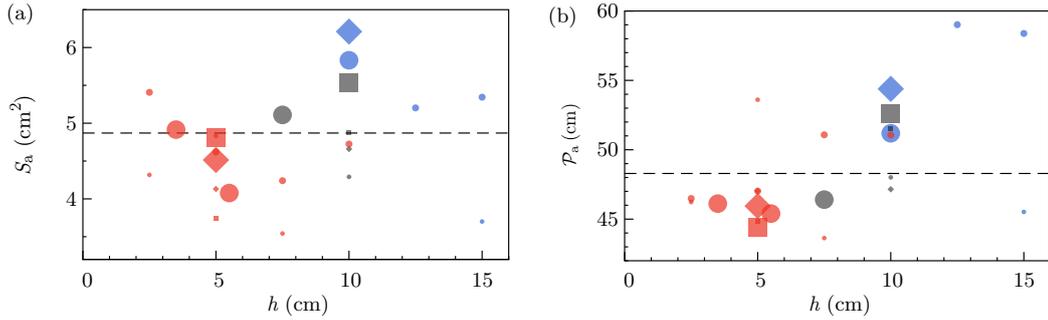


FIGURE V.13 – (a) Surface d’air apparente S_a et (b) périmètre \mathcal{P}_a des bulles d’air à l’intérieur de la zone fluide pour la durée totale de l’expérience. Les lignes pointillées correspondent au cas sans obstacle.

doigt/fracture dans le cas sans obstacle.

V.6 Bulles et surface de contact

Dans cette section nous quantifions les valeurs qui peuvent avoir de potentielles applications dans le cas de catalyse industrielle ou de décontamination des sols, comme au chapitre précédent. On veut ainsi voir si la présence de l’obstacle va augmenter la quantité d’air piégée dans la zone fluide. On veut de plus regarder où l’air sera piégé dans cette zone fluide.

V.6.1 Volume des bulles et périmètre

Dans le chapitre précédent et dans [125], nous avons quantifié la surface moyenne d’air S_a et le périmètre de contact \mathcal{P}_a des bulles piégées dans la zone fluide, dans le cas sans obstacle. La Figure V.13 résume ces résultats dans le cas de la présence d’obstacle. On observe dans un premier temps qu’il n’y a pas de comportement général pour les petits obstacles, qui peuvent avoir une surface d’air et/ou un périmètre qui peut être plus grand ou plus petit que le cas sans obstacle (lignes pointillées), selon leur hauteur et leur forme. Une variation plus claire est visible pour les gros obstacles ($D \geq 4$ cm), pour lesquels à la fois S_a et \mathcal{P}_a augmentent en fonction de h . Pour $h < 7.5$ cm, c’est-à-dire pour le régime $1 \rightarrow 1$, où le canal est stabilisé par la présence de l’obstacle, à la fois la surface et le périmètre des bulles sont plus petits que dans le cas sans obstacle (Figure V.13, gros symboles rouges). Pour $h > 7.5$ cm, dans le cas où deux canaux sont observés, la surface et le périmètre des bulles augmentent et deviennent plus importants que le cas sans obstacle (Figure V.13, gros symboles bleus et noirs).

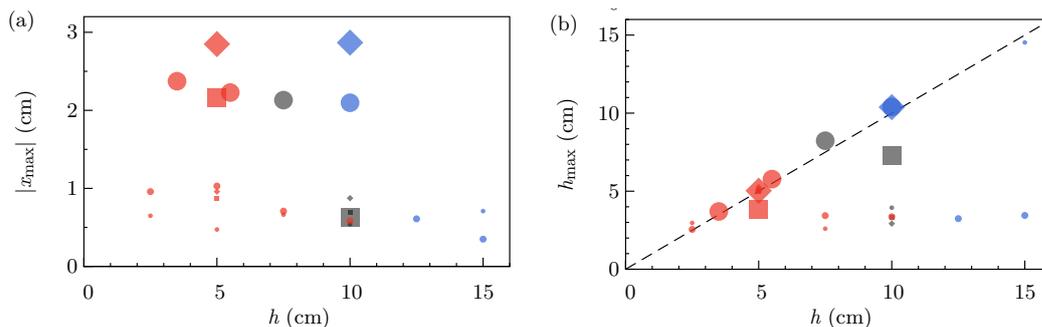


FIGURE V.14 – Position du maximum de probabilité (x_{\max}, h_{\max}) pour la présence de bulles, calculé par l'image cumulée C (section V.2.2), en fonction de la hauteur de l'obstacle h . (a) Valeur absolue de la position horizontale $|x_{\max}|$. (b) Position verticale h_{\max} .

V.6.2 Concentration maximale d'air

Nous estimons ici la position du maximum de concentration d'air dans la zone fluide (x_{\max}, h_{\max}) . Pour cela, nous calculons le maximum de l'image cumulée C (section V.2.2), qui donne la plus grande probabilité de présence d'air dans le système (Figure V.2d). À l'exception du gros obstacle carré ($D = 4$ cm, $h = 10$ cm, carré noir Figure V.14a), pour lequel on observe une bulle piégée juste en-dessous de l'obstacle, il y a clairement une séparation entre la position horizontale $|x_{\max}|$ du maximum de présence entre le cas des petits ($D \leq 1.5$ cm) et des gros obstacles ($D > 4$ cm). Le fait que $|x_{\max}| \geq D/2$ indique que peu importe la taille et la hauteur de l'obstacle, le maximum de probabilité de trouver une bulle dans le système est en-dehors de la région centrale délimitée par l'obstacle, même dans le cas de petits obstacles ($D \leq 1.5$ cm), où le maximum de probabilité est en-dessous de l'obstacle. Dans ce cas, on observe que $|x_{\max}|$ diminue avec h , montrant que l'obstacle a de moins en moins d'influence sur le canal lorsque sa hauteur augmente.

La Figure V.14b montre la hauteur du maximum de probabilité de présence de bulles, h_{\max} , en fonction de la hauteur h de l'obstacle. Ici encore, une distinction peut être faite entre les petits ($D \leq 1.5$ cm) et les gros ($D \geq 4$ cm) obstacles. Pour les petits obstacles ($D \leq 1.5$ cm), h_{\max} semble constant et d'une hauteur de l'ordre de 3 cm. Cela correspond au doigt d'air fixe qui se forme, dans la plupart des expériences, à partir du point d'injection et qui reste ouvert sur des temps longs (Figure V.2a). Dans ce cas l'obstacle dévie le doigt ($|x_{\max}| \neq 0$) mais la présence des bulles dans la zone fluide n'est pas affectée (à part la déviation). Pour les grands obstacles ($D \geq 4$ cm), une relation linéaire apparaît, $h_{\max} \simeq h$, sauf pour les obstacles carrés. Cette tendance linéaire peut être expliquée par le fait que les gros obstacles piègent des bulles dans leur voisinage, stabilisant ainsi le canal qui passera toujours au même endroit. Pour les carrés, les bulles sont piégées préférentiellement en-dessous de l'obstacle, ce qui fait que ces points sont décalés vers le bas, et en-dessous de $h_{\max} \simeq h$. Pour le cas particulier du point ($D = 1$ cm, $h = 15$ cm) qui s'aligne sur $h_{\max} \simeq h$, on a une bulle piégée constamment à la hauteur de l'obstacle, de la même manière que pour les gros obstacles.

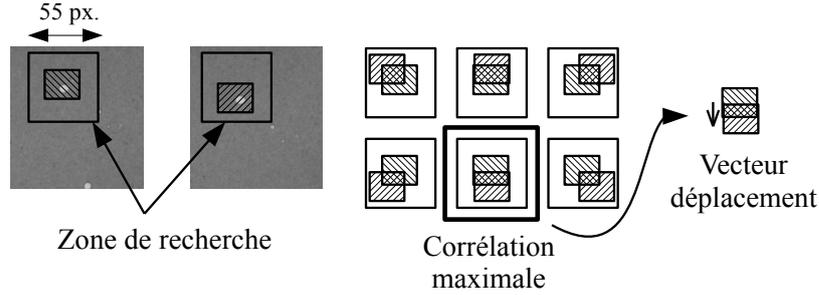


FIGURE V.15 – Principe de la vélocimétrie par corrélation d'images. On recherche la plus forte corrélation entre deux images successives pour obtenir le vecteur déplacement.

V.7 Vélométrie par corrélation d'images (PIV)

Le travail présenté dans cette section a été réalisé en collaboration avec Sylvain Joubaud (Laboratoire de Physique, École Normale Supérieure de Lyon).

V.7.1 Principe

L'objectif de la vélocimétrie par corrélation d'images ou Particle Image Velocimetry (PIV) est d'établir pour un écoulement (ici les grains) une représentation des champs de vitesse dans le fluide [138]. Pour cela, il faut que le fluide contienne des traceurs, qui permettront de suivre ses mouvements. Dans notre cas les traceurs sont confondus avec le fluide, étant les grains eux-mêmes. Le principe est alors de découper une image initiale en une grille, qui doit être assez grande pour qu'il y ait à l'intérieur de chaque case une quantité suffisante de traceurs. Il faut de plus que ces traceurs soient disposés de manière "aléatoire", c'est-à-dire qu'il n'y ait pas de structure périodique sur l'image, ce qui est le cas dans notre expérience. De plus il faut que sur chaque carré de cette grille, la vitesse soit la même, ou encore qu'il n'y ait pas un cisaillement important à l'échelle d'une case. Nous avons choisi un pas de grille de 25 pixels (0.7 cm), qui répond aux critères précédents. Le motif dans chaque case de cette grille est alors comparé avec l'image suivante. Cette image est également découpée en une grille composée de cases plus grandes, chacune centrée aux mêmes points que les cases de la première image, qui correspond à la zone de recherche. Dans notre cas, le pas de la grille est de 55 pixels (1.5 cm), voir Figure V.15. Il faut noter que ce redécoupage n'est pas nécessaire mais accélère grandement le temps de calcul. Les motifs d'une grille à l'autre sont alors corrélés via la fonction de corrélation croisée suivante :

$$R(\vec{s}) = \int_A I_1(\vec{x})I_2(\vec{x} + \vec{s})d\vec{x} \quad (\text{V.6})$$

où $I_{1,2}$ correspond aux intensités des deux images successives et A la partie de la grille sur laquelle la PIV est effectuée. Cette fonction de corrélation croisée renvoie alors, pour chaque carré de la grille de la première image, une carte de probabilité de mouvement, qui aura une intensité plus importante pour une direction donnée, correspondant au mouvement le

plus probable du motif initial. Un vecteur déplacement est alors déduit pour chaque case de la grille, et en effectuant le processus plusieurs fois, en décalant la grille, on arrive à extraire le champ de vitesse en chaque point.

Le traitement est en pratique effectué en deux étapes, la première est une analyse grossière et la deuxième une analyse plus fine. Dans chaque étape un certain nombre de vecteurs vitesse sont éliminés. Dans la première étape, les vecteurs vitesse arrivant aux bords de la zone de recherche sont supprimés, ces vecteurs ayant une norme trop grande par rapport à l'estimation réelle dans l'expérience. De plus on alloue à chaque vecteur une "marge de confiance" dépendante de la probabilité de déplacement donnée par $R(s)$, qui nous permet de savoir à quelle point la corrélation est bonne. Nous avons décidé de garder les vecteurs où cette confiance était supérieure à 20%, les autres étant supprimés. Finalement, les vecteurs pour lequel il n'y a pas eu de convergence de l'algorithme sont également supprimés. Une autre étape de calcul est alors effectuée, cette fois plus fine, la zone de recherche est directement centrée sur la pointe du premier vecteur vitesse, autour duquel la zone de recherche est de 20 pixels de côtés. Il est important de noter que la cellule de départ reste la même, et que la corrélation est directement effectuée vers un point qui semble être le bon vecteur de vitesse. On supprime alors en plus des vecteurs déjà éliminés précédemment les vecteurs qui diffèrent entre les deux traitements de plus d'un pixel, ce qui garantit que les deux traitements sont cohérents entre eux.

V.7.2 Résultats préliminaires

Après ces deux étapes, on obtient finalement le champ de vecteurs correspondant aux vitesses en chaque point pour deux images successives, et on peut le faire sur l'ensemble des images de l'expérience. Cet algorithme étant très lourd en temps de calcul, nous avons utilisé le centre de calcul de l'ENS de Lyon (PSMN), qui permet de paralléliser toutes les paires d'images sur lequel le traitement est effectué. Cependant, étant donné le nombre très important d'images par films (36000), nous avons décidé de traiter uniquement 1000 images par jeu de données, de la 10000^{ème} à la 11000^{ème} ($t \sim 5$ heures 30 minutes à $t \sim 6$ heures 10 minutes). Ceci permet d'éviter le régime d'invasion transitoire au début de l'expérience, et d'avoir un temps suffisant pour observer des déplacements (environ une demi-heure d'expérience).

Nous présentons ici les résultats préliminaires des traitements PIV. La Figure V.16 représente la première image ($t=0$) du jeu de données sans obstacle auquel on a superposé le champ de vecteurs vitesse (flèches blanches) moyennés sur 1000 images. On observe qu'il n'y a du mouvement que dans la zone fluide, avec des vitesses nulles en dehors. L'avantage de cette méthode par PIV est de pouvoir extraire de manière quantitative la valeur de ces vitesses dans la zone fluide. Une projection de ces vitesses moyennées sur la direction verticale et horizontale permettent de séparer les deux composantes du champ de vitesse. Les résultats sont présentés en Figure V.17. On observe alors clairement le mouvement des grains qui est relativement symétrique par rapport à la verticale du point d'injection.

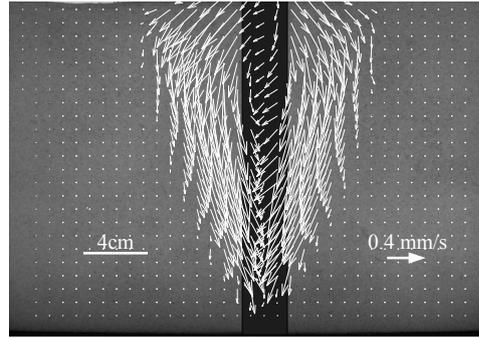


FIGURE V.16 – Image initiale ($t = 0$) de l'expérience sans obstacle à laquelle on a superposé le champ de vitesses moyen obtenues par PIV. La zone en noir correspond au canal central, où la PIV produit des résultats erronés (le mouvement est trop rapide et la résolution temporelle insuffisante).

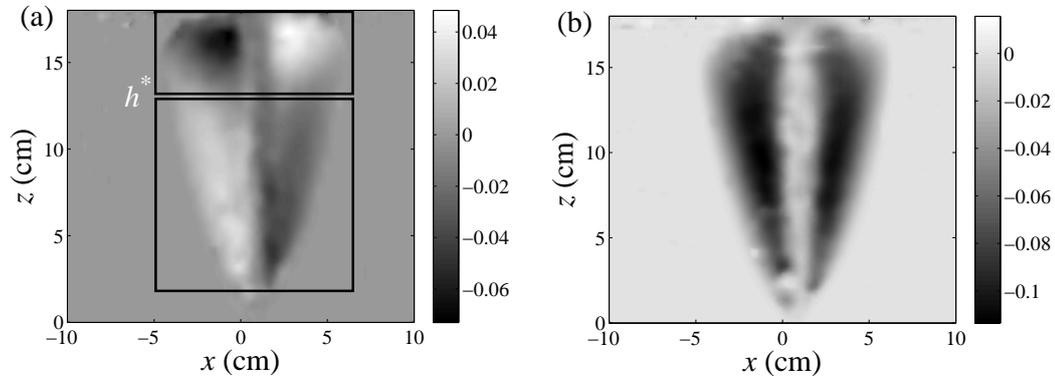


FIGURE V.17 – Projection horizontale (a) et verticale (b) de la vitesse des grains dans le cas sans obstacle. L'échelle de couleur est en cm/s. On observe au-dessus d'une hauteur h^* un mouvement divergent des grains et en-dessous un mouvement convergent vers le canal central.

Un autre point à noter est que le mouvement se fait principalement verticalement, avec un mouvement descendant, à l'exception de la zone où il y a le canal central d'air, mais où la PIV ne fonctionne pas étant donnée les mouvements trop importants des grains (résolution temporelle insuffisante). Une hauteur $h^* \sim 13$ cm est facilement repérable, elle correspond à la hauteur où il y a un changement entre le mouvement des grains qui converge vers le canal central en-dessous de h^* et celle où il y a divergence, au-dessus de h^* .

Les résultats de PIV pour différents obstacles sont présentés en Figure V.18 et Figure V.19, respectivement la projection verticale et horizontale de la vitesse des grains, moyennée sur 1000 images. Dans les deux cas, les trois figures du haut (a-c) représentent des petits obstacles (diamètre 1.5 cm) à différentes hauteurs, alors que les figures du bas représentent les trois gros obstacles (diamètre 4 cm) à une hauteur de 10 cm. Pour les petits obstacles, on n'observe pas de modification importante de la symétrie de la zone fluide, le canal restant relativement centré, et on observe le même type de dynamique que celui décrit dans les parties précédentes, à savoir l'apparition de deux canaux d'air lorsque

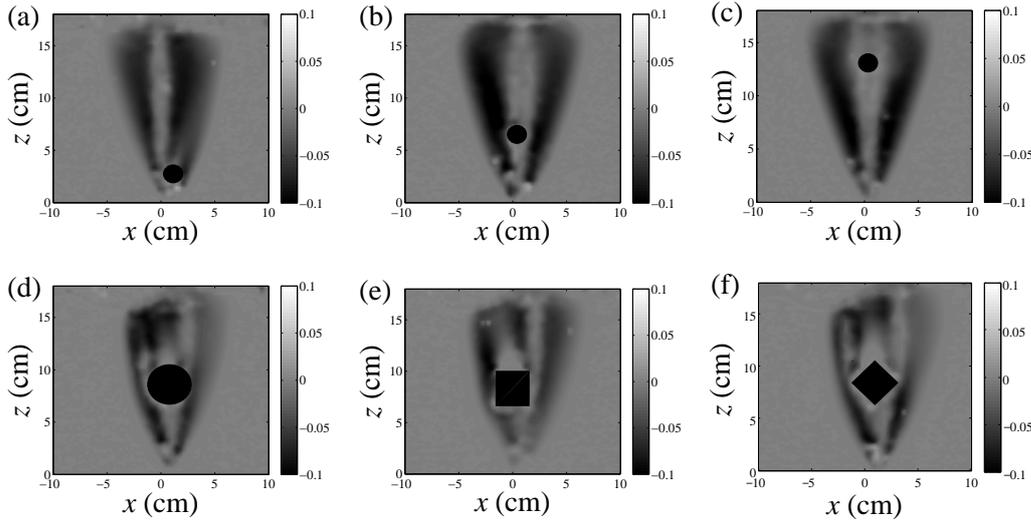


FIGURE V.18 – Projection verticale de la vitesse des grains pour différents obstacles. (a-c) Obstacles circulaires [$D = 1.5$ cm ; $h = 2.5$ (a), 7.5 (b), 15 (c) cm]. (d) Obstacle circulaire [$D = 4$ cm, $h = 10$ cm]. (e) Obstacle carré [$D = 4$ cm, $h = 10$ cm]. (f) Obstacle losange [$D = 4$ cm, $h = 10$ cm]. L'échelle de couleur est en cm/s.

l'obstacle est suffisamment haut. On observe également que la vitesse verticale est plus importante que la vitesse horizontale.

Pour les gros obstacles, on observe une modification importante des champs de vitesse, avec notamment l'apparition déjà constatée du sillage derrière l'obstacle. De plus, une forte asymétrie apparaît, l'obstacle bloquant le mouvement qui est du côté opposé au canal (Figure V.18e par exemple).

V.8 Discussion et conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié la fluidification d'une suspension dense par injection d'air en présence d'un obstacle. Nous avons montré que l'aire de la zone affectée et l'aire de la zone où il y a du mouvement ne varient pas énormément avec la forme, taille et position de l'obstacle. Cependant le canal d'air central suit différentes trajectoires dépendantes de ces paramètres, menant à trois différents résultats pour le mouvement cumulé. Ces trois différents types de trajectoires sont $1 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow 2$ or $2 \rightarrow 2$ où le premier chiffre indique le nombre de chemins pour l'air en-dessous de l'obstacle et le deuxième le nombre au-dessus. La transition entre les deux régimes se fait à une hauteur de l'obstacle de l'ordre de $h = 7.5$ cm. De manière intéressante, cette transition est proche de la transition observée entre la formation d'un doigt d'air au bas de la cellule et la fracturation du milieu granulaire (dans le cas sans obstacle). Dans ce cas, tant que le doigt d'air est stable, l'obstacle ne fait que dévier le canal d'air central d'un côté, alors que si l'obstacle est au-dessus de cette transition, l'air change de côté de manière intermittente. La formation d'une zone sans mouvement (traînée) derrière l'obstacle est observée pour des gros obstacles, en accord avec

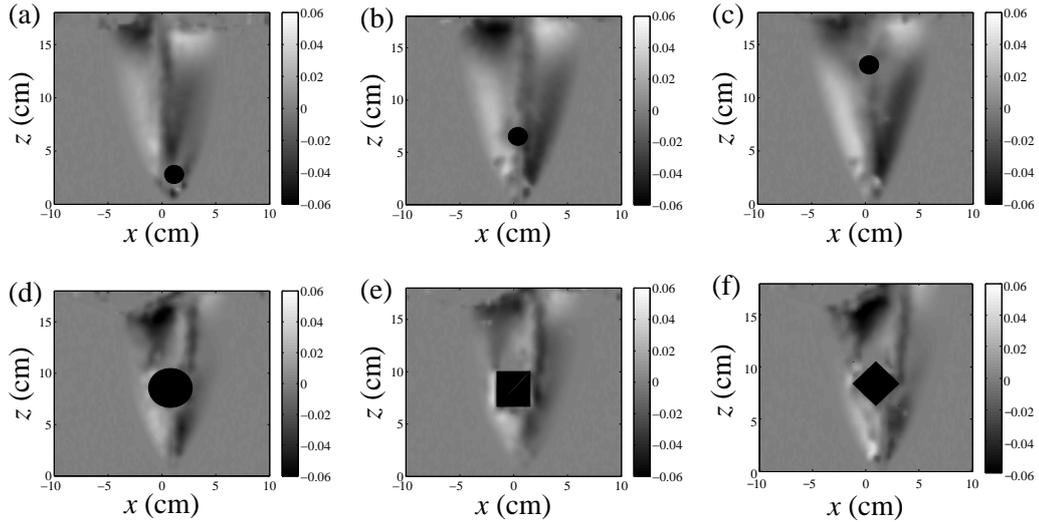


FIGURE V.19 – Projection horizontale de la vitesse des grains pour différents obstacles. (a-c) Obstacles circulaires [$D = 1.5$ cm ; $h = 2.5$ (a), 7.5 (b), 15 (c) cm]. (d) Obstacle circulaire [$D = 4$ cm, $h = 10$ cm]. (e) Obstacle carré [$D = 4$ cm, $h = 10$ cm]. (f) Obstacle losange [$D = 4$ cm, $h = 10$ cm]. L'échelle de couleur est en cm/s.

l'intuition que ces obstacles bloquent le mouvement des grains. L'analyse de la surface libre montre qu'il n'y a pas de relation évidente entre sa morphologie et la taille ou la profondeur de l'obstacle présent dans le lit de grains.

Un autre résultat concerne la taille typique des bulles, leur périmètre, ainsi que leur probabilité de présence, ce qui peut avoir des applications directes notamment en catalyse industrielle ou en décontamination des sols. On observe que la surface des bulles et leur périmètre augmente avec le nombre de canaux (cas $1 \rightarrow 2$ et $2 \rightarrow 2$). La probabilité de présence maximale du gaz augmente avec la hauteur de l'obstacle pour les gros obstacles, indiquant que des bulles sont systématiquement piégées près de ceux-ci. Ce n'est pas le cas pour les petits obstacles, de l'ordre de la taille de la largeur du canal. Ainsi lorsque l'obstacle est plus petit que la largeur du canal (~ 1 cm), il ne semble pas piéger de bulles, le canal n'étant pas directement affecté par sa présence. Dans ce cas la concentration maximale de gaz est constante, et fixée par la formation d'un doigt d'air à la sortie du point d'injection.

Finalement, une dernière analyse de velocimétrie par corrélation d'images a permis d'obtenir le champ de vitesse des grains dans la zone fluide. Cela a permis non seulement de confirmer les résultats concernant la détection de la zone fluide, mais aussi de quantifier les mouvements à l'intérieur de cette zone fluide. Une analyse quantitative des cartes de vitesse est actuellement en cours.

Conclusion et Perspectives

Les études que nous avons menées durant cette thèse portent sur la remontée de bulles en milieu complexe confiné : des solutions de polymère ou des milieux granulaires immergés. Les travaux effectués sont principalement expérimentaux, que nous avons complétés par des modèles numériques ou phénoménologiques, lorsque cela a été possible.

Dans le premier chapitre de cette thèse, nous nous sommes intéressés à la remontée d'une bulle unique dans un fluide complexe viscoélastique et rhéofluidifiant (solutions de polyéthylène oxyde, PEO). Au-dessus d'un volume critique, la bulle présente une singularité à sa queue, qui avait déjà été observée dans des géométries non confinées. Nous avons mis en évidence l'apparition de deux instabilités en géométrie confinée (cellule de Hele-Shaw verticale). Contrairement à ce qui se passe pour le cas visqueux newtonien, si la bulle a un volume supérieur à un volume critique, elle ne remonte pas verticalement et se déforme. On observe un aplatissement du front de la bulle qui a lieu selon un certain angle. Ce phénomène va mener à deux types d'instabilités. Si l'angle avec l'horizontale est élevé, la bulle se déforme et est déviée horizontalement. Si l'angle est faible (front plat quasi-horizontale), une digitation visqueuse se développe à l'intérieur de la bulle et mène à sa fragmentation. Cette digitation est analogue à celle de Saffman-Taylor, mais la taille du doigt est pilotée par la taille de la bulle. Pour confirmer ces résultats expérimentaux, une étude numérique par méthode de champ de phase a été menée, prenant en compte la rhéologie complexe du fluide, que nous avons caractérisée expérimentalement. Cette étude donne des premiers résultats encourageants, confirmant que ce sont bien les propriétés du fluide qui sont à l'origine de ces instabilités.

Dans le deuxième chapitre de cette thèse, nous avons étudié les interactions entre des bulles injectées périodiquement à la base de ces solutions de polymère, dans la même configuration expérimentale. Ces interactions sont dues au fait que lorsqu'une bulle remonte dans le fluide, elle le cisaille et crée un couloir de viscosité réduite dans son sillage. Lorsque de l'air est injecté à débit constant, un train de bulles est formé, et à cause de ce changement de viscosité locale, les bulles vont interagir. Nous nous sommes intéressés aux modifications que ce type d'injection va apporter sur la forme et la dynamique de ces bulles. On observe que les bulles sont plus allongées verticalement, et que leur rapport d'aspect ne dépend pas de leur volume. De plus, leur vitesse dépend très fortement du débit d'injection d'air. Une étude spatiotemporelle nous a permis de trouver une relation de proportionnalité entre deux nombres sans dimension caractéristiques du fluide, le

nombre d'Archimède et un nombre de Reynolds modifié, prenant en compte le fait que le fluide est non-newtonien et cisailé lors du passage des bulles. Nous avons quantifié différentes hauteurs de coalescence, que nous avons reliées à la vitesse des bulles et à leur fréquence d'émission. Finalement un modèle simple a été implémenté numériquement pour essayer de reproduire la dynamique du système. Ce modèle est en cours de développement mais les premiers diagrammes spatiotemporels reproduisent qualitativement les résultats expérimentaux.

Dans le troisième chapitre, nous avons étudié l'injection d'air à débit constant dans un milieu granulaire immergé, dans une géométrie confinée similaire à la partie précédente. Ce milieu complexe est constitué de billes de verre et d'eau. Lors de l'injection d'air, les grains vont être déplacés, et après un régime d'invasion initial (percolation ou fracture), une zone fluide se forme. Dans cette zone, les grains sont entraînés par deux rouleaux de convection, de part et d'autre d'un canal d'air central. Les mouvements dans cette zone fluide sont très lents, et nous avons étudié sa dynamique sur des temps longs, de l'ordre de la vingtaine d'heures. Lors de certains événements rares de fracture ou de percolation, des bulles peuvent être piégées dans la zone fluide, et vont alors suivre le mouvement des grains. Nous avons caractérisé la taille de la zone fluide, ainsi que la quantité d'air piégée dans celle-ci. On observe une augmentation de la taille de la zone fluide en fonction du débit, ce qui est cohérent avec le fait que l'air est le moteur du système. De plus, la quantité d'air piégée dans la zone fluide augmente également avec le débit. Un résultat intéressant est que la surface de contact entre les trois phases (gaz/liquide/solide) ne dépend pas du débit. À haut débit, l'air est piégé sous forme de grosses bulles, alors qu'à petit débit, les bulles ont des formes plus fractales et sont plus petites, menant à une surface de contact équivalente dans les deux cas.

Enfin, le dernier chapitre s'est focalisé sur l'étude d'un système analogue (remontée d'air dans un lit granulaire), en présence d'un obstacle. L'obstacle est placé à la verticale du point d'injection, et on a fait varier sa forme, sa hauteur et sa taille. La présence de cet obstacle modifie la dynamique du canal central d'air, qui est contraint à passer d'un côté ou de l'autre de l'obstacle. Dans le cas d'un gros obstacle, une partie du mouvement de la zone fluide est bloqué, et on observe un sillage au-dessus de l'obstacle, dans lequel le mouvement des grains est quasi-nul. En fonction de la hauteur de l'obstacle, on observe que le canal d'air peut être stabilisé par l'obstacle, ou au contraire devenir instable. Lorsque l'obstacle est suffisamment haut, le canal passe de manière intermittente d'un côté ou de l'autre de l'obstacle, alors que lorsqu'il est proche du point d'injection, le canal se stabilise d'un côté de l'obstacle. L'air est préférentiellement piégé à proximité des gros obstacles, alors que les petits obstacles influencent peu son piégeage. En dernier lieu, un suivi du mouvement des grains a été effectué par analyse d'images (suivi de particules, PIV), et a permis de quantifier les mouvements à l'intérieur du lit de grains.

De nombreuses perspectives sont envisagées suite à ce travail de thèse. Dans le cas de la remontée d'une bulle unique dans les solutions de PEO, nous poursuivons actuellement

l'étude numérique, dans le but de quantifier l'influence de la rhéologie du fluide sur la dynamique de la bulle et, en particulier, sur la génération des instabilités de déflexion ou de fragmentation. Concernant les trains de bulles, il sera intéressant d'analyser plus en détails les résultats du modèle phénoménologique (diagrammes spatio-temporels) et de les comparer avec les résultats expérimentaux. Ce travail est actuellement en cours. Enfin, dans le cas d'injection d'air dans un milieu granulaire immergé, les résultats préliminaires sur le suivi du mouvement des grains sont encourageants, et feront l'objet d'une étude détaillée dans le futur.

Annexe A

Instabilité de Saffman-Taylor

L'instabilité de Saffman-Taylor apparaît lorsque l'on pousse un fluide dans un autre fluide plus visqueux, en cellule de Hele-Shaw horizontale (Figure A.1, *haut*). Cette instabilité est une digitation visqueuse, avec l'apparition d'un doigt à l'interface des deux fluides.

Pour un fluide simple avançant dans une cellule de Hele-Shaw, un écoulement de Poiseuille s'établit avec un profil parabolique. On peut alors trouver une relation entre la valeur moyenne de la vitesse \mathbf{v} et le gradient de pression ∇p que l'on appelle loi de Darcy :

$$\mathbf{v} = -\frac{e^2}{12\eta}\nabla p \quad (\text{A.1})$$

où e est la taille du gap et η la viscosité du fluide. En ajoutant à cela le fait que le fluide est incompressible : $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, on en déduit que le Laplacien du champ de pression est nul $\Delta p = 0$.

Dans le cas de l'instabilité de Saffman-Taylor, on considère deux fluides de viscosités η_1 et η_2 , avec $\eta_2 > \eta_1$. Ces relations peuvent donc s'appliquer sur chacun des deux fluides. À l'interface entre les deux fluides, par continuité des vitesses, on peut alors écrire la vitesse \mathbf{u} de l'interface :

$$\mathbf{u} = -\frac{e^2}{12\eta_1}\nabla p_1 = -\frac{e^2}{12\eta_2}\nabla p_2 \quad (\text{A.2})$$

où les indices représentent les deux différents fluides.

De plus, à l'interface, on peut appliquer la loi de Laplace, reliant les deux rayons de courbures r_1 et r_2 de l'interface et la différence de pression entre les deux fluides δp :

$$\delta p = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (\text{A.3})$$

avec σ la tension de surface entre les deux fluides.

Une hypothèse que l'on peut faire est que le rayon de courbure dans la direction verticale z (r_1 par exemple) est très proche de la valeur du gap, et on peut alors écrire

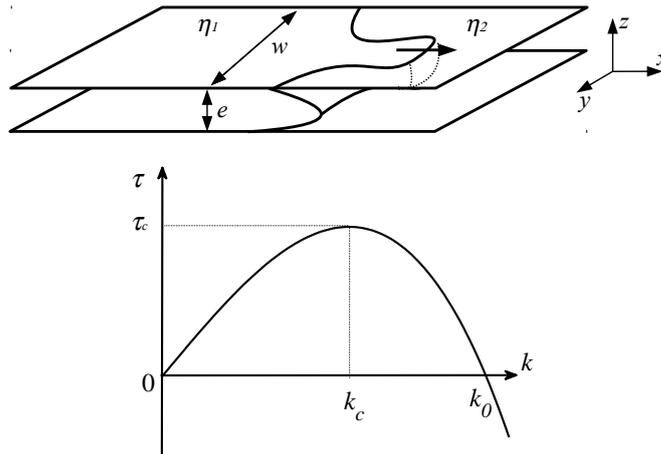


FIGURE A.1 – *Haut* : Schéma de l'instabilité de Saffman-Taylor. Le fluide le moins visqueux η_1 est poussé dans le fluide le plus visqueux η_2 dans une cellule de Hele-Shaw (largeur w , gap e). On a alors un doigt qui se développe. *Bas* : Taux de croissance τ d'une perturbation qui se développe en fonction du nombre d'onde k . Le taux de croissance maximal τ_c correspond au nombre d'onde k_c . k_0 est le nombre d'onde maximal auquel peut apparaître l'instabilité.

$$\delta p = \sigma (2/e + 1/r_2).$$

Pour que l'instabilité apparaisse, il faut que le fluide le moins visqueux (η_1) soit poussé dans le fluide le plus visqueux (η_2). On suppose qu'il avance avec une vitesse U selon la direction x , et qu'à cette interface initialement plane se superpose une petite perturbation sinusoïdale de longueur d'onde $l = 2\pi/k$ selon la direction y . Il est d'usage d'utiliser alors une analyse de stabilité linéaire pour déterminer si cette perturbation va grandir ou non. La forme de l'interface ξ s'écrit alors :

$$\xi = Ut + \epsilon e^{\tau t} \sin(ky) \quad (\text{A.4})$$

où τ est le taux de croissance de l'instabilité et ϵ l'amplitude de l'instabilité. Si τ est positif, la perturbation est amplifiée, on observera l'instabilité et l'interface sera déformée. Si τ est négatif, la perturbation s'atténuera, et l'interface restera plane.

En utilisant la loi de Darcy et la continuité des vitesses à l'interface, et en réinjectant cela dans l'équation de Laplace modifiée comme :

$$\delta p = \sigma \left(\frac{2}{e} + \frac{d^2 \xi}{dy^2} \right) \quad (\text{A.5})$$

on obtient une relation sur le taux de croissance qui est la suivante :

$$\tau = u|k| \frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_2 + \eta_1} \left(1 - \frac{e^2 \sigma}{12(\eta_2 - \eta_1)U} k^2 \right). \quad (\text{A.6})$$

L'instabilité pourra se développer ($\tau > 0$) pour des nombres d'ondes k compris entre 0 et $k_0 = \sqrt{12U(\eta_2 - \eta_1)/e^2\sigma}$, avec un maximum de τ pour $k = k_c = k_0/\sqrt{3}$ (Figure A.1, *bas*). La longueur d'onde la plus instable peut donc s'écrire :

$$l_c = l_0\sqrt{3} = \frac{2\pi}{k_c} = \pi e \sqrt{\frac{\sigma}{(\eta_2 - \eta_1)U}} = \frac{\pi e}{\sqrt{Ca}} \quad (\text{A.7})$$

où $Ca = (\eta_2 - \eta_1)U/\sigma$ est un nombre sans dimension appelé le nombre capillaire qui compare les forces capillaires et les forces visqueuses.

Annexe B

Taille de la couche de lubrification

Une estimation de la taille de la couche de lubrification entre la bulle et la paroi est importante, de manière à pouvoir estimer le volume des bulles à partir de la mesure de leur surface apparente.

On suppose que la bulle se déplace à la vitesse U , qu'elle a un diamètre d dans le plan parallèle aux plaques, et que h correspond à l'épaisseur de la couche de lubrification. Cette épaisseur est constante tant que l'on est loin du ménisque. Si les conditions de non glissement sont vérifiées, le fluide a une vitesse nulle en $x = e/2$ et une vitesse U en $x = e/2 - h$ (on a le problème symétrique en $-e/2$ et $-e/2 + h$).

En définissant la longueur capillaire $l_{cap} = \sqrt{\sigma/\rho g}$, où σ est la tension de surface du fluide, on peut estimer cette longueur qui est de l'ordre de 2.4 mm alors que le gap e est de 2 mm. L'écart entre les deux plaques étant inférieur à cette longueur, les effets capillaires joueront un rôle important, et donc la bulle sera a priori aplatie comme sur la Figure B.1. On peut alors considérer que le bord de la bulle a un rayon de courbure constant qui est donné par $r_c = e/2 - h$ dans le plan (Oxz) , et un rayon de courbure de $d/2$ dans le plan (Oyz) . On a alors au raccordement entre ces deux rayons de courbures, un ménisque dit *dynamique* d'une longueur l_m dans lequel on a une variation de pression due à la loi de Laplace. Cela représente une variation d'amplitude de pression de $\sigma(1/r_c + 2/d) = \sigma(2/e + 2/d)$.

Le gradient de pression qui est créé va être compensé par les forces hydrodynamiques inertielles et visqueuses. En prenant comme longueur caractéristique l_m selon z et h selon x , on peut écrire alors un bilan des forces au niveau de la zone de raccordement comme étant

$$\frac{\eta U}{h^2} + \frac{1}{l_m} \rho U^2 = \frac{1}{l_m} \sigma \left(\frac{1}{r_c} + \frac{2}{d} \right) \quad (\text{B.1})$$

où η est la viscosité du fluide.

En négligeant le terme inertiel face au terme visqueux, et en sachant que l'on a e petit devant d , le bilan se réécrit $\eta U/h^2 \sim (\sigma/r_c l_m)$.

La courbure dans la zone du ménisque étant suffisamment plate, on peut l'écrire en

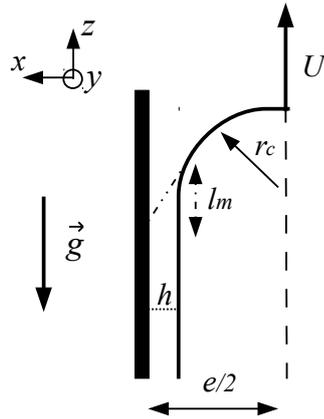


FIGURE B.1 – Schéma pour l'estimation de la taille de la couche de lubrification h , dans le cas où une bulle remonte dans une cellule de Hele-Shaw (gap e) avec une vitesse U . r_c est le rayon de courbure de l'avant de la bulle, et l_m est la hauteur sur laquelle un ménisque dynamique est observé.

première approximation comme $1/r_c \sim h/l_m^2$. En combinant les deux dernières équations avec le nombre capillaire $Ca = \eta U/\sigma$, on obtient que $(l_m/r_c)^3 \sim Ca$. En notant que $r_c = e/2 - h$, on peut inverser cette dernière équation et on obtient

$$\frac{h}{e} \sim \frac{Ca^{2/3}}{1 + Ca^{2/3}}. \quad (\text{B.2})$$

On obtient donc une estimation de la taille de la couche de lubrification qui dépend uniquement du nombre capillaire.

Bibliographie

- [1] R. Richards Jr., D. G. Elms, et M. Budhu. Dynamic fluidization of soils. *J. Geotech. Eng.*, 116(5) : 740–759, 1990.
- [2] C. Jaupart. Physical models of volcanic eruptions. *Chem. Geol.*, 128 : 217–227, 1996.
- [3] E. A. Parfitt. A discussion of the mechanisms of explosive basaltic eruptions. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 134 : 77–107, 2004.
- [4] H. M. Gonnermann et M. Manga. The fluid mechanics inside a volcano. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 39 : 321–356, 2007.
- [5] M. Hovland, J. V. Gardner, et A. G. Judd. The significance of pockmarks to understanding fluid flow processes and geohazards. *Geofluids*, 2 : 127–136, 2002.
- [6] A. Gay, M. Lopez, P. Cochonat, M. Sérane, D. Levaché, et G. Sermondadaz. Isolated seafloor pockmarks linked to BSRs, fluid chimneys, polygonal faults and stacked Oligocene-Miocene turbiditic palaeochannels in the Lower Congo Basin. *Mar. Geol.*, 226 : 25–40, 2006.
- [7] S. Planke, H. Svensen, M. Hovland, D. A. Banks, et B. Jamtveit. Mud and fluid migration in active mud volcanoes in Azerbaijan. *Geo-Mar. Lett.*, 23 : 258–268, 2003.
- [8] V. Mastalerz, G. J. de Lange, A. Dählmann, et T. Feseker. Active venting at the Isis mud volcano, offshore Egypt : Origin and migration of hydrocarbons. *Chem. Geol.*, 246 : 87–106, 2007.
- [9] A. Mazzini, H. Svensen, G. G. Akhmanov, G. Aloisi, S. Planke, A. Malthe-Sørenssen, et B. Istadi. Triggering and dynamic evolution of the LUSI mud volcano, Indonesia. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 261 : 375–388, 2007.
- [10] A. L. Walters, J. Phillips, R. J. Brown, M. Field, T. Gernon, G. Stripp, et R. S. J. Sparks. The role of fluidisation in the formation of volcanoclastic kimberlite : Grain size observations and experimental investigation. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 155 : 119–137, 2006.

- [11] T. M. Gernon, M. A. Gilbertson, R. S. J. Sparks, et M. Field. Gas-fluidisation in an experimental tapered bed : Insights into processes in diverging volcanic conduits. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 174 : 49–56, 2008.
- [12] T. M. Gernon, R. S. J. Sparks, et M. Field. Degassing structures in volcanoclastic kimberlite : Examples from southern African kimberlite pipes. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 174 : 186–194, 2008.
- [13] J. S. Selker, M. Niemet, N. G. McDuffie, S. M. Gorelick, et J.-Y. Parlange. The local geometry of gas injection into saturated homogeneous porous media. *Transp. Porous Med.*, 68 : 107–127, 2007.
- [14] R. Semer, J. A. Adams, et K. R. Reddy. An experimental investigation of air flow patterns in saturated soils during air sparging. *Geotech. Geol. Eng.*, 16 : 59–75, 1998.
- [15] K. R. Reddy, R. Semer, et J. A. Adams. Air flow optimization and surfactant enhancement to remediate toluene-contaminated saturated soils using air sparging. *Environ. Manage. Health*, 10(1) : 52–63, 1999.
- [16] G. Biardi et G. Baldi. Three-phase catalytic reactors. *Catal. Today*, 52 : 223–234, 1999.
- [17] K. Pangarkar, T. J. Schildhauer, J. Ruud van Ommen, J. Nijenhuis, F. Kapteijn, et J. A. Moulijn. Structured packings for multiphase catalytic reactors. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 47 : 3720–3751, 2008.
- [18] M. Hovland, M. Talbot, S. Olausen, et L. Aasberg. Recently formed methane-derived carbonates from the North Sea floor. Dans B. M. Thomas, editor, *Petroleum Geochemistry in Exploration of the Norwegian Shelf*, pages 263–266. Graham and Trotman, London, 1985.
- [19] E. Bayod, E. Pilman Willers, et E. Tornberg. Rheological and structural characterization of tomato paste and its influence on the quality of ketchup. *LWT - Food Science and Technology*, 41(7) : 1289–1300, 2008.
- [20] H. Liu, X.M. Xu, et Sh.D. Guo. Rheological, texture and sensory properties of low-fat mayonnaise with different fat mimetics. *LWT - Food Science and Technology*, 40(6) : 946–954, 2007.
- [21] E.E. Bischoff White, M. Chellamuthu, et J.P. Rothstein. Extensional rheology of a shear-thickening cornstarch and water suspension. *Rheol. Acta*, 49 : 119–129, 2010.
- [22] J.A Lucey et H. Singh. Rheology and physical properties of acid milk gels : a review. *Food Research International*, 30 : 529–542, 1998.
- [23] B. Abu-Jdayil et H.A. Mohameed. Rheology of Dead Sea shampoo containing the antidandruff climbazole. *International Journal of Cosmetic Science*, 26(6) : 281–289, 2004.

-
- [24] D. Laba. *Rheological properties of cosmetics and toiletries*. CRC Press, 1993.
- [25] Dollet B. et C. Raufaste. Rheology of aqueous foams. *Comptes Rendus Physique*, 15 : 731 – 747, 2014. Liquid and solid foams / Mousses liquides et solides.
- [26] D.L. Weaire et S. Hutzler. *The physics of foams*. Oxford University Press, 2001.
- [27] C. Verdier, J. Etienne, A. Duperray, et L. Preziosi. Review : Rheological properties of biological materials. *Comptes Rendus Physique*, 10(8) : 790–811, 2009.
- [28] G. Ranalli. *Rheology of the Earth*. Chapman & Hall, 1995.
- [29] B. Andreotti, Y. Forterre, et O. Pouliquen. *Les milieux granulaires - Entre fluide et solide*. EDP Science, 2011.
- [30] P. Oswald. *Rhéophysique, Ou comment coule la matière*. Belin, Collection Echelles, 2005. 603 p.
- [31] A.J. Liu et S.R. Nagel. Jamming and rheology : An introduction. *Jamming and Rheology : Constrained Dynamics on Microscopic and Macroscopic Scales*, 2001.
- [32] A. Einstein. A new determination of molecular dynamics. *Annalen der Physik*, 4(19) : 289–306, 1905.
- [33] G.K. Batchelor. The effect of brownian motion on the bulk stress in a suspension of spherical particles. *J. Fluid Mech.*, 83(1) : 97–117, 1977.
- [34] D.R. Oliver et S.G Ward. The Einstein relation between relative viscosity and volume concentration of suspensions of spheres. *Nature*, 173(4414) : 1089–1090, 1954.
- [35] I.M. Krieger et T.J Dougherty. A mechanism for non-Newtonian flow in suspensions of rigid spheres. *Transactions of the society of rheology*, (3) : 137–152, 1959.
- [36] I. E. Zarraga, D. A. Hill, et D. T. Leighton. The characterization of the total stress of concentrated suspensions of noncolloidal spheres in Newtonian fluids. *J. Rheol.*, 44 : 185–220, 2000.
- [37] F. Boyer, E. Guazzelli, et O. Pouliquen. Unifying suspension and granular rheology. *Phys. Rev. Lett.*, 107(18) : 188301, 2011.
- [38] A. Fall, A. Lemaître, F. Bertrand, D. Bonn, et G. Ovarlez. Shear thickening and migration in granular suspensions. *Phys. Rev. Lett.*, 105(26) : 268303, 2010.
- [39] G. G. Stokes. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums. *Trans. Cambridge Philos. Soc.*, 9 : 8, 1850.
- [40] G.K. Batchelor. *An introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 1967.

- [41] J.S. Hadamard. Mouvement permanent lent d'une sphère liquide et visqueuse dans un liquide visqueux. *CR Acad. Sci.*, 152 : 1735–1738, 1911.
- [42] A. Filella, P. Ern, et V. Roig. Oscillatory motion and wake of a bubble rising in a thin-gap cell. *J. Fluid Mech.*, 778 : 60–88, 2015.
- [43] M. Roudet. *Hydrodynamique et transfert de masse autour d'une bulle confinée entre deux plaques*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2008. 131 p.
- [44] G. Mougin et J. Magnaudet. Path instability of a rising bubble. *Phys. Rev. Lett.*, 88 : 014502, 2001.
- [45] R. Zenit et J Magnaudet. Measurements of the streamwise vorticity in the wake of an oscillating bubble. *Int. J. Multiphase Flow*, (2) : 195–203, 2009.
- [46] O. Hassager. Negative wake behind bubbles in non-Newtonian liquids. *Nature*, 279 : 402–403, 1979.
- [47] R. P. Chhabra. *Bubbles, Drops and Particles in Non-Newtonian Fluids*. CRC Press, Technology & Engineering, 1993. 417 p.
- [48] T. Tsukada, H. Mikami, M. Hozawa, et N. Imaishi. Theoretical and experimental studies of the deformation of bubbles in quiescent Newtonian and non-Newtonian liquids. *J. Chem. Eng. Japan*, 23(2) : 192–198, 1990.
- [49] D. Funfschilling et H. Z. Li. Effects of the injection period on the rise velocity and shape of a bubble in a non-Newtonian fluid. *Chem. Eng. Res. Des.*, 84(A10) : 875–883, 2006.
- [50] C. Málaga et J. M. Rallison. A rising bubble in a polymer solution. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 141 : 59–78, 2007.
- [51] D. Funfschilling et H. Z. Li. Flow of non-Newtonian fluids around bubbles : PIV measurements and birefringence visualisation. *Chem. Eng. Sci.*, 56 : 1137–1141, 2001.
- [52] Y. J. Liu, T. Y. Liao, et D. D. Joseph. A two-dimensional cusp at the trailing edge of an air bubble rising in a viscoelastic liquid. *J. Fluid Mech.*, 304 : 321–342, 1995.
- [53] J. R. Herrera-Velarde, R. Zenit, D. Chehata, et B. Mena. The flow of non-Newtonian fluids around bubbles and its connection to the jump discontinuity. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 111 : 199–209, 2003.
- [54] Y. Kawase et J. J. Ulbrecht. On the abrupt change of velocity of bubbles rising in non-Newtonian liquids. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 8 : 203–212, 1981.
- [55] A. Belmonte. Self-oscillations of a cusped bubble rising through a miscellar solution. *Rheol. Acta*, 39 : 554–559, 2000.

-
- [56] N.Z. Handzy et A. Belmonte. Oscillatory rise of bubbles in wormlike miscellar fluids with different microstructures. *Phys. Rev. Lett.*, 92(12) : 124501, 2004.
- [57] P. G. Saffman et G. Taylor. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid. *Proc. Roy. Soc., Ser. A*, 245 : 312–329, 1958.
- [58] G. Taylor et P. G. Saffman. A note on the motion of bubbles in a Hele-Shaw cell and porous medium. *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, 12(3) : 265–279, 1959.
- [59] E. Kelley et M. Wu. Path instabilities of rising air bubbles in a Hele-Shaw cell. *Phys. Rev. Lett.*, 79(7) : 1265–1268, 1997.
- [60] V. Roig, M. Roudet, F. Risso, et A.-M. Billet. Dynamics of a high-Reynolds-number bubble rising within a thin gap. *J. Fluid Mech.*, 707 : 444–466, 2012.
- [61] X. Wang, B. Klaasen, J. Degève, B. Blanpain, et F. Verhaeghe. Experimental and numerical study of buoyancy-driven single bubble dynamics in a vertical Hele-Shaw cell. *Phys. Fluids*, 26 : 123303, 2014.
- [62] T. Maxworthy. Bubble formation, motion and interaction in a Hele-Shaw cell. *J. Fluid Mech.*, 173 : 95–114, 1986.
- [63] P. G. Saffman. Viscous fingering in Hele-Shaw cells. *J. Fluid Mech.*, 173 : 73–94, 1986.
- [64] D. C. Hong et J. S. Langer. Analytic theory of the selection mechanism in the Saffman-Taylor problem. *Phys. Rev. Lett.*, 56(19) : 2032–2035, 1986.
- [65] P. Tabeling, G. Zocchi, et A. Libchaber. An experimental study of the Saffman-Taylor instability. *J. Fluid Mech.*, 177 : 67–82, 1987.
- [66] A. Lindner, D. Bonn, et J. Meunier. Viscous fingering in a shear-thinning fluid. *Phys. Fluids*, 12(2) : 256–261, 2000.
- [67] A. Lindner, D. Bonn, et J. Meunier. Viscous fingering in complex fluids. *J. Phys. : Condens. Matter*, 12 : A477–A482, 2000.
- [68] A. Lindner, D. Bonn, E. Corvera Poiré, M. Ben Amar, et J. Meunier. Viscous fingering in a non-Newtonian fluid. *J. Fluid Mech.*, 469 : 237–256, 2002.
- [69] I.L. Kliakhandler. Continuous chain of bubbles in concentrated polymeric solutions. *Phys. Fluids*, 14(10) : 3375–3379, 2002.
- [70] V. S. M. Piassi, A. Tufaile, et J. C. Sartorelli. Period-adding bifurcations and chaos in a bubble column. *Chaos*, 14(2) : 477–486, 2004.
- [71] M.C. Ruzicka. On bubbles rising in line. *International Journal of Multiphase Flow*, 26 : 1141–1181, 2000.

- [72] M.C. Ruzicka. Vertical stability of bubble chain : Multiscale approach. *International Journal of Multiphase Flow*, 31 : 1063–1096, 2005.
- [73] J.R. Vélez-Cordero et R. Zenit. Bubble cluster formation in shear-thinning inelastic bubbly columns. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 166 : 32–41, 2011.
- [74] J.R. Vélez-Cordero, D. Sámano, P. Yue, J.J Feng, et R. Zenit. Hydrodynamic interaction between a pair of bubbles ascending in shear-thinning inelastic fluids. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 166 : 118–132, 2011.
- [75] D. Dekée, P. J. Carreau, et J. Mordarski. Bubble velocity and coalescence in viscoelastic fluids. *Chem. Eng. Sci.*, 41(9) : 2273–2283, 1986.
- [76] H. Z. Li, X. Frank, D. Funfschilling, et Y. Mouline. Towards the understanding of bubble interactions and coalescence in non-Newtonian fluids : a cognitive approach. *Chem. Eng. Sci.*, 56 : 6419–6425, 2001.
- [77] V. Vidal, F. Soubiran, T. Divoux, et J.-C. Géminard. Degassing cascades in a shear-thinning viscoelastic fluid. *Phys. Rev. E*, 84 : 066302, 2011.
- [78] T. Divoux, E. Bertin, V. Vidal, et J.-C. Géminard. Intermittent outgassing through a non-Newtonian fluid. *Phys. Rev. E*, 79 : 056204, 2009.
- [79] H. Z. Li, Y. Mouline, L. Choplin, et N. Midoux. Chaotic bubble coalescence in non-Newtonian fluids. *Int. J. Multiphase Flow*, 23(4) : 713–723, 1997.
- [80] H. Z. Li, Y. Mouline, D. Funfschilling, P. Marchal, L. Choplin, et N. Midoux. Evidence for in-line bubble interactions in non-Newtonian fluids. *Chem. Eng. Sci.*, 53(12) : 2219–2230, 1998.
- [81] J. M. Valverde et A. Castellanos. Types of gas fluidization of cohesive granular materials. *Phys. Rev. E*, 75 : 031306, 2007.
- [82] A. Nermoen, C. Raufaste, S. D. de Villiers, E. Jettestuen, P. Meakin, et D. K. Dysthe. Morphological transitions in partially gas-fluidized granular mixtures. *Phys. Rev. E*, 81 : 061305, 2010.
- [83] A. Nermoen, O. Galland, E. Jettestuen, K. Fristad, Y. Podladchikov, H. Svensen, et A. Malthe-Sørenssen. Experimental and analytic modeling of piercement structures. *J. Geophys. Res.*, 115 : B10202, 2010.
- [84] P. Rigord, A. Guarino, V. Vidal, et J.-C. Géminard. Localized instability of a granular layer submitted to an ascending liquid flow. *Gran. Matt.*, 7(4) : 191–197, 2005.
- [85] T. Wilhelm et K. Wilmański. On the onset of flow instabilities in granular media due to porosity inhomogeneities. *Int. J. Multiphase Flow*, 28 : 1929–1944, 2002.

-
- [86] T. Mörz, E. A. Karlik, S. Kreiter, et A. Kopf. An experimental setup for fluid venting in unconsolidated sediments : New insights to fluid mechanics and structures. *Sediment. Geol.*, 196 : 251–267, 2007.
- [87] F. Zoueshtiagh et A. Merlen. Effect of a vertically flowing jet underneath a granular bed. *Phys. Rev. E*, 75 : 056313, 2007.
- [88] Ø. Johnsen, C. Chevalier, A. Lindner, R. Toussaint, E. Clément, K. J. Måløy, E. G. Flekkøy, et J. Schmittbuhl. Decomposition and fluidization of a saturated and confined granular medium by injection of a viscous liquid or gas. *Phys. Rev. E*, 78 : 051302, 2008.
- [89] C. Chevalier, A. Lindner, M. Leroux, et E. Clément. Morphodynamics during air injection into a confined granular suspension. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 158 : 63–72, 2009.
- [90] B. Sandnes, E. G. Flekkøy, H. A. Knudsen, K. J. Måløy, et H. See. Patterns and flow in frictional fluid dynamics. *Nature Comm.*, 2 : 288, 2011.
- [91] P. Philippe et M. Badiane. Localized fluidization in a granular medium. *Phys. Rev. E*, 87(4) : 042206, 2013.
- [92] G. Ramos, G. Varas, J.-C. Géminard, et V. Vidal. Gas-induced fluidization of mobile liquid-saturated grains. *Phys. Rev. E*, 92 : 062210, 2015.
- [93] G. Varas, V. Vidal, et J.-C. Géminard. Venting dynamics of an immersed granular layer. *Phys. Rev. E*, 83 : 011302, 2011.
- [94] X.-Z. Kong, W. Kinzelbach, et F. Stauffer. Migration of air channels : An instability of air flow in mobile saturated porous media. *Chem. Eng. Sci.*, 64 : 1528–1535, 2009.
- [95] G. Varas, J.-C. Géminard, et V. Vidal. Air invasion in a granular layer immersed in a fluid : morphology and dynamics. *Gran. Matt.*, 15 : 801–810, 2013.
- [96] G. Varas, G. Ramos, J.-C. Géminard, et V. Vidal. Flow and fracture in water-saturated, unconstrained granular beds. *Front. Phys.*, 3 : 44, 2015.
- [97] W. W. Graessley. *The entanglement concept in polymer rheology*. Springer Berlin Heidelberg, 1974.
- [98] V. Gauri et K. W. Koelling. Extensional rheology of concentrated poly(ethylene oxide) solutions. *Rheol. Acta*, 36 : 555–567, 1997.
- [99] R. B. Bird, R. C. Armstrong, et O. Hassager. *Dynamics of Polymeric Liquids*. Wiley, New York, 1987. Vol. I and II.
- [100] C. W. Macosko. *Rheology : Principles, Measurements, and Applications*. Wiley-VCH, 1994. 568 p.

- [101] W. M. Haynes. *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. CRC Press/Taylor and Francis, 2012.
- [102] B. Song et J. Springer. Determination of interfacial tension from the profile of a pendant drop using computer-aided image processing 1. Theoretical. *J. Colloid Interf. Sci.*, 184 : 64–76, 1996.
- [103] B. Song et J. Springer. Determination of interfacial tension from the profile of a pendant drop using computer-aided image processing 2. Experimental. *J. Colloid Interf. Sci.*, 184 : 77–91, 1996.
- [104] M. W. Kim et B. H. Cao. Additional Reduction of Surface Tension of Aqueous Polyethylene Oxide (PEO) Solution at High Polymer Concentration. *Europhys. Lett.*, 24 : 229–234, 1993.
- [105] B. H. Cao et M. W. Kim. Molecular Weight Dependence of the Surface Tension of Aqueous Poly(ethylene oxide) Solutions. *Faraday Discuss.*, 98 : 245–252, 1994.
- [106] T. Mistic, M. Najdanovic-Lukic, et L. Nestic. Dimensional analysis in physics and the Buckingham theorem. *Eur. J. Phys.*, 31 : 893–906, 2010.
- [107] L. G. Leal, J. Skoog, et A. Acrivos. On the motion of gas bubbles in a viscoelastic liquid. *Can. J. Chem. Eng.*, 49 : 569–575, 1971.
- [108] R. G. Sousa, S. Nogueira, A. M. F. R. Pinto, M. L. Riethmuller, et J. B. L. M. Campos. Flow in the negative wake of a Taylor bubble rising in viscoelastic carboxymethylcellulose solutions : particule image velocimetry measurements. *J. Fluid Mech.*, 511 : 217–236, 2004.
- [109] M. Kawaguchi, S. Niga, N. Gou, et K. Miyake. Buoyancy-driven path instabilities of bubble rising in simple and polymer solutions of Hele-Shaw cell. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 75(12) : 124401, 2006.
- [110] H. Kozuka, Y. Ikeda, et M. Kawaguchi. Path instabilities of bubble rising in polymer solutions of Hele-Shaw cell. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 78(11) : 114604, 2009.
- [111] M. Yamamoto et M. Kawaguchi. Differences in path instabilities between a bubble rising in water and in aqueous polymer solution in a Hele-Shaw cell in the transient and steady states. *J. Disper. Sci. Technol.*, 32 : 1445–1451, 2011.
- [112] A. Lindner. *L'instabilité de Saffman-Taylor dans les fluides complexes : relation entre les propriétés rhéologiques et la formation de motifs*. PhD thesis, Université Paris VI, Paris, 2000. 194 p.
- [113] J. L. White. Dynamics of viscoelastic fluids, melt fracture, and the rheology of fiber spinning. *J. Appl. Polym. Sci.*, 8 : 2339–2357, 1964.

-
- [114] J. Dealy. Weissenberg and Deborah numbers – Their definition and use. *Rheol. Bull.*, 79(2) : 14–18, 2010.
- [115] R. J. Poole. The Deborah and Weissenberg numbers. *Rheol. Bull.*, 53(2) : 32–39, 2012.
- [116] R. Folch, J. Casademunt, et A. Hernández-Machado. Phase-field model for Hele-Shaw flow with arbitrary viscosity contrast. I. Theoretical approach. *Phys. Rev. E*, 60 : 1724–1733, 1999.
- [117] R. Folch, J. Casademunt, et A. Hernández-Machado. Phase-field model for Hele-Shaw flow with arbitrary viscosity contrast. II. Numerical study. *Phys. Rev. E*, 60 : 1734–1740, 1999.
- [118] G. Ella Eny. *Instabilités thermiques et thermodiffusives de fluides viscoélastiques saturant un milieu poreux*. PhD thesis, Université des sciences et technologies de Lille, 2011. 150 p.
- [119] S. Li, Y. Ma, T. Fu, C. Zhu, et H. Li. The viscosity distribution around a rising bubble in shear-thinning non-Newtonian fluids. *Braz. J. Chem. Eng.*, 29(2) : 265–274, 2012.
- [120] R. Zenit et J. Magnaudet. Path instability of rising spheroidal air bubbles : A shape-controlled process. *Phys. Fluids*, 20 : 061702, 2008.
- [121] H. Lamb. *Hydrodynamics*. Dover publications, 1945.
- [122] C.W. Oseen. *Über die Stoke'sche Formel und über eine verwandte Aufgabe in der Hydrodynamik : Mitteilung 2*. Number 1. Almqvist & Wiksell, 1911.
- [123] W. Ji, A. Dahmani, D. P. Ahlfeld, J. D. Lin, et E. Hill. Laboratory study of air sparging : air flow visualization. *Ground Water Monit. Rem.*, 13(4) : 115–126, 1993.
- [124] K. R. Reddy, S. Kosgi, et J. Zhou. A review of in-situ air sparging for the remediation of VOC-contaminated saturated soils and groundwater. *Hazard. Waste Hazard. Mater.*, 12(2) : 97–118, 1995.
- [125] R. Poryles, V. Vidal, et G. Varas. Bubbles trapped in a fluidized bed : Trajectories and contact area. *Phys. Rev. E*, 93 : 032904, 2016.
- [126] G. Varas, V. Vidal, et J.-C. Géminard. Dynamics of crater formations in immersed granular material. *Phys. Rev. E*, 79 : 021301, 2009.
- [127] Y. Amarouchène, J. F. Boudet, et H. Kellay. Dynamic sand dunes. *Phys. Rev. Lett.*, 86(19) : 4286–4289, 2001.
- [128] Y. Forterre et O. Pouliquen. Flow of dense granular media. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 40 : 1–24, 2008.

- [129] W. Zhong et M. Zhang. Jet penetration depth in a two-dimensional spout-fluid bed. *Chem. Eng. Sci.*, 60 : 315–327, 2005.
- [130] X.-Z. Kong, W. Kinzelbach, et F. Stauffer. Morphodynamics during air injection into water-saturated movable spherical granulates . *Chem. Eng. Sci.*, 65 : 4652–4660, 2010.
- [131] T. S. Komatsu, S. Inagaki, N. Nakagawa, et S. Nasuno. Creep motion in a granular pile exhibiting steady surface flow. *Phys. Rev. Lett.*, 86 : 1757–1760, 2001.
- [132] GDR Midi. On dense granular flows. *Eur. Phys. J. E*, 14 : 341–365, 2004.
- [133] S. Courrech du Pont, R. Fischer, P. Gondret, B. Perrin, et M. Rabaud. Instantaneous velocity profiles during granular avalanches. *Phys. Rev. Lett.*, 94 : 048003, 2005.
- [134] M. Houssais, C. P. Ortiz, D. J. Durian, et D. J. Jerolmack. Onset of sediment transport is a continuous transition driven by fluid shear and granular creep. *Nature Comm.*, 6 : 6527, 2015.
- [135] V. De Zotti et V. Vidal. Transition doigt/fracture lors de l’ascension d’air dans un milieu granulaire confiné et saturé. Dans E. Falcon, M. Lefranc, F. Pétrélis, et C. T. Pham, editors, *Compte-rendus de la 17^e Rencontre du Non-Linéaire*, pages 29–34. Non-Linéaire Publications, 2014.
- [136] R. Holtzman, M. L. Szulczewski, et R. Juanes. Capillary fracturing in granular media. *Phys. Rev. Lett.*, 108 : 264504, 2012.
- [137] T. Divoux et J.-C. Géminard. Friction and dilatancy in immersed granular matter. *Phys. Rev. Lett.*, 99 : 258301, 2007.
- [138] C. Tropea, A. Yarin, et J. F. Foss. *Springer Handbook of Experimental Fluid mechanics*. Springer, 2007.

Publications

[1] R. Poryles & V. Vidal, Fragmentation et oscillations auto-induites de bulles d'air remontant dans une solution de polymère confinée, *Compte-rendus de la 18e Rencontre du Non-Linéaire*, Eds. E. Falcon, M. Lefranc, F. Pétrélis & C.-T. Pham, Non-Linéaire Publications, 113-118 (2015).

[2] R. Poryles & V. Vidal, Rising bubble instabilities and fragmentation in a confined polymer solution, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 241, 26-33 (2017).

[3] R. Poryles, V. Vidal & G. Varas, Bubbles trapped in a fluidized bed : Trajectories and contact area, *Phys. Rev. E* 93, 032904 (2016).

[4] V. Vidal, G. Ramos, R. Poryles, J.-C. Géminard & G. Varas, Gas-induced fluidization in water-saturated sands, *XXIV ICTAM*, Montréal, Canada, 3355-3356 (2016).

[5] R. Poryles, G. Varas & V. Vidal, Influence of obstacles on bubbles rising in water-saturated sand, accepté à *Powders & Grains 2017 : Proceedings of the 8th International Conference on Micromechanics of Granular Media* (2017).

[6] R. Poryles, G. Varas & V. Vidal, Stability of gas channels in a dense suspension in presence of obstacles, accepté à *Phys. Rev. E* (2017).

Seules les publications soumises et/ou acceptées dans des journaux internationaux à comité de lecture sont incluses ici.

Rising bubble instabilities and fragmentation in a confined polymer solution

Raphaël Poryles, Valérie Vidal

Univ. Lyon, ENS de Lyon, Univ. Claude Bernard, CNRS, Laboratoire de Physique, F-69342 Lyon, France

Abstract

This work investigates the dynamics of a single bubble rising in a polymer solution confined in a vertical Hele-Shaw cell. Different mixtures of PEO (polyethylene oxide) in water have been used, which exhibit a Newtonian viscosity plateau, followed by a shear-thinning behavior above a shear rate of 0.1 to 1, typically. Depending on the bubble volume, different regimes are reported. When increasing the bubble volume, a transition is observed from a small, round bubble to a cusped bubble, which exhibits a singularity at the rear. Below a critical volume, the bubble rises vertically and does not exhibit any apparent shape deformation. However, above a critical volume, the cusped bubble develops a peculiar instability. Its front flattens at a given angle respect to the horizontal, leading to either a deflection in its trajectory, or its fragmentation. We characterize these two dynamics and interpret the fragmentation process in terms of a viscous fingering recalling the Saffman-Taylor instability. Interestingly, the finger growth is directly controlled by the bubble size.

Keywords: Rising bubbles, Complex fluid, Instabilities, Viscous fingering

1. Introduction

Bubbles rising in non-Newtonian fluids exhibit a wide range of puzzling behaviors which have excited different research communities for decades. Indeed, they are widely encountered in nature, from degassing on the ocean floor [1, 2] to giant bubbles rising and bursting on volcanoes [3, 4, 5, 6]. In both cases, the complex nature of the surrounding fluid (soft immersed sediments, bubble- or crystal-rich magma [1, 7, 8, 9]) give rise to non-Newtonian effects, such as shear-thinning behavior [9, 10]. This effect strongly couples to the bubble rise dynamics and often makes it difficult to interpret the field data. From a more fundamental point of view, experimental studies of bubbles rising in non-Newtonian fluids have started in the 60's, leading to a large amount of either experimental or numerical works which strongly developed since the 80's [11]. Among the many peculiar observations are the deformation of the bubble shape respect to Newtonian fluids [12, 13, 14], the presence of a singularity at the bubble rear (cusp) [15, 11] and a negative wake due to elastic properties [16], oscillations of the bubble shape or velocity [17, 18], or the existence of a discontinuity in the bubble terminal velocity for a critical volume [19, 20]. All these phenomena have been reported for bubbles rising in unconfined non-Newtonian fluids.

On the other hand, the influence of fluid confinement can have drastic consequences on the bubbles dynamics and, more generally, on the gas invasion dynamics in viscous fluids. The pioneer study is the classical Saffman-Taylor problem, consisting in the injection of air at constant pressure in a horizontal quasi two-dimensional cell (Hele-Shaw cell) filled with a Newtonian, viscous fluid [21, 22]. It has been shown that the initially planar interface deforms, leading to the growth of a finger-like instability, which has been widely studied theoretically [23]

and experimentally [24]. More recent studies considered the Saffman-Taylor instability in the case of non-Newtonian fluids. They pointed out that for weakly shear-thinning fluids (dilute polymer solutions), using an effective Darcy's law with the shear-thinning viscosity accounts for the finger width [25]. For strong shear-thinning fluids, narrower fingers are reported [25]. When the fluid exhibits normal stress effects rather than shear-thinning effects, however, the experiments show a finger widening [26, 27].

Although apparently simple, the problem of a single bubble rising under its own buoyancy in a confined, non-Newtonian fluid has not been tackled yet. Even the simpler case of a single bubble rising in a viscous, Newtonian fluid such as water, mentioned by Taylor and Saffman since 1959 [28], is still investigated nowadays [29, 30, 31]. In particular, most studies focus on the triggering of path instabilities, an oscillatory bubble motion observed either in confined or unconfined cell, and which triggering depends on the fluid rheology [32, 33, 34, 35].

Here, we present the experimental study of a single bubble rising in a vertical Hele-Shaw cell. The surrounding fluid is a solution of long polymer chains (see section 2.2), characterized by a strong shear-thinning behavior. The polymer concentration is chosen high enough so that (1) non-Newtonian effects are significant and (2) the local viscosity is always high enough to prevent the formation of the classical path instabilities. We report a new type of instability (section 3), leading to either the bubble horizontal deflection or fragmentation.

2. Experimental setup

2.1. Description

The experimental setup consists of a Hele-Shaw cell made of two glass plates (width $w = 28.3$ cm, height 40 cm, gap

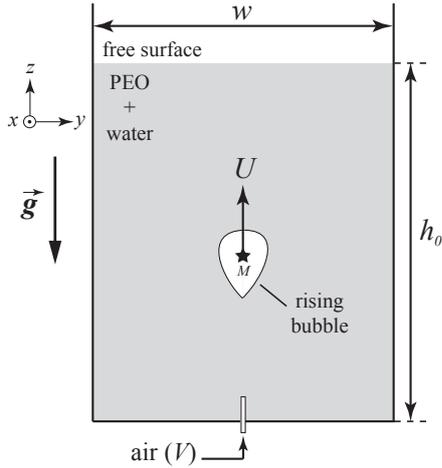


Figure 1: Sketch of the experimental setup. A single bubble (volume V) is injected at the bottom of a vertical Hele-Shaw cell of width w , filled with a PEO + water solution up to a height h_0 . It rises with a vertical velocity U . Its center of mass is M [black star, coordinates (y_M, z_M)].

$e = 2$ mm), which are systematically removed and carefully cleaned with water, ethanol and optical paper before each series of experiments. The cell is then filled with a polymer solution (see section 2.2) up to a height $h_0 \approx 30$ cm (Fig. 1). Air is injected manually through a nozzle (inner diameter 1 mm) by means of a syringe (capacity 60 mL). By tuning the amplitude and velocity of the injection, the volume V of the single injected bubble can be varied, typically between 0.01 and 1.5 mL (see section 2.3). After the injection, the bubble rises by buoyancy. We denote U its vertical velocity and M its center of mass [coordinates (y_M, z_M)] (Fig. 1). The origin of the coordinates $(0, 0)$ is taken at the injection nozzle, at the bottom center of the cell.

A homogeneous backlight is ensured by a transparency flat viewer (Just NormLicht, Classic Line) located behind the cell. Direct visualization of the bubble dynamics is performed using a video camera (Pixelink PL-B781) with an adjustable lens (12.5-75 mm with a focal distance of 1.2 m), a resolution of 1280×416 pixels and a frame rate of 41 fps.

2.2. Fluids characterization

The fluids used in these experiments are polymer solutions of polyethylene oxide (PEO) in water. The PEO is sold as a white powder which can be diluted in water at different concentrations, making it possible to tune the rheological properties of the mixture [PEO+water]. It is characterized by a high molecular weight, $M_w = 8 \times 10^6$ g/mol (Sigma-Aldrich, 372838). For polymer solutions, one can define the entanglement concentration of the polymer chains as

$$C^* = \frac{M_w}{(4/3)\pi R_g^3 \mathcal{N}_a}, \quad (1)$$

where M_w is the molecular weight, R_g the gyration radius of the polymer and \mathcal{N}_a the Avogadro number [36]. For the PEO described above, the entanglement concentration is $C^* = 0.04$ g/L. Four different polymer solutions were prepared with the following concentrations: $c = [75, 100, 125, 150] C^*$, corresponding

to $c = [3, 4, 5, 6]$ g/L. These high concentrations ensure that (1) the polymeric chains are well-entangled, (2) the viscosity is higher than the water viscosity and (3) the non-Newtonian effects will be non-negligible in our experiment. The value of the surface tension has been measured using a commercial tensiometer (Tracker, Teclis) based on the rising bubble technique, equivalent to the pendant drop [37, 38]. For the solution at $c = 100C^*$, the surface tension is $\sigma = 64 \pm 2$ mN/m. It is assumed to be the same for all the polymer solutions.

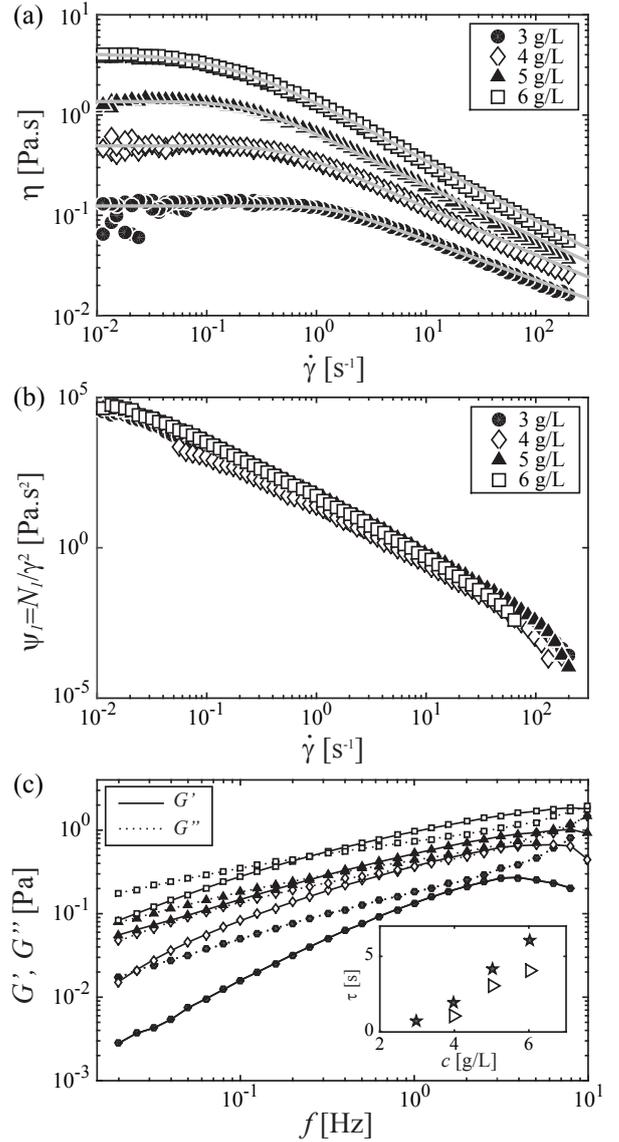


Figure 2: (a) Viscosity η as a function of the imposed shear rate $\dot{\gamma}$ for the polymer solutions [$c = 3, 4, 5, 6$ g/L]. Measurements are performed for increasing and decreasing $\dot{\gamma}$ [waiting time $\Delta t = 10$ s per point]. No hysteresis is reported. The gray lines correspond to the Carreau-Yasuda law (see Eq. 2 and Table 1 for fitting parameters) (b) First normal stress difference coefficient, $\psi_1 = N_1/\dot{\gamma}^2$ as a function of $\dot{\gamma}$. (c) Elastic (G' , solid lines) and viscous (G'' , dashed lines) moduli as a function of frequency [$\gamma = 1$, same symbols than (a,b)]. Inset: Relaxation time τ from the Carreau-Yasuda model [\star , see (a) and Table 1] and from the viscoelastic properties (crossover, \triangleright).

The rheological properties of the polymer solutions have been characterized by a rheometer (Bohlin C-VOR 150) with

Table 1: Parameters of the Carreau-Yasuda law fitting the rheology of the four PEO solutions (see gray lines, Fig. 2).

c [g/L]	η_0 [Pa.s]	τ [s]	n [-]	a [-]
3	0.12	0.69	0.59	2.76
4	0.49	1.92	0.52	2.04
5	1.37	4.19	0.48	2.02
6	4.12	6.09	0.40	1.12

a cone-plane geometry (diameter 60 mm, angle 2°). Figure 2a displays the fluids dynamic viscosity η as a function of the applied shear rate $\dot{\gamma}$. The four polymer solutions exhibit a viscosity between about 10 to 1000 times the viscosity of water, and a shear-thinning behavior above a critical shear rate $\dot{\gamma}_c$, in agreement with previous studies on PEO solutions rheology [39]. Note that $\dot{\gamma}_c \approx 0.1\text{--}1\text{ s}^{-1}$, of the order of magnitude of the shear rates in our experiments.

The shear-thinning behavior of entangled flexible polymers has been often modeled by the Carreau law, which takes into account both the Newtonian plateau at low shear rate and the decreasing slope at higher shear-rate [40]. However, we observe slight differences in the decreasing slope for the different concentrations, which is not compatible with the power $-1/2$ predicted by this simple law. Here, we use the more generalized Carreau-Yasuda law [41]

$$\eta = \eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{[1 + (\tau\dot{\gamma})^a]^{\frac{1-n}{a}}} \quad (2)$$

where η_0 is the viscosity at zero shear rate, η_∞ the viscosity at infinite shear rate (or solvent viscosity), τ a characteristic time, n a dimensionless exponent and a a dimensionless parameter describing the transition between the first Newtonian plateau and the shear-thinning region [41]. For all the solutions, the solvent is water and $\eta_\infty = 10^{-3}$ Pa.s. Table 1 summarizes the fitting parameters (η_0, τ, n, a) for the PEO solutions of different concentrations (see gray lines in Figure 2).

Figure 2b displays the first normal stress coefficient, $\psi_1 = N_1/\dot{\gamma}^2$, where N_1 is the first normal stress difference for the four PEO solutions. For PEO solutions, the first normal stress difference is predicted to increase quadratically with the shear rate [42]. However, a less-than-quadratic behavior is observed with ψ_1 decreasing with $\dot{\gamma}$, as already reported for PEO-water mixtures and within the same order of magnitude than in the literature [39].

The viscoelastic properties of the fluids have been measured with a rheometer TA Instruments, AR100 with a cone-plate geometry of diameter 40 mm, angle 2° . Figure 2c displays the elastic (G') and viscous (G'') moduli obtained by performing a frequency sweep for the four concentrations at fixed strain $\gamma = 1$, corresponding roughly to the strain order of magnitude in our experiments. The fluids relaxation time (inset, Fig. 2c) can be extracted either from the Carreau-Yasuda fitting (τ , Table 1) or from the crossover between the G' and G'' curves (τ_{ve} , Fig. 2c). Both estimations are close, going from about 0.7 s to 6 s from the lowest to the highest concentration. Note that the value of τ_{ve} does not change significantly when performing a

frequency sweep at $\gamma = 0.1$.

For sake of comparison, we conducted experiments with a purely Newtonian liquid, consisting of a mixture of glycerol and water of viscosity 0.1 Pa.s. This viscosity has been chosen to match the average viscosity experienced by a bubble rising in the $c = 4$ g/L solution, where $\dot{\gamma}$ can be estimated of the order of $1\text{--}10\text{ s}^{-1}$ for our experimental range of bubble size and velocity.

2.3. Bubble volume

As the bubble injection is hand-made (see section 2.1), it is *a priori* difficult to control precisely its volume. However, the goal here is to explore a wide range of volumes, without any pre-established order, and to cover the whole range available. To do so, for each polymer solution, more than 200 bubbles have been analyzed. Note that after each bubble rise and subsequent burst at the surface, the fluid is let at rest for a couple of minutes. Indeed, due to the fluid shear-thinning behavior, the rising bubble generates a corridor of reduced viscosity in its wake (see for instance [18]). Waiting for the fluid to rest and recover its initial viscosity after each bubble ensures that all bubbles rise in the same experimental conditions. The bubble size is varied by tuning the amplitude and velocity of the injection, and its volume V is determined *a posteriori*.

When a bubble pushes a confined wetting liquid, it has been shown that the lubrication layer thickness h can be written [43]

$$\frac{h}{e} \sim \frac{Ca^{2/3}}{1 + Ca^{2/3}} \quad (3)$$

where $Ca = \eta U/\sigma$ is the capillary number, with η the fluid dynamic viscosity, U the bubble velocity and σ the surface tension. In all our experiments, the capillary number is in the range $Ca \approx [0.01\text{--}0.1]$, thus $h/e \sim Ca^{2/3} \ll 1$. As the lubrication layer thickness is much smaller than the cell gap e , the bubble volume can therefore be computed as $V \approx S.e$, where S is the apparent surface of the bubble. This latter is determined directly from the images, by a simple contour detection. We therefore explore bubble volumes ranging from 0.01 and 1.5 mL. The center of mass of the bubble, M [coordinates (y_M, z_M)] (Fig. 1), is computed from the images. The bubble vertical speed U is obtained by a linear fit of $z_M(t)$ over the central part of the cell, ignoring the regions close to the injection nozzle (transient regime) and close to the surface (where the bubble slows down).

3. Different regimes

For the PEO concentrations $c = 4, 5, 6$ g/L, we report three different regimes for the bubble shape and dynamics, depending on the bubble volume. The volumes indicating the transition between the different regimes in the following are given for the $c = 4$ g/L solution, as an example.

(1) For small volumes ($V < 0.1$ mL), the capillary forces are predominant and the bubbles exhibit a round shape (Fig. 3a); they rise vertically, without any apparent deformation in their shape, at constant velocity U along most of their path (except right at the injection nozzle and close to the fluid free surface).

(2) When increasing the volume ($0.06 < V < 0.65$ mL), the bubbles still follow a straight, vertical trajectory but display a

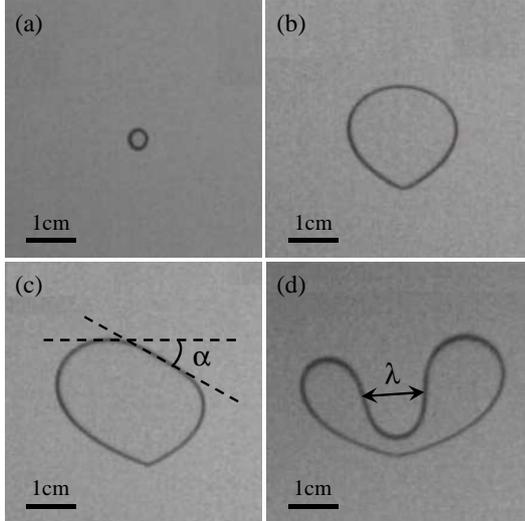


Figure 3: Different regimes observed when increasing the bubble volume [here, $c = 4$ g/L]. (a) Small circular bubble [$V = 0.02$ mL]; (b) bubble exhibiting a cusp at its rear [$V = 0.57$ mL]; (c) bubble deflection (note the flat front at angle α , see text) [$V = 0.89$ mL]; (d) bubble fragmentation with a fingering instability of typical width λ [$V = 0.84$ mL]. The bubbles in the upper panel (a,b) rise vertically, while the bubbles in the lower panel (c,d) exhibit either a horizontal deflection in their trajectory (c) or a fragmentation (d).

cusp at their rear (Fig. 3b). The existence of an apparent cusp at the trailing end of a rising bubble has been widely reported in 3D experiments, where the bubble rises freely in a non-confined viscoelastic fluid (see for instance [15, 40, 11]). It has been pointed out as a consequence of the fluid viscoelastic properties, which generate a negative wake at the bubble rear and leads to its teardrop shape [15, 16, 44]. Note that in this regime, the bubble still follows a vertical trajectory, and does not display any shape deformation during its rise. Note also that there is an overlap with the round bubble regime ($0.06 < V < 0.1$ mL).

(3) Above a critical volume ($V > 0.65$ mL), the bubble deforms, departs from its vertical trajectory, and we report two instabilities. Either the bubble deforms preferentially on one side (Fig. 3c), and displays a lateral deflection before recovering a vertical trajectory, or a finger develops at the bubble front (Fig. 3d), leading to the bubble fragmentation. These instabilities are not triggered at fixed locations in the experimental cell, and are therefore not due to the possible presence of impurities on the glass plates. The dynamics of both instabilities is further described in section 4. Note that, once again, there is a slight overlap between the bubbles displaying a deflection and the cusped bubbles rising vertically ($0.65 < V < 0.75$ mL).

For the lowest concentration ($c = 3$ g/L), the third regime has to be interpreted with caution. Indeed, for this solution, the viscosity is low and inertial instabilities appear, which superimpose to the deflection or fragmentation instabilities. The bubble shape fluctuates, but does not display either clear oscillations as in the case of path instabilities due to the interaction between the bubble rise and the Kármán vortex generated in its wake, either in simple or complex fluids [32, 34, 35]. Because these inertial instabilities are not clearly identified, in the more detailed description of the deflection and fragmentation instabili-

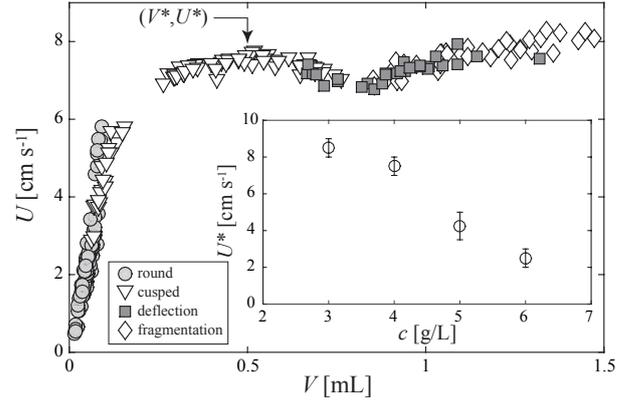


Figure 4: Vertical velocity of the bubble U as a function of its volume V [$c = 4$ g/L, (\circ), round bubbles), (∇), cusped bubbles rising vertically), (\square), deflected bubbles), (\diamond), fragmenting bubbles]. *Inset*: velocity U^* of bubbles with a fixed volume $V^* = 0.5$ mL as a function of the concentration.

ties (section 4.2) we will not consider this lower concentration.

In the reference experiment with the purely Newtonian fluid (water-glycerol mixture), the bubbles have a round or elongated shape but do not exhibit any deflection instability. They rise vertically with a velocity up to 6 cm/s for the largest bubbles, of the same volume than the largest bubbles in the PEO experiment ($V \approx 1.5$ mL). For even larger bubbles, generated by pushing quickly on the syringe, we do observe a fragmentation, as the capillary forces are not sufficient anymore to maintain the bubble shape. However, this fragmentation occurs immediately during the bubble formation at the nozzle, and therefore cannot be compared to the mechanism of flat front development reported for PEO solutions. This confirms that the origin of the instability previously described lies in the non-Newtonian properties of the fluid.

Figure 4 displays the evolution of the bubble vertical velocity, U , as a function of its volume V , for $c = 4$ g/L. Two regimes are reported: for low volumes ($V < 0.2$ mL), the bubble velocity is proportional to its volume; then the increase is much smaller, and the velocity reaches roughly a plateau, although the cusped bubbles motion is still purely vertical (up to 0.5-0.6 mL). The minimum observed around 0.8 mL can be explained by the fact that the bubbles now exhibit instabilities (deflection or fragmentation), meaning that their velocity is not purely vertical and thus, in absolute, larger than U . The vertical velocity variations as a function of volume are similar for the other PEO concentrations, the curves are only shifted towards lower velocities when the concentration increases, in agreement with the viscosity increase with respect to the concentration (see Figure 2). We define (V^*, U^*) as the critical volume and velocity for which the bubble reaches the vertical velocity plateau, which is arbitrarily set at $V^* = 0.5$ mL (black arrow, Figure 4). Figure 4, inset, shows the evolution of the critical velocity U^* as a function of the PEO concentration. We report a strong decrease, going from $U^* \approx 8$ cm.s⁻¹ for $c = 3$ g/L to $U^* \approx 2$ cm.s⁻¹ for $c = 6$ g/L.

Note that we do not observe, in confined experiments, the terminal velocity discontinuity observed when bubbles of in-

creasing volume rise in non-Newtonian, unconfined liquids [19, 20]. This latter has been interpreted in terms of a transition between the Stokes to the Hadamard-Rybczynski regime [19], or the appearance of the so-called negative wake behind the bubble [16, 20]. Although a gap exists in the data (no data points between 0.15 and 0.26 mL in Fig. 4), it cannot be interpreted as a discontinuity. In the specific experiment at $c = 4$ g/L, it is due to the bubble injection method: large bubbles are generated by pushing quickly on the syringe, resulting in the coalescence of small bubbles close to the injection nozzle. We therefore observe a gap between the small bubbles ($V < 0.2$ mL) generated individually and the larger bubbles ($V > 0.25$ mL) generated by smaller bubbles coalescence. In the next section, we will focus on the description of the instabilities occurring when the bubble is above a critical volume, and exhibits either a deflection or a fragmentation.

4. Analysis of the instabilities

4.1. Instability threshold

Here, we characterize the transition between the cusped bubbles, rising vertically, and the bubbles displaying an instability (deflection or fragmentation). From the data presented in Figure 4, it is possible to quantify the volume and velocity above which the bubbles exhibit an instability for each PEO concentration. To characterize the transition, we introduce two dimensionless numbers which describe the forces at stake in the system. First, the Reynolds number compares the inertial forces to viscous forces, $Re = uL/\nu$, where u and L are a typical velocity and length scale, respectively, and $\nu = \eta/\rho$ the kinematic viscosity, with $\rho \simeq 1000$ kg.m⁻³ the fluid density. Then, due to the importance of capillary forces in the system, we introduce the Bond number (or Eötvös number), which compares buoyancy to surface tension forces, $Bo = \Delta\rho g L'^2/\sigma$, where $\Delta\rho \simeq \rho$ is the density difference between the air in the bubble and the surrounding fluid, $g = 9.81$ m.s⁻² is the gravitational acceleration, L' a typical length and σ the surface tension. For estimating these numbers, the difficulty arises in choosing the right length scales, as well as the viscosity - which, we remind, strongly varies with the shear rate, *i.e.* with the bubble size and velocity.

For the Reynolds number estimation, the following scales are chosen: $u \sim U$, the bubble velocity; $L \sim r = \sqrt{S/\pi}$, the bubble equivalent radius estimated from its apparent surface, S , and $\eta \sim \eta(\dot{\gamma})$, where $\dot{\gamma} \simeq U/r$ is the typical shear rate.

$$Re \sim \frac{\rho U r}{\eta(\dot{\gamma})} \quad (4)$$

where $\eta(\dot{\gamma})$ is estimated from each PEO rheology (see Figure 2 and Table 1). For the Bond number estimation, note that two length scales are at stake. Indeed, the buoyancy forces depend directly on the volume, which can be estimated here as $V \simeq S \cdot e$ (see section 2.3), and $S \sim r^2$, which leads to

$$Bo \sim \frac{\rho g e r}{\sigma} \quad (5)$$

Figure 5 displays the Bond vs. Reynolds number at the instability threshold for the four PEO concentrations. Despite

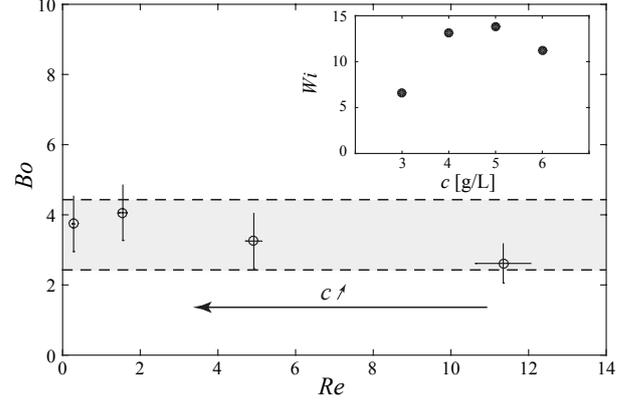


Figure 5: Bond number as a function of the Reynolds number at the transition between bubbles rising vertically and bubbles exhibiting an instability (deflection or fragmentation). The black arrow indicates the evolution of the PEO concentration [$c = 3, 4, 5, 6$ g/L]. *Inset*: Weissenberg number Wi at the transition as a function of the PEO concentration c (see text).

small variations, the Bond number is roughly constant at the transition, $Bo \simeq 3.5 \pm 1$, although the Reynolds number varies strongly, from $Re = 11.3$ for $c = 3$ g/L to $Re = 0.3$ for $c = 6$ g/L. This result tends to indicate that the transition is controlled by the Bond number, *i.e.* mainly by the bubble size, r . The point for $c = 3$ g/L has to be interpreted with caution. Indeed, even if the bubbles exhibit a transition between a stable teardrop shape rising vertically and the appearance of instabilities, these latter are coupled to inertial instabilities deforming the bubble shape (see section 3). The independence of the transition on the Reynolds number is further discussed in section 5.

Because the PEO solutions are viscoelastic (see section 2.2), one can wonder if the Weissenberg number, comparing the elastic and viscous forces, may be a better parameter to explain the appearance of instabilities. We thus estimate the Weissenberg number by

$$Wi = \tau \dot{\gamma} \quad (6)$$

where τ is a typical fluid relaxation time and $\dot{\gamma} \simeq U/r$ the typical shear rate [45, 46, 47], with U and r the velocity and radius of the bubble at the transition. As previously, the difficulty arises in estimating the right parameters, in particular the relaxation time, as a polymeric liquid is generally characterized by a large spectrum of relaxation times [46]. Here, we take τ as the relaxation time estimated with the Carreau-Yasuda model (see section 2.2, Fig. 2c, inset and Table 1), as already proposed in previous work [44]. The Weissenberg number is typically between 5 and 15 (Figure 5, inset), indicating a non-negligible elastic component. However, its variation is large at the transition, and its value does not indicate a predominance of elastic forces respect to viscous forces right at the appearance of the instabilities. The Bond number is therefore a better candidate to control the triggering of the instabilities.

4.2. Deflection vs. fragmentation

In figure 6, two sequences of images show the bubble dynamics during the deflection or fragmentation process. Con-

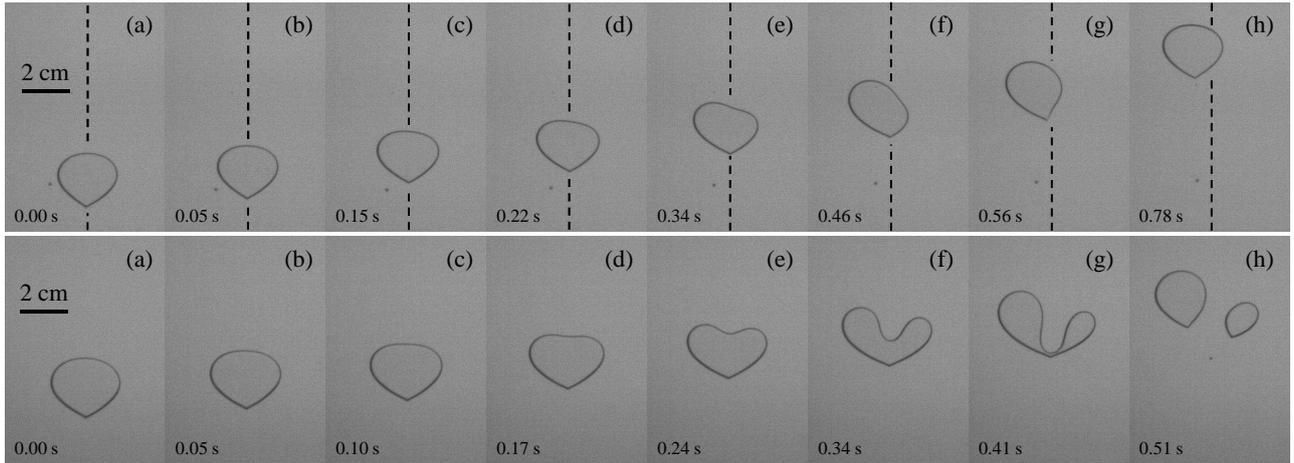


Figure 6: Sequence of images for a rising bubble exhibiting a deflection (*upper panel*, $V = 1.0$ mL) or fragmenting (*lower panel*, $V = 1.1$ mL) [$c=4$ g/L]. The time relative to the first image (a) is indicated on the images (a-h). The black dashed line in the upper panel indicates the vertical trajectory of the rising bubble before its deflection. The images from the upper and lower sequences have been cropped to zoom on the bubbles and do not correspond to the same location in the experimental cell.

rary to the bubbles of smaller volumes (round or cusped bubbles), the bubble deforms as follows. First, it develops a flat front at its head. This flat front can develop at any location in the experimental cell and exhibits an apparently random angle, α , respect to the horizontal (Fig. 3c). In all experiments, no value of α larger than 40° was reported. The behavior of the bubble – deflection or fragmentation – is directly related to the front angle α .

For $\alpha > 10^\circ$, the bubble trajectory is systematically deviated in the direction opposite to the flat front (Figure 6c-g, upper panel). It experiences a lateral motion, before recovering its initial shape (Figure 6h, upper panel). After the deflection, it rises vertically over some distance, before developing a flat front again. Note that the motion is not oscillatory. Indeed, the flat develops randomly on either side of the bubble, which can exhibit successive deflections without any periodic alternance. An example of the temporal evolution of the horizontal position of the bubble center of mass, y_M , can be seen in Figure 7, inset, where the bubble experiences four deflections along its rise, one towards $y > 0$, two towards $y < 0$ and the last one towards $y > 0$. The reference $y = 0$ is taken here at the vertical of the injection nozzle.

For $\alpha < 4^\circ$, the bubble dynamics is always a fragmentation, which occurs via the growth of a fingering instability on the bubble front (Figure 6, lower panel). In this case, the capillary forces are not enough to maintain the bubble as a whole, the finger grows until reaching the rear of the bubble (Figure 6g, lower panel), which then fragments into two smaller bubbles (Figure 6h, lower panel). Note that these smaller bubbles can further experience deflection or fragmentation if their volume is large enough. In the intermediate range ($4 \leq \alpha \leq 10^\circ$), the deflection and fragmentation phenomena overlap, and we cannot predict *a priori* the bubble dynamics.

Figure 7 displays the horizontal deviation Δy of the deflected bubbles as a function of the absolute value of the front angle which develops at the beginning of the deflection insta-

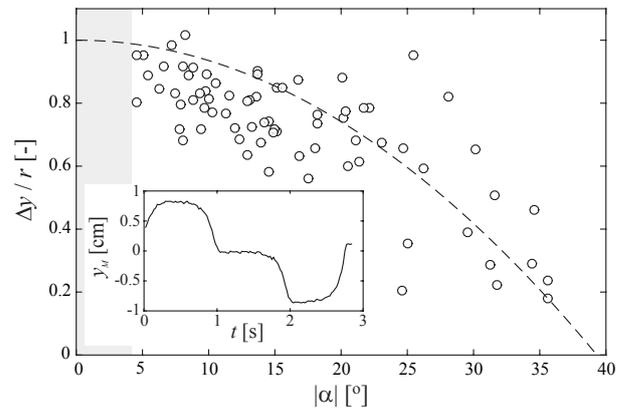


Figure 7: Horizontal motion of the deflected bubbles, Δy , normalized to the bubble equivalent radius, r , as a function of the absolute value of the angle of the flat front, $|\alpha|$ [$c = 4$ g/L]. The gray zone indicates the region $\alpha < 4^\circ$, in which the bubbles fragment. The dashed line is a parabolic fit of the data (see text). *Inset*: Example of the horizontal position y_M of the bubble center of mass for a deflected bubble. Note that the motion is not oscillatory, the deflection here being one right (towards $y > 0$), twice left (towards $y < 0$) then one right again (towards $y > 0$).

bility, $|\alpha|$. Δy here represent the absolute value of the horizontal motion, and is normalized by the bubble equivalent radius, r (see section 4.1). The figure therefore compiles deflections towards both $y > 0$ and $y < 0$. The gray zone for $|\alpha| < 4^\circ$ represents the small values of the front angle for which the bubble systematically fragments. The horizontal motion of deflected bubbles ($|\alpha| > 4^\circ$) is always of the order of or smaller than their equivalent radius, and varies between 20% (for $\alpha \sim 35^\circ$) and 100% (for $\alpha \sim 4^\circ$) of this latter. Although the experimental points are scattered, the data can be roughly adjusted by a parabolic shape, $\Delta y/r - 1 = \xi \alpha^2$, where $\xi \simeq 6.5 \times 10^{-4}$.

In the case of bubble fragmentation, we focus on the instability growing from the bubble front towards the bubble tail (see Fig. 6, lower panel, d-g). This finger-like instability can

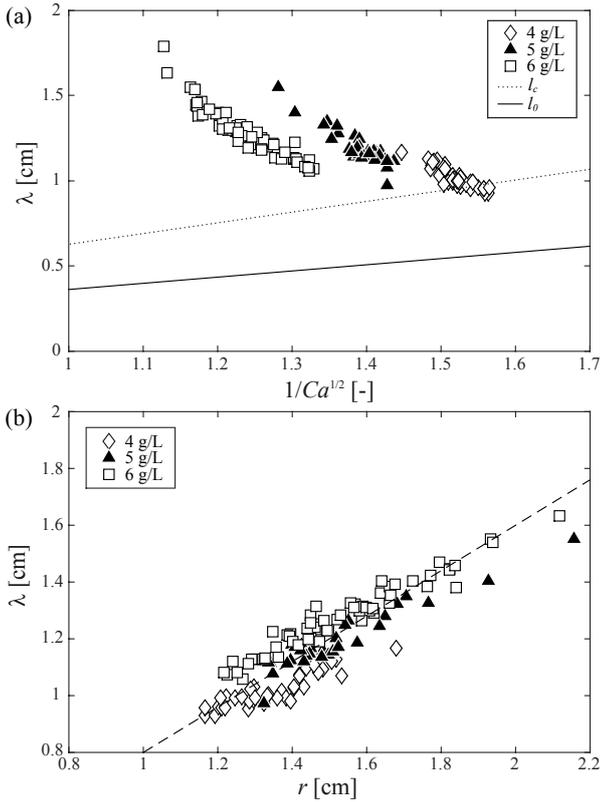


Figure 8: (a) Finger width λ (defined in Fig. 3d) as a function of $1/Ca^{1/2}$ for fragmenting bubbles, for the different PEO concentrations. The full and dotted lines represent the linear stability analysis for Newtonian fluids in the classical Saffman-Taylor problem (see text). (b) λ as a function of the bubble equivalent radius, $r = \sqrt{S/\pi}$, for the different PEO concentrations. The dashed line is the linear fit for all concentrations, $\lambda \approx 0.80r$.

be characterized by the typical width of the finger, measured at half height, when is it fully developed (Fig. 3d). It is tempting to make an analogy with the classical Saffman-Taylor instability, where a finger develops when a less viscous fluid is pushed into a more viscous fluid in a Hele-Shaw cell [21, 22]. A linear stability analysis, for the simple case of Newtonian fluids, shows that the Saffman-Taylor finger growth rate is positive for $l > l_0$, where l is the wavelength, with a maximum growth rate for $l_c = \pi e / \sqrt{Ca}$, and $l_0 = l_c / \sqrt{3}$ [48]. Here, $Ca = \eta U / \sigma$ is the capillary number. Note that if the bubble is too small, $l < l_0$ and the instability will not develop, in agreement with the observations. Figure 8a displays the width λ of the finger obtained in our experiments as a function of $1/Ca^{1/2}$, as predicted for the Newtonian fluid theory. To be consistent, Ca is computed as $Ca = \eta(\dot{\gamma})U / \sigma$, where $\dot{\gamma} \sim U/r$ (see section 4.1) and $\eta(\dot{\gamma})$ is estimated from the PEO rheology (Fig. 2 and Table 1). Although it is consistent with $\lambda > l_0$, the finger width does not match with $\lambda = l_c$, meaning that the non-Newtonian effects are important for these polymer concentrations, and cannot be explained by a simple modification of Darcy's law [27]. For high polymer concentrations and strong non-Newtonian effects, previous studies have pointed out either a finger narrowing, when shear-thinning effects are dominant, or finger widening, when normal stress effects are dominant [26, 27]. The experimental

results displayed in Figure 8 tend to show a finger width larger than the Newtonian prediction. This result is consistent with the fact that the Weissenberg number Wi is larger than 1 when the instabilities are observed in our experiments (see section 4.1). However, these results have to be interpreted with caution. Indeed, on the one hand, the capillary number has been estimated with a typical bubble velocity and radius. The choice of U and L (here, $L \sim r$, the bubble equivalent radius) may affect the estimation of Ca . On the other hand, let us remember that our experimental configuration is far from the classical instability of an infinite interface as in the Saffman-Taylor problem. Note that, finally, the width of the finger does not seem to depend much on the PEO concentration, and always ranges between $\lambda \approx 1$ and 2 cm.

A more straightforward dependence is found by plotting λ as a function of the bubble equivalent radius, $r = \sqrt{S/\pi}$. All the data roughly collapse on a straight line, leading to $\lambda \approx 0.80r$, independently of the PEO concentration. This results points out that the bubble size is the dominant parameter controlling the fingering instability.

5. Discussion and conclusion

Bubbles rising in a confined polymer solution develop instabilities when their volume is larger than a critical volume. This instability leads either to the bubble fragmentation, with the formation of a finger growing until reaching the bubble tail, or to a peculiar horizontal deflection of the bubble trajectory. Similar experiments made with a Newtonian fluid, a water-glycerol mixture with $\eta = 0.1$ Pa.s, matching the average viscosity experienced by the bubble for the PEO solution at $c = 4$ g/L, did not display any bubble deflection, although fragmentation can be observed for very large volumes - larger than the range used in the PEO experiments. In this last case however, the fragmentation mechanism does not result from the bubble rise and development of a flat front, but from a transient process where capillary forces are not sufficient anymore to maintain the bubble shape at the injection.

The instabilities appearance is almost independent of the Reynolds number. This independence has been previously reported in the case of path instabilities of bubbles in Newtonian fluids, where the bubble shape, and not the Reynolds number, was found as the dominant parameter to trigger the instability [33]. Although the nature of the instabilities and the experimental conditions are different, it is interesting to point out that in both cases, the instabilities seem to be driven by the bubble shape rather than its inertia. Indeed, this work points out that the Bond number is the possible dimensionless parameter responsible for the triggering of the instability, while the finger width in the case of bubble fragmentation is directly controlled by the bubble size.

The physical mechanism at the origin of the instabilities, however, still remains unknown. Because the instabilities are not observed for the water-glycerol solutions, their possible origin lies in the non-Newtonian properties of the fluid. Although elastic effects and normal stresses are non-negligible, they do

not seem to directly control the instability threshold. As a tentative explanation, we propose that the existence of the flat front, which leads to the instability development, is due to the fluid strong shear-thinning properties. Indeed, as the fluid is shear-thinning, the local viscosity is smaller on the sides of the bubble, where the larger shear locates, than on its front, as was previously reported in 3D experiments [49]. Hence, the bubble sides have a tendency to rise faster than its front, causing the observed flattening at an angle α . If α is large enough (typically, $\alpha > 4^\circ$), the bubble deviates from its trajectory, and the capillary forces are enough to prevent its fragmentation. The lateral deviation, normalized by the equivalent bubble radius, follows a decreasing parabolic trend as a function of α . No explanation has been found at present for this behavior. If $\alpha < 4^\circ$, a phenomenon analogous to viscous fingering occurs. The capillary forces are not strong enough to prevent the finger growth, until it reaches the bubble tail and leads to the bubble fragmentation. An overlap is reported between deflection and fragmentation for $4 < \alpha < 10^\circ$.

To confirm the above explanation, further work would be necessary to separate shear-thinning and elastic effects. Previous studies on bubbles ascending in shear-thinning, inelastic fluids in non-confined columns pointed out the importance of shear-thinning effects on the bubbles hydrodynamics [50, 51], which could support the origin of the instabilities in the confined geometry.

Acknowledgments

The authors acknowledge the editor and two anonymous referees for their comments which greatly helped in improving the manuscript, especially concerning the PEO rheological characterization and the role of normal stresses.

6. References

- [1] B. P. Boudreau, C. Algar, B. D. Johnson, I. Croudace, A. Reed, Y. Furukawa, K. M. Dorgan, P. A. Jumars, A. S. Grader, B. S. Gardiner, Bubble growth and rise in soft sediments, *Geology* 33 (6) (2005) 517–520.
- [2] C. Bourry, B. Chazallon, J. L. Charlou, J. P. Donval, L. Ruffine, P. Henry, L. Gely, M. N. Çagatay, S. Inan, M. Moreau, Free gas and gas hydrates from the Sea of Marmara, Turkey. Chemical and structural characterization, *Chem. Geol.* 264 (2009) 197–206.
- [3] S. Vergnolle, G. Brandeis, Origin of the sound generated by Strombolian explosions, *Geophys. Res. Lett.* 21 (18) (1994) 1959–1962.
- [4] S. Vergnolle, G. Brandeis, Strombolian explosions 1. A large bubble breaking at the surface of a lava column as a source of sound, *J. Geophys. Res.* 101 (B9) (1996) 20433–20447.
- [5] M. Ripepe, E. Gordeev, Gas bubble dynamics model for shallow volcanic tremor at Stromboli, *J. Geophys. Res.* 104 (B5) (1999) 10639–10654.
- [6] K. R. Jones, J. B. Johnson, R. Aster, P. R. Kyle, W. C. McIntosh, Infrasonic tracking of large bubble bursts and ash venting at Erebus Volcano, Antarctica, *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 177 (2008) 661–672.
- [7] C. K. Algar, B. P. Boudreau, Transient growth of an isolated bubble in muddy, fine-grained sediments, *Geochim. Cosmochim. Acta* 73 (2009) 2581–2591.
- [8] E. W. Llewellyn, M. Manga, Bubble suspension rheology and implications for conduit flow, *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 143 (2005) 205–217.
- [9] L. Caricchi, L. Burlini, P. Ulmer, T. Gerya, M. Vassalli, P. Papale, Non-Newtonian rheology of crystal-bearing magmas and implications for magma ascent dynamics, *Earth Planet. Sci. Lett.* 264 (2007) 402–419.
- [10] M. Manga, M. Loewenberg, Viscosity of magmas containing highly deformable bubbles, *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 105 (2001) 19–24.
- [11] R. P. Chhabra, *Bubbles, Drops and Particles in Non-Newtonian Fluids*, CRC Press, Technology & Engineering, 1993, 417 p.
- [12] T. Tsukada, H. Mikami, M. Hozawa, N. Imaishi, Theoretical and experimental studies of the deformation of bubbles in quiescent Newtonian and non-Newtonian liquids, *J. Chem. Eng. Japan* 23 (2) (1990) 192–198.
- [13] D. Funfschilling, H. Z. Li, Effects of the injection period on the rise velocity and shape of a bubble in a non-Newtonian fluid, *Chem. Eng. Res. Des.* 84 (A10) (2006) 875–883.
- [14] C. Málaga, J. M. Rallison, A rising bubble in a polymer solution, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 141 (2007) 59–78.
- [15] L. G. Leal, J. Skoog, A. Acrivos, On the motion of gas bubbles in a viscoelastic liquid, *Can. J. Chem. Eng.* 49 (1971) 569–575.
- [16] O. Hassager, Negative wake behind bubbles in non-newtonian liquids, *Nature* 279 (1979) 402–403.
- [17] A. Belmonte, Self-oscillations of a cusped bubble rising through a miscellar solution, *Rheol. Acta* 39 (2000) 554–559.
- [18] N. Handzy, A. Belmonte, Oscillatory rise of bubbles in wormlike miscellar fluids with different microstructures, *Phys. Rev. Lett.* 92 (12) (2004) 124501.
- [19] Y. Kawase, J. J. Ulbrecht, On the abrupt change of velocity of bubbles rising in non-Newtonian liquids, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 8 (1981) 203–212.
- [20] J. R. Herrera-Velarde, R. Zenit, D. Chehata, B. Mena, The flow of non-Newtonian fluids around bubbles and its connection to the jump discontinuity, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 111 (2003) 199–209.
- [21] P. G. Saffman, G. Taylor, The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid, *Proc. Roy. Soc., Ser. A* 245 (1958) 312–329.
- [22] P. G. Saffman, Viscous fingering in Hele-Shaw cells, *J. Fluid Mech.* 173 (1986) 73–94.
- [23] D. C. Hong, J. S. Langer, Analytic theory of the selection mechanism in the Saffman-Taylor problem, *Phys. Rev. Lett.* 56 (19) (1986) 2032–2035.
- [24] P. Tabeling, G. Zocchi, A. Libchaber, An experimental study of the Saffman-Taylor instability, *J. Fluid Mech.* 177 (1987) 67–82.
- [25] A. Lindner, D. Bonn, J. Meunier, Viscous fingering in a shear-thinning fluid, *Phys. Fluids* 12 (2) (2000) 256–261.
- [26] A. Lindner, D. Bonn, J. Meunier, Viscous fingering in complex fluids, *J. Phys.: Condens. Matter* 12 (2000) A477–A482.
- [27] A. Lindner, D. Bonn, E. Corvera Poiré, M. Ben Amar, J. Meunier, Viscous fingering in a non-Newtonian fluid, *J. Fluid Mech.* 469 (2002) 237–256.
- [28] G. Taylor, P. G. Saffman, A note on the motion of bubbles in a Hele-Shaw cell and porous medium, *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 12 (3) (1959) 265–279.
- [29] V. Roig, M. Roudet, F. Risso, A.-M. Bilet, Dynamics of a high-Reynolds-number bubble rising within a thin gap, *J. Fluid Mech.* 707 (2012) 444–466.
- [30] X. Wang, B. Klaasen, J. Degrève, B. Blanpain, F. Verhaeghe, Experimental and numerical study of buoyancy-driven single bubble dynamics in a vertical Hele-Shaw cell, *Phys. Fluids* 26 (2014) 123303.
- [31] A. Filella, P. Ern, V. Roig, Oscillatory motion and wake of a bubble rising in a thin-gap cell, *J. Fluid Mech.* 778 (2015) 60–88.
- [32] M. Kawaguchi, S. Niga, N. Gou, K. Miyake, Buoyancy-driven path instabilities of bubble rising in simple and polymer solutions of Hele-Shaw cell, *J. Phys. Soc. Jpn.* 75 (12) (2006) 124401.
- [33] R. Zenit, J. Magnaudet, Path instability of rising spheroidal air bubbles: A shape-controlled process, *Phys. Fluids* 20 (2008) 061702.
- [34] H. Kozuka, Y. Ikeda, M. Kawaguchi, Path instabilities of bubble rising in polymer solutions of Hele-Shaw cell, *J. Phys. Soc. Jpn.* 78 (11) (2009) 114604.
- [35] M. Yamamoto, M. Kawaguchi, Differences in path instabilities between a bubble rising in water and in aqueous polymer solution in a Hele-Shaw cell in the transient and steady states, *J. Disper. Sci. Technol.* 32 (2011) 1445–1451.
- [36] W. W. Graessley, S. F. Edwards, Entanglement interactions in polymers and the chain contour concentration, *Polymer* 22 (1981) 1329–1334.
- [37] B. Song, J. Springer, Determination of interfacial tension from the profile of a pendant drop using computer-aided image processing 1. Theoretical, *J. Colloid Interf. Sci.* 184 (1996) 64–76.
- [38] B. Song, J. Springer, Determination of interfacial tension from the profile of a pendant drop using computer-aided image processing 2. Experimental, *J. Colloid Interf. Sci.* 184 (1996) 77–91.

- [39] V. Gauri, K. W. Koelling, Extensional rheology of concentrated poly(ethylene oxide) solutions, *Rheol. Acta* 36 (1997) 555–567.
- [40] R. B. Bird, R. C. Armstrong, O. Hassager, *Dynamics of Polymeric Liquids*, Wiley, New York, 1987, Vol. I and II.
- [41] C. W. Macosko, *Rheology: Principles, Measurements, and Applications*, Wiley-VCH, 1994, 568 p.
- [42] R. K. Gupta, *Polymer and composite rheology*, CRC Press, 2000, 2nd edition, 416 p.
- [43] P. Aussillous, D. Quéré, Quick deposition of a fluid on the wall of a tube, *Phys. Fluids* 12 (10) (2000) 2367–2371.
- [44] R. G. Sousa, S. Nogueira, A. M. F. R. Pinto, M. L. Riethmuller, J. B. L. M. Campos, Flow in the negative wake of a Taylor bubble rising in viscoelastic carboxymethylcellulose solutions: particule image velocimetry measurements, *J. Fluid Mech.* 511 (2004) 217–236.
- [45] J. L. White, Dynamics of viscoelastic fluids, melt fracture, and the rheology of fiber spinning, *J. Appl. Polym. Sci.* 8 (1964) 2339–2357.
- [46] J. Dealy, Weissenberg and Deborah numbers – Their definition and use, *Rheol. Bull.* 79 (2) (2010) 14–18.
- [47] R. J. Poole, The Deborah and Weissenberg numbers, *Rheol. Bull.* 53 (2) (2012) 32–39.
- [48] A. Lindner, L'instabilité de Saffman-Taylor dans les fluides complexes : relation entre les propriétés rhéologiques et la formation de motifs, Ph.D. thesis, Université Paris VI, Paris, 194 p. (2000).
- [49] S. Li, Y. Ma, T. Fu, C. Zhu, H. Li, The viscosity distribution around a rising bubble in shear-thinning non-Newtonian fluids, *Braz. J. Chem. Eng.* 29 (2) (2012) 265–274.
- [50] J. R. Vélez-Cordero, R. Zenit, Bubble cluster formation in shear-thinning inelastic bubbly columns, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 166 (2011) 32–41.
- [51] J. R. Vélez-Cordero, D. Sámano, P. Yue, J. J. Feng, R. Zenit, Hydrodynamic interaction between a pair of bubbles ascending in shear-thinning inelastic fluids, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 166 (2011) 118–132.

Bubbles trapped in a fluidized bed: Trajectories and contact area

Raphaël Poryles,¹ Valérie Vidal,¹ and Germán Varas^{2,*}

¹Laboratoire de Physique, École Normale Supérieure de Lyon, Université de Lyon–CNRS, 46 Allée d'Italie, 69364 Lyon Cedex 7, France

²Instituto de Física, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Avenida Universidad 330, Valparaíso, Chile

(Received 21 December 2015; published 22 March 2016)

This work investigates the dynamics of bubbles in a confined, immersed granular layer submitted to an ascending gas flow. In the stationary regime, a central fluidized zone of parabolic shape is observed, and the bubbles follow different dynamics: either the bubbles are initially formed outside the fluidized zone and do not exhibit any significant motion over the experimental time or they are located inside the fluidized bed, where they are entrained downwards and are, finally, captured by the central air channel. The dependence of the air volume trapped inside the fluidized zone, the bubble size, and the three-phase contact area on the gas injection flow rate and grain diameter are quantified. We find that the volume fraction of air trapped inside the fluidized region is roughly constant and of the order of 2%–3% when the gas flow rate and the grain size are varied. Contrary to intuition, the gas-liquid-solid contact area, normalized by the air injected into the system, decreases when the flow rate is increased, which may have significant importance in industrial applications.

DOI: [10.1103/PhysRevE.93.032904](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.93.032904)

I. INTRODUCTION

Ground fluidization is a process widely encountered in nature. It can be triggered either by an external perturbation—such as a seismic wave in the case of soil failure due to a strong earthquake [1]—or by the penetration of a fluid (liquid or gas) into unconsolidated ground. The latter phenomenon, which is referred to as “venting,” displays many examples in nature, from pockmarks [2,3] and mud volcanoes [4–6] to kimberlite pipes [7–9]. These processes often involve a three-phase flow, with a granular solid phase, saturated or not, and the infiltration of either a gas or another liquid phase. The strong mixing between the phases is a direct consequence of fluidization and has inspired many ecological or industrial applications by mankind. Among these, two societal challenges are air sparging for aquifer sediment decontamination and ground remediation [10–12] and multiphase catalytic reactors, including stirred tanks and slurry bubble columns [13,14]. In both processes, increasing the contact area among the three phases is the main issue in optimizing the reactions.

Due to the complexity of soil structure [15], many models have been developed in the laboratory to investigate the invasion dynamics of a fluid inside a dry [16–18] or immersed [19–27] granular medium and the conditions for its subsequent fluidization. The experiments are performed either at an imposed constant flow rate or overpressure for the injected fluid. The invasion dynamics depends strongly on these parameters, as well as on the initial packing fraction of the bed. It has been shown that for a low injection rate, the fluid crosses the granular matrix without moving the grains significantly, as in a rigid porous medium, while at a high injection rate, the forces exerted by the fluid on the grains are strong enough to trigger instabilities and, possibly, lead to fluidization [21–23,26]. In such fundamental studies, buoyancy-driven systems are not always considered (see, for instance, [24] and [25]), although gravity has a crucial influence on hazard mitigation [10–12] or industrial processes [13,14].

Previous studies have investigated the shape and dynamics of the fluidized zone generated by a single gas injection at the bottom of an immersed granular layer. It has been shown that this fluidized region reaches a stationary shape of parabolic contour [10,11,27–33]. It is formed by a global grain motion which, in a two-dimensional (2D) vertical cell, takes the form of two convective rolls on both sides of the central gas rise [27,32]. The similarity of this parabolic region with the invasion zone in a fixed, porous medium is discussed in Ref. [27]. Contrary to the intuition, small bubbles trapped in this region follow the downward grain motion [27,31,32]. However, their dynamics has scarcely been investigated, although previous attempts have been made in dense, nonfluidized beds [34–36].

In this work, we focus on the dynamics and global characteristics of bubbles trapped in the fluidized zone generated by a single air injection point at the bottom of a water-saturated granular layer. In particular, we investigate under what conditions a bubble remains permanently trapped in the system or is captured by the central air rise. We define global parameters such as the air volume fraction in the fluidized region and the three-phase contact area in the stationary state and quantify their variations as a function of the flow rate and grain size.

II. EXPERIMENTAL SETUP

The experimental setup (Fig. 1) consists of a vertical Hele-Shaw cell (glass plates 40×30 cm, gap $e = 2$ mm) filled with particles immersed in water. The particles are polydisperse, spherical glass beads (Sovitech glass spheres), sieved to obtain four batches with particle diameters $d = 200$ –250, 250–425, 600–710, and 710–965 μm . The grain size distribution is measured by means of a microscope (Optika B-163) and roughly displays a Gaussian shape [27]. The mean value and standard deviation of the particles diameter are therefore determined for each batch (Table I). In the following, we use these values to refer to the grain diameters $d = 218 \pm 17$, 318 ± 44 , 631 ± 37 , and 802 ± 68 μm , respectively.

*german.varas@pucv.cl

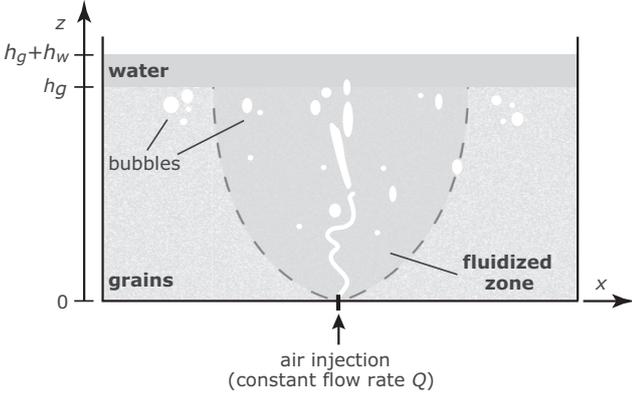


FIG. 1. Sketch of the experimental setup. A vertical Hele-Shaw cell is filled with grains immersed in water. Air is injected at the bottom at a constant flow rate Q . In the stationary regime, the central air rise forms a fluidized zone (see text). Bubbles are either trapped outside or entrained by the granular convection inside the central fluidized region.

To ensure reproducible experiments, the initial condition is set as follows. A fixed amount of grains is poured in the cell, which is then entirely filled with water, closed, and flipped over. When the sedimentation is almost complete, the cell is flipped back to its original vertical position. After sedimentation, the grain's free surface is gently smoothed with a thin pole, to obtain a horizontal free surface at a given height h_g (Fig. 1). This method allows us to remove all the bubbles from the initial immersed granular layer, and ensures a reproducible initial random loose packing fraction of the grains. Water is then removed from the system with a syringe, until only a shallow water layer (height h_w) remains above the granular bed (Fig. 1). Note that a small h_w makes it possible to avoid particle advection in the above liquid layer and the subsequent formation of a crater at the surface [37]. In all our experiments, the granular bed and water layer heights are fixed to $h_g = 20$ cm and $h_w = 2$ cm, respectively.

At $t = 0$ s, air is injected at a constant flow rate Q from a nozzle (inner diameter, 1 mm) located at the bottom center of the cell. The flow rate Q is fixed in the range 0.16–3.3 mL/s by a digital mass flow controller (M+W Instruments model D-6311). An LED panel ensures a constant backlight. Images of the experimental cell are recorded with a camera (PixeLINK model PL-B741U; 1280×800 px²) at a frame rate of one image every 10 s, allowing us to follow the system evolution over long times (typically, 20 h).

TABLE I. Grain diameters from sieving and from measurements (average and standard deviation from a Gaussian fit of the grain size distribution; see [27]).

d (from sieving)	d (measured)
200–250 μm	218 ± 17 μm
250–425 μm	318 ± 44 μm
600–710 μm	631 ± 37 μm
710–965 μm	802 ± 68 μm

III. BUBBLE DYNAMICS

Previous works have pointed out that, independently of the initial air invasion regime at short times (percolation or fracture), similar three-phase systems develop a fluidized zone of parabolic shape, characterized by a central air channel and two lateral granular convection rolls [27,31–33]. In this section, we focus on the dynamics of the bubbles located either inside or outside the fluidized zone.

A. Spatiotemporal diagrams

Due to the backlight and the confinement in the vertical Hele-Shaw cell, bubbles crossing the granular layer appear white or light gray in the images, in contrast to grains which appear dark gray [see, for instance, Figs. 2(b) and 2(d)]. To follow the bubble dynamics, we introduce two variables computed from the binarized image sequence,

$$\xi_x(x, t) = \sum_z I(x, z, t), \quad (1)$$

$$\xi_z(z, t) = \sum_x I(x, z, t), \quad (2)$$

where $I(x, z, t)$ is the intensity at coordinates (x, z) and time t , and the sum is performed over the whole experimental time (typically, 20 h). Due to the binarization, $I(x, z, t) = 1$ for a bubble; otherwise, $I(x, z, t) = 0$. The normalized variables are then written $\bar{\xi}_x = \xi_x(x, t) / \max(\xi_x(x, t))$ and $\bar{\xi}_z = \xi_z(z, t) / \max(\xi_z(z, t))$, where $\max(\xi_x(x, t))$ and $\max(\xi_z(z, t))$ are computed over the total experimental time. $\bar{\xi}_x(x, t)$ and $\bar{\xi}_z(z, t)$ therefore represent the probability that a bubble is located on a vertical, $x = \text{const.}$ (horizontal, $z = \text{const.}$) line at time t .

Figures 2(a) and 2(c) display the spatiotemporal diagrams of $\bar{\xi}_x$ (upper panels) and $\bar{\xi}_z$ (lower panels) for two flow rates. The central air channel is clearly distinguishable in the spatiotemporal diagram of $\bar{\xi}_x$, which exhibits a strong signal around $x = 0$, at the vertical of the air injection point. The fluctuations of this central signal, corresponding to fluctuations of the central air channel geometry, are the consequence of sporadic events during which the gas in the channel explores the fluidized zone laterally. These lateral bursts can create additional bubbles, which are further entrained by the granular convection motion and eventually captured back by the central air channel [see, for example, the signature of bubble formation at $t \simeq 13$ h; Fig. 2(a), upper panel]. The white region up to $z \simeq 1$ cm [Figs. 2(a) and 2(c), lower panels] is the signature of an air finger, starting from the injection nozzle, above which we observe bubble fragmentation and lateral exploration—leading to gray, noisy background in the spatiotemporal diagram representing $\bar{\xi}_z(z, t)$.

Interestingly, the majority of the bubbles trapped inside the fluidized zone on both sides of the central air channel [dark-gray lines in Figs. 2(a) and 2(c)] are formed at the beginning of the experiment. Indeed, the initial gas invasion pattern (either percolation or fracture) explores a wide region of the granular bed, and many bubbles get trapped in this process, before the formation of the fluidized zone and the stabilization of the central air channel. These bubbles can be classified into two categories: (i) if the bubbles are initially

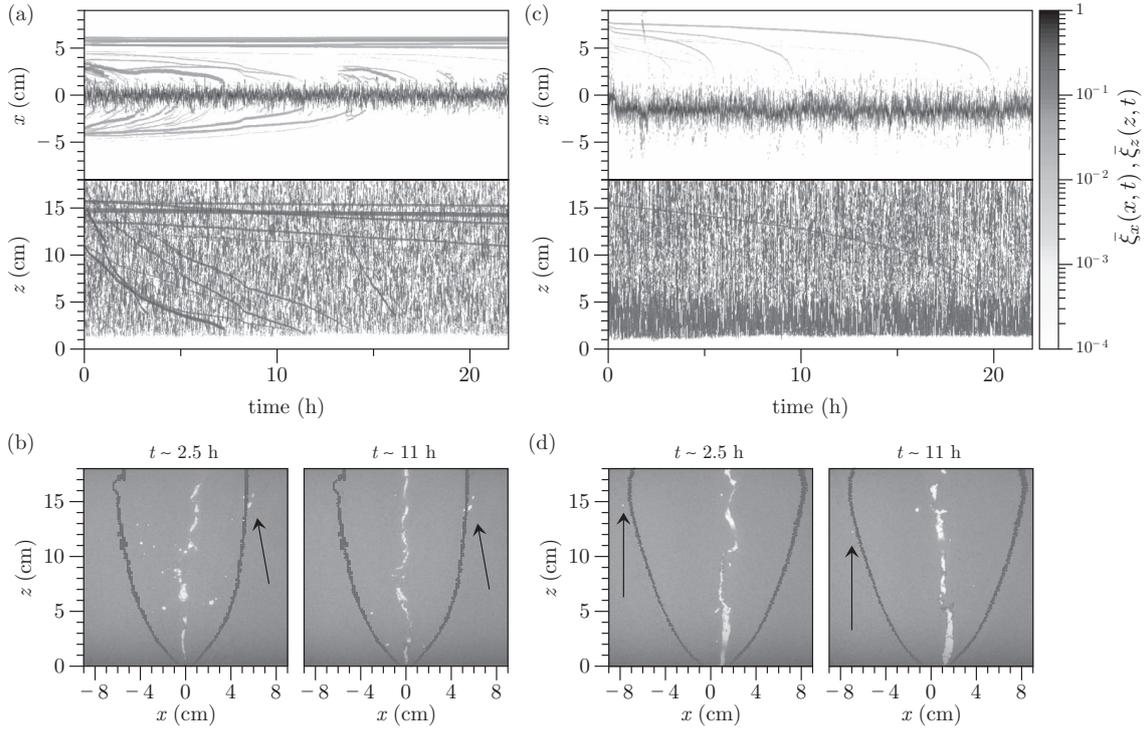


FIG. 2. Spatiotemporal diagrams and images of the experiment at different times ($t = 2.5$ h and $t = 11$ h) for different injection flow rates: (a, b), $Q = 0.66$ mL/s; (c, d) $Q = 1.98$ mL/s. The central air channel and bubble trajectories can be clearly seen in the spatiotemporal diagram (a, c). The dark-gray line on the images (b, d) indicates the contour of the fluidized zone (see text); the black arrows (b, d) point out bubbles trapped outside the fluidized zone, which are trapped permanently or exhibit a very slow motion when close to the fluidized-zone boundary [$d = 318 \pm 44$ μm].

formed inside the fluidized zone, they are entrained by the granular convection and, after some time, captured by the central air channel [curved dark-gray lines; Figs. 2(a) and 2(c), upper panels]; and (ii) if the bubbles are initially formed outside the fluidized zone, they remain trapped in the system and do not exhibit any significant motion [horizontal dark-gray lines; Fig. 2(a), upper panel].

Figures 2(b) and 2(d) show two pictures of the experiment corresponding to Figs. 2(a) and 2(c), respectively, taken at $t = 2.5$ h and $t = 11$ h. Gray lines in the pictures indicate the boundary of the fluidized zone (see Sec. IV). If the bubbles are located inside the fluidized zone [gray line in Figs. 2(b) and 2(d)], they are eventually captured by the central air channel. Examples of bubbles initially trapped outside, but close to the fluidized zone, in the apparently motionless grain matrix, are displayed in Figs. 2(b) and 2(d) (black arrows). The slow bubble motion observed between $t = 2.5$ h and $t = 11$ h is discussed in Sec. V. Note that these bubbles may also be eventually captured back inside the fluidized zone [Figs. 2(c) and 2(d)].

B. Bubble trajectories

Figure 3(a) displays different bubble trajectories. To get the contour of the fluidized region, we use the previous determination by Varas *et al.* [33] and Ramos *et al.* [27], based on a parabolic fit of its contour, $z = x^2/D$, where the coefficient D depends mainly on the injected flow rate Q , although its dependence on the grain size can be discussed

[33]. Plotting z as a function of x/\sqrt{D} makes it possible to superimpose on the same graph fluidized regions of different size, obtained when varying the flow rate Q [Fig. 3(a); gray zone]. Bubbles, initially created on the top part of the granular bed ($z > 15$ cm), follow a downward motion as they are entrained by the global granular convection in the central region [Fig. 3(a); white and gray squares]. To quantify the departure from a parabolic trajectory, we represent in the inset its normalized trajectory, ζ_z as a function of ζ_x^2 , with

$$\zeta_x = \frac{(x - x_{\min})}{(x_{\max} - x_{\min})}, \quad (3)$$

$$\zeta_z = \frac{(z - z_{\min})}{(z_{\max} - z_{\min})}, \quad (4)$$

where (x_{\max}, z_{\max}) and (x_{\min}, z_{\min}) represent the first and last points of the bubble trajectory, from its creation until its capture by the central air channel [hatched zone; Fig. 3(a)], whose typical width is about 1 cm [see, for instance, Figs. 2(b) and 2(d)]. Bubbles initially trapped inside the fluidized zone follow an almost-vertical motion before collapsing onto a parabolic trajectory [red line; Fig. 3(a), upper-left inset]. Interestingly, the bubbles initially on the fluidized-zone border (or even slightly outside) follow an almost-perfect parabolic trajectory [red line; Figure 3(a), lower-right inset].

Figure 3(b) represents the velocity of three bubbles initially located in a close neighborhood [same symbols as the trajectories represented in Fig. 3(a)]. For bubbles located at

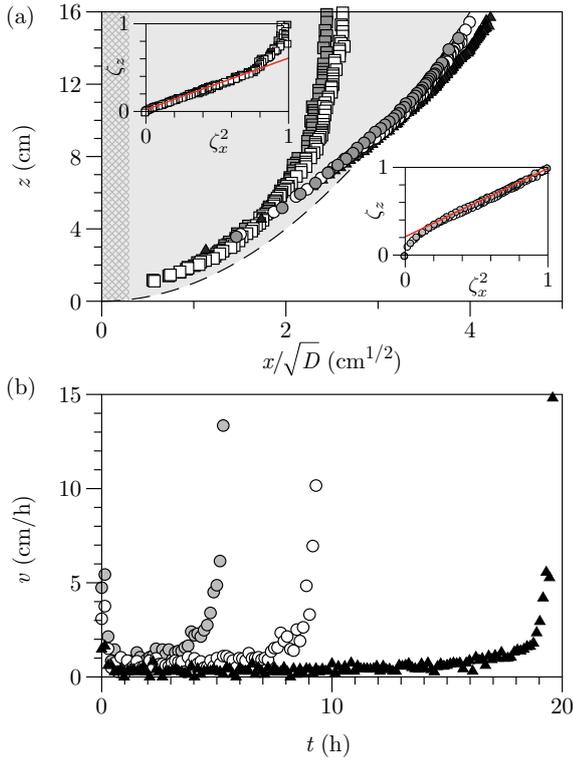


FIG. 3. Bubble dynamics [$d = 318 \pm 44 \mu\text{m}$, $Q = 0.66 \text{ mL/s}$ (white and gray squares) and $Q = 1.98 \text{ mL/s}$ (white and gray circles, black triangles)]. (a) Examples of bubble trajectories. The altitude z is represented as a function of x/\sqrt{D} , so that parabolic fluidized regions of different size, for different Q , are superimposed. The hatched zone represents the central air rise. Inset: Normalized trajectory ζ_z vs ζ_x^2 (see text) for bubbles inside (top left) or close to the border of (bottom right) the fluidized zone. (b) Velocity of the bubbles located close to the fluidized-zone border (a). In spite of their close initial locations, the bubbles exhibit very different survival times. Note that the bubble initially outside the fluidized zone (black triangles) exhibits slow motion and is finally captured back by the central air channel.

the border, a very small difference in their initial location has a drastic consequence on their survival time, which can vary from 5 to 20 h. The fact that a bubble initially trapped outside the fluidized zone can also move—although very slowly—is discussed in Sec. VB.

Previous work pointed out bubbles as tracers of the granular convection taking place in the fluidized zone [27,32]. As such, it would seem natural for their trajectory to follow a roughly parabolic shape—the shape of the fluidized region border, which constrains the granular flow. Why bubbles trapped inside the fluidized zone exhibit such a vertical motion at the beginning, in apparent contradiction with the global convective motion, is unraveled in Fig. 4. The contour of the fluidized region, previously determined from a parabolic contour fit, is represented as the dashed line, while the real fluidized zone, determined in Sec. IV B, is displayed in red (light) color. The departure from the parabolic contour is clearly shown not only close to the surface, but for almost the whole upper half of the granular bed. A few bubble positions are represented over the whole experimental time, typically $t \approx 20 \text{ h}$ (Fig. 4). The

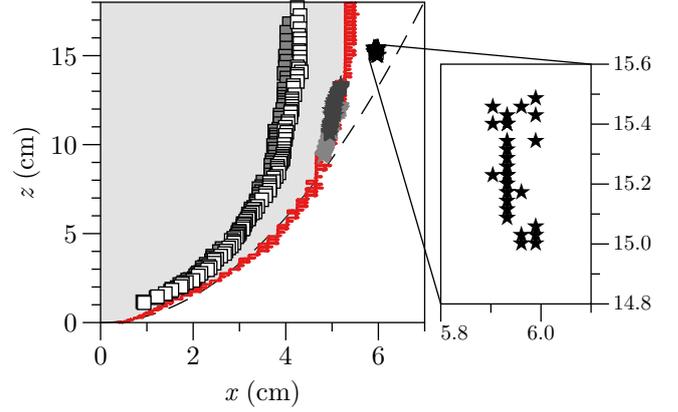


FIG. 4. Bubble trajectories and determination of the fluidized-zone boundary ($d = 318 \pm 44 \mu\text{m}$, $Q = 0.66 \text{ mL/s}$). The dashed black line indicates the determination from a parabolic contour fit [27], while the red (light color) line represents the fluidized region boundary computed from the grain motion without any assumption (see Sec. IV B). Squares represent bubble trajectories inside the fluidized zone (light-gray region; same symbols as in Fig. 3), while stars represent bubble positions close to the real fluidized-zone boundary (light- and dark-gray stars) or between this boundary and the parabolic contour from a previous determination (black stars).

light-gray, dark-gray, and black stars represent the group of bubbles indicated by the black arrow in Fig. 2. Interestingly, all bubbles follow a trajectory similar to the shape of the fluidized-zone border, although bubbles on or outside the latter exhibit very slow motion and sometimes do not move significantly over the experimental time (black stars; Fig. 4, inset).

In spite of the similarities of their trajectories, the bubbles exhibit strong differences in their dynamics and survival time. In the following, we therefore consider global quantities, to characterize the properties of the gas trapped in the fluidized bed and the three-phase contact area.

IV. GLOBAL PARAMETERS IN THE STATIONARY REGIME

A. Existence of a stationary state

In this section, we focus on global parameters characterizing the fluidized zone and their dependence on the experimental parameters: the fluidized-zone area S_{FZ} (Sec. IV B), the air volume $S_a e$ and volume fraction $\phi_a = S_a/S_{\text{FZ}}$ in the fluidized zone (Sec. IV C), and the three-phase contact area \mathcal{C} (Sec. IV D). The bubbles outside the fluidized-zone area are not considered, as their number and size strongly depend on the initial air invasion dynamics, which is hardly reproducible.

Figure 5 displays an example of the evolution of ϕ_a as a function of time. The dashed red line shows the average computed over the last 15 h, $\phi_a = 2.03 \pm 0.40\%$. Although the signal strongly fluctuates in time, after a transient regime (Fig. 5, inset), the system reaches a stationary state during which global parameters can be determined. In the following sections, we investigate these global parameters and their dependence on the flow rate and grain size.

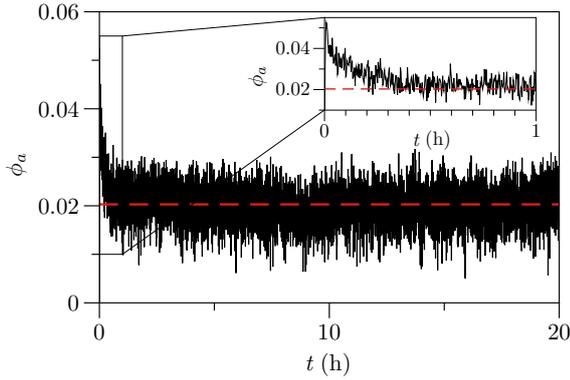


FIG. 5. Temporal evolution of the air volume fraction in the fluidized zone ($d = 318 \pm 44 \mu\text{m}$, $Q = 1.98 \text{ mL/s}$). The dashed red line represents the average of the signal computed over the last 15 h, $\phi_a \simeq 2\%$. The standard deviation over the same time window is 0.4%. Inset: Zoom-in on the transient regime.

B. Area of the fluidized zone

Previous works have pointed out the parabolic shape of the central fluidized zone, $z = x^2/D$, and determined the variations of D as a function of the typical grain size and the air injection flow rate (see, for example, [33]). However, although the parabolic shape fits well the data over a large region above the injection point, discrepancies are observed close to the grain's free surface (see, for instance, Fig. 4 of Varas *et al.* [33] and Sec. III B here). Because this study aims at determining the global characteristics of the fluidized zone, without any assumption about its shape, we extend the method introduced by Ramos *et al.* [27] to compute its area.

The fluidized zone is characterized by a slow grain motion, and its dynamics can be captured by summing consecutive image differences:

$$\rho_n(x, z) = \sum_{k=1}^{n-1} |I_{k+1} - I_k|. \quad (5)$$

The parameter ρ_n was introduced as the *flow density*, as it provides a cartography of the global motion over the whole experimental cell [27,33]. For all data sets, the flow density was computed over the last 4000 images of the experiments (cumulating ~ 11 h of data), to avoid the transient, ensure the fluidized region has reached its stationary shape [27], and obtain a good contrast in the flow density map. A simple binarization makes it possible then to compute the fluidized-zone area. The threshold used for binarizing has to be adjusted to each data set, as the value of $\rho_n(x, z)$ strongly depends on Q , a low flow rate producing much less motion than a high flow rate between two consecutive images. A postprocessing check is performed by superimposing the fluidized-zone boundaries of the successive images and accelerating the video about $100\times$ to verify that the motion is located between the computed boundaries. Examples of fluidized-zone contour determination are displayed in Figs. 2(b) and 2(d) (gray lines) and Fig. 4 (red line).

In addition to avoiding any assumption about the fluidized-zone boundaries shape, this method also accounts for the deformation of the granular bed free surface. Indeed, due to

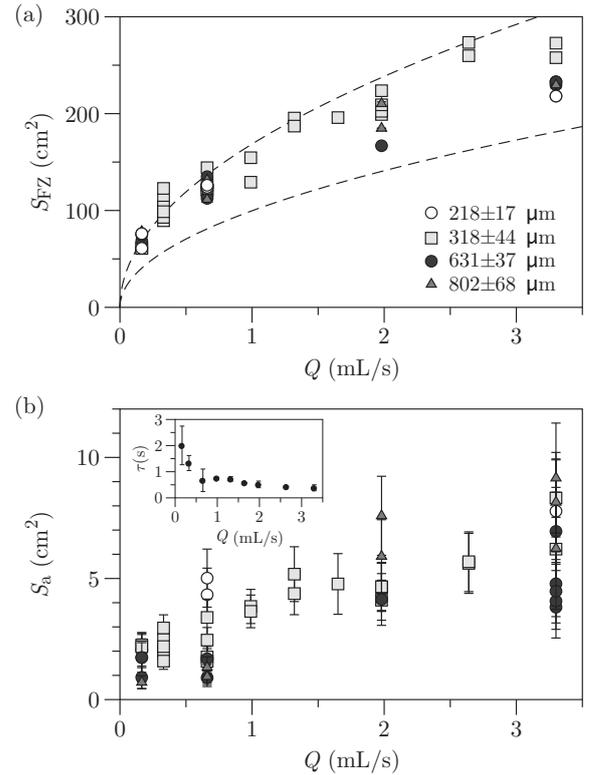


FIG. 6. (a) Area of the central fluidized zone as a function of the flow rate Q , for different grain sizes (error bars are the size of the symbols or smaller). Dashed black lines indicate the predicted fluidized-zone area S_{FZ}^* from a previous determination of its parabolic contour (see text) [bottom line, $\alpha = 0.7$; top line, $\alpha = 2$]. (b) Apparent area of the air inside the fluidized zone as a function of the flow rate Q , for different grain sizes. Inset: Mean residence time $\tau = \langle S_a \rangle e / Q$ of the gas inside the granular bed.

the presence of bubbles inside the central zone, this surface is slightly bulged and fluctuates in time due to the successive bubble passages. The error bars on the fluidized-zone area determination are taken as the standard deviation of these fluctuations.

Figure 6(a) displays the fluidized-zone area, S_{FZ} , as a function of the air injection flow rate Q , for the four grain batches. S_{FZ} increases with the flow rate but does not depend significantly on the grain size d . Qualitatively, the more strongly the air is injected through the granular bed, the larger the global grain motion in the central zone will be. This result is in agreement with a previous study which determined the size of the fluidized zone based on a parabolic contour determination, $z = x^2/D$, where D was found to increase with Q [33]. Note that the fluctuations of the fluidized-zone area are very small, at most a few percent of S_{FZ} [the error bars in Fig. 6(a) are the size of the symbols or smaller].

Considering that the empirical variation of D as a function of Q can be approximated, at first order, by a linear function (see Fig. 5(a) in Ref. [33]), $D = \alpha Q$, a theoretical estimation of the fluidized-zone area can be made,

$$S_{FZ}^* = 2 \int_0^{h_g} \sqrt{Dz} \, dz = \frac{4}{3} \sqrt{\alpha} h_g^{3/2} \sqrt{Q}, \quad (6)$$

where $h_g = 20$ cm is the height of the granular bed. The variation of S_{FZ}^* as a function of the flow rate is reported in Fig. 6(a) for the two extreme values of the empirical parameter α ($\alpha = 0.7$ cm⁻² s, lower dashed line; and $\alpha = 2$ cm⁻² s, upper dashed line). The results are in good agreement. Although a departure from the parabolic contour is clearly observed, in particular, close to the surface (Sec. III B), the area computed with the above method lies in the range predicted by the parabolic shape assumption and previous empirical determination of the coefficient D .

C. Gas volume fraction in the fluidized zone

The average air volume inside the fluidized zone, $S_a e$, is computed by estimating the apparent air surface area, S_a , multiplied by the gap e . The validity of this approximation is checked in the Discussion (Sec. V A). A simple image analysis (binarization) combined with the previous determination of the central fluidized zone makes it possible, first, to isolate the bubbles inside the fluidized region and, then, to compute their apparent surface and volume. Figure 6(b) displays the evolution of the average gas apparent surface area, S_a , as a function of the flow rate Q . The error bars represent the standard deviation, directly linked to the amplitude of the fluctuations (see Sec. IV A and Fig. 5). Similarly to S_{FZ} , S_a increases when Q increases and does not depend significantly on the grain size. Note that the fluctuations slightly increase with Q and are of the same order of magnitude as the fluctuations in amplitude for S_{FZ} (~ 1 cm²). Indeed, by simple mass conservation, the variations of gas content in the fluidized zone have a direct signature on the modulations of the granular bed free surface.

A standard way to compute global quantities in three-phase flows is to consider the residence time of a phase (e.g., the gas phase) inside the system [14]. It is defined as the time a given gas bubble, for instance, will remain in the immersed granular bed, from the moment it is injected until it is driven out of the grains. The mean residence time of the gas inside the granular bed can be computed as $\tau = \langle S_a \rangle e / Q$ [Fig. 6(b), inset], where $\langle S_a \rangle$ indicates the average over the different experiments at a fixed flow rate (different runs or grain batches). τ strongly decreases with Q up to $Q \simeq 1$ mL/s, after which it remains roughly constant and of the order of 0.5 s. This value is difficult to interpret, as it accounts for two very different time scales: (i) a fast-rising air channel or bubbles at the vertical of the injection nozzle (central part of the cell) and (ii) slow granular convection entraining the bubbles for several hours in the fluidized zone (see Sec. III). The small value of τ , of the order of a second, hints at considering the central air channel as the main process driving air through the system.

The air volume fraction in the fluidized region is then computed as $\phi_a = S_a / S_{FZ}$ (Fig. 7). Interestingly, in spite of some dispersion of the data, ϕ remains roughly constant when Q varies. In other words, increasing the flow rate does increase the average volume of gas trapped in the “active” central zone, but because the latter widens with large Q , the gas volume fraction trapped inside remains on average constant, $\phi_a = 2.3 \pm 0.9\%$.

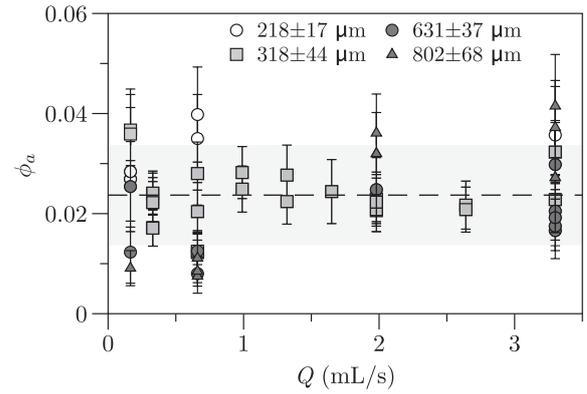


FIG. 7. Gas volume fraction in the fluidized zone as a function of the flow rate Q , for different grain batches. Error bars represent the fluctuations in the stationary state (see text). The dashed line and the light-gray zone represent the average of all the data and their standard deviation, $\phi_a = 2.3 \pm 0.9\%$.

D. Contact area

In terms of potential applications—for instance, in catalytic reactions and chemical engineering processes—it is interesting to investigate the contact area among the three phases, namely, gas (air), liquid (water), and solid (grains). From the images, we compute the contact area, $\mathcal{P}_a e$, where \mathcal{P}_a is the average perimeter of the bubbles in the stationary regime. To get a quantification of the transfer function of the system (ratio of the output to the input of the experiment), this quantity is normalized by S_a , which is a good approximation of the system input in terms of contact area.

Figure 8 represents the normalized contact area, $\mathcal{C} = \mathcal{P}_a e / S_a$, as a function of the flow rate Q . Although the data are scattered for low flow rates ($Q < 1$ mL/s), \mathcal{C} does not exhibit strong variations. It decreases slightly with the flow rate and reaches a plateau at $\mathcal{C} \simeq 2$ for $Q > 1$ mL/s. This behavior is clearly seen when averaging \mathcal{C} over the different experiments (different runs or different grain sizes) for a given flow rate Q (Fig. 8, inset).

Therefore, within the experimental error bars, the normalized contact area does not depend significantly on the gas

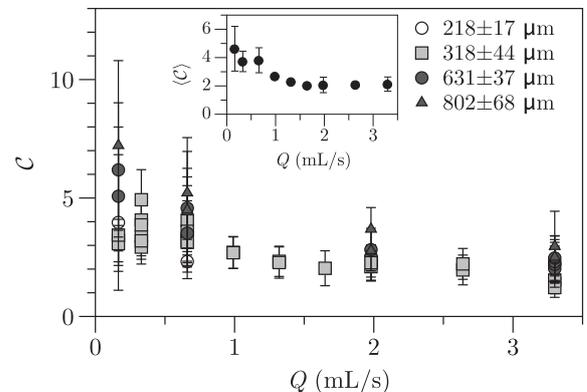


FIG. 8. Normalized contact area $\mathcal{C} = \mathcal{P}_a e / S_a$ as a function of the flow rate Q . Inset: Average normalized contact area, $\langle \mathcal{C} \rangle$, as a function of the flow rate Q .

injection flow rate. This result can be explained qualitatively, based on the observation of air invasion regimes in the system, in the stationary state. A possible interpretation is in terms of typical bubble size (radius), r_b , which can be defined as $S_a = N_b \pi r_b^2$, where N_b is the typical number of bubbles in the fluidized zone. By writing $\mathcal{P}_a = 2N_b \pi r_b$, one gets $r_b = 2e/C$. For $Q > 1$ mL/s, C is roughly constant ($C \simeq 2$), meaning that the average bubble size in the fluidized zone does not vary much ($r_b \simeq 2$ mm)—only their number increases. In that case, the air crosses the system mainly as spherical or elongated bubbles. The scattering and global trend of C for $Q < 1$ mL/s indicates a decrease in r_b with decreasing Q . Indeed, at low flow rates, the air tends to rise through the fluidized zone by percolation-like events, with a shape becoming more and more fractal when Q decreases, leading to a stronger increase in \mathcal{P}_a/S_a and, thus, in C .

V. DISCUSSION

A. Bubble volume estimation

In Sec. IV C, the air volume trapped in the fluidized zone was computed as $S_a e$, where S_a is the apparent surface of the bubbles, as measured from image analysis, and e the cell gap. This approximation holds true as long as two conditions are checked. First, the bubble radius r_b must be such that $r_b > e$, to ensure that the main part of the bubble volume is not in its lateral menisci. The estimation in Sec. IV D provides a typical bubble radius $r_b \simeq 0.8$ – 2 mm ($C \simeq 2$ – 5), of the order of the cell gap. However, one must keep in mind that the estimation of an average bubble radius r_b takes into account the multiplicity of bubble contours, including very fractal bubbles or air fingers. It therefore biases the mean radius estimation toward small values, which are not representative of the real bubble size in the system [see, for example, Figs. 2(b) and 2(d), where for most bubbles, $r_b \simeq 5$ – 10 mm, much larger than the cell gap].

The second condition to be checked is that the lubrication layer, i.e., the thin liquid film between the bubble and the glass plate, has a volume negligible with respect to the bubble volume. An estimation of the thickness of the lubrication film thickness, h , is provided in Ref. [38]:

$$\frac{h}{e} \sim \frac{\text{Ca}^{2/3}}{1 + \text{Ca}^{2/3}}, \quad (7)$$

where $\text{Ca} = \eta U / \gamma$ is the capillary number, η the fluid viscosity, U the typical bubble velocity, and $\gamma = 72$ mN/m the air-water surface tension. The bubble velocity varies from $U \sim 1$ cm/h in the fluidized zone [Fig. 3(b)] up to $U \sim 1$ cm/s in the central air channel. Estimating the effective viscosity is challenging, as it strongly depends on the grain packing fraction, which may vary in our system. To get a rough estimation, we use the semiempirical model of Zarraga *et al.* [39], which predicts the viscosity of dense suspensions up to a grain packing fraction $\phi_g \simeq 60\%$: $\eta = \eta_w e^{-2.34\phi_g} / (1 - \phi_g/\phi_g^*)^3$, where $\eta_w = 10^{-3}$ Pa.s is the water viscosity and $\phi_g^* = 62\%$ is the maximum packing fraction (poured random packing). By considering $\phi_g \simeq 56\%$ in the fluidized zone (very loose random packing), we get an effective viscosity of $\eta \simeq 0.3$ Pa.s. The capillary number

therefore lies in the range $\text{Ca} \simeq 10^{-5}$ to 4×10^{-2} , leading to $h \ll e$ [Eq. (7)].

The approximation of the air volume in the fluidized zone as $S_a e$ is therefore justified, and the error introduced by smaller bubbles and/or higher velocities (for higher flow rates) is smaller than a few percent.

B. Bubbles outside the fluidized zone: Trapped or not trapped?

It is commonly accepted that granular systems can exhibit solid, liquid, or even gas behavior [40,41]. In this study, as in previous works on gas or liquid injection in a dry or immersed granular layer [18,21,31,42,43], we separated the granular bed into a fluid-like region, at the center, surrounded by a solid-like region. We mentioned, in particular, that bubbles initially formed outside the fluidized zone remained trapped permanently in the system (Sec. III). However, Figs. 2(c), 2(d), and 3(a) display the trajectory of a bubble, although the latter is initially slightly outside the fluidized-zone boundaries. This bubble takes a long time to move downwards and is finally captured by the central air channel at $t \sim 20$ h [Fig. 2(c)]. The bubble location outside of the so-called fluidized zone is not due to an error in the determination of its contour, as two different methods (parabolic fit or motion localization), although giving slightly different boundaries, both locate the bubble in the solid-like region.

Another example is given by the group of bubbles pointed out by the black arrow in Fig. 2(b). These bubbles are initially formed either at the boundary of or outside the solid-like region. Although their horizontal position does not vary much in time, and they appear to be trapped [Fig. 2(a), upper panel], the spatiotemporal diagram in z shows a very slow drift downward [Fig. 2(a), lower panel], which can be appreciated by comparing the pictures taken at $t \sim 2.5$ h and $t \sim 11$ h [Fig. 2(b); black arrows].

The so-called solid-like region therefore experiences very slow motion, which can be seen only by running the experiment over a long time scale. This motion can be interpreted as creep flow, analogous to that reported in avalanches or sediment transport where, below the flowing layer, an exponential velocity decrease has been evidenced [44–47]. A thorough study of the creep motion in our experiment would require running the experiment over a much longer time, which is beyond the scope of this work.

C. Generalization to 3D systems

Previous works have addressed the comparison of a fluidized-zone formation by air injection in an immersed granular layer in quasi-2D and 3D systems [31]. They pointed out, first, the similarity of the parabolic shape for the fluidized-zone boundary and, second, the fact that its extent is smaller in three dimensions than in two, mainly due to geometrical effects. Although this result was expected, predicting the dynamics of 3D systems from 2D or quasi-2D experiments is far from trivial. In particular, adding one degree of freedom could lead to a weaker air channel stabilization, which could possibly result in an increase in bubble generation and a higher air volume fraction in the fluidized zone. A full study of a

3D system is required to extend the results of this work to unconfined media.

VI. CONCLUSION

This study has focused on the local and global dynamics of air injected at a constant flow rate at the bottom of an immersed granular material confined in a quasibidimensional cell. After a transient, a central fluidized zone is formed, characterized by a central air rise and a global grain motion in the form of two convection rolls. We investigated the dynamics of the bubbles trapped in the granular bed. In the stationary regime, most of the gas in the system is in the central air rise, consisting of a localized channel of about 1 cm width. Other bubbles are either formed initially, during the transient, or further generated by lateral explorations of the central air channel. Contrary to intuition, these bubbles do not rise but are entrained by the downward granular motion, until they are captured back by the central air rise. They follow trajectories characterized first by a roughly vertical motion and then by a parabolic function. A more accurate determination of the fluidized region showed that these trajectories roughly follow the shape of the fluidized-zone boundary.

Interestingly, the solid-like region outside the fluidized zone exhibits a slow motion, over a much longer time scale (typically, a few tens of hours). This creep flow also seems to follow a trajectory similar to the fluidized-zone boundary, until the bubble is eventually captured back by the central channel, close to the cell bottom. Further investigation of this creep

motion would require much longer experiments and a very slow-motion tracking technique, which should be the topic of future work.

The analysis of global parameters in the stationary regime pointed out an increase in both the size of the fluidized zone and the quantity of air trapped in the system when the flow rate is increased. Interestingly, the gas volume fraction in the fluidized zone remains roughly constant, at about 2%–3%. This order of magnitude corresponds roughly to the size of the channel, which is where most of the air is concentrated. Other bubbles around are only created by rare events and are small enough to remain trapped in the system for some time.

Finally, the normalized contact area among the three phases does not depend significantly on the flow rate. This result has strong implications, for instance, in chemical engineering, where a large contact area is fundamental to increasing the efficiency of a catalytic reaction. This work points out that, contrary to intuition, increasing the injection flow rate does not increase the efficiency of the reaction and that an optimum has to be found by varying other parameters, for instance, by a joint gas-and-liquid flow, or by considering several gas injection points.

ACKNOWLEDGMENTS

G. Varas acknowledges financial support from FONDECYT Project No. 11121300. This work was supported by Programa de Cooperación Científica ECOS/CONICYT C14E07.

-
- [1] R. Richards, Jr., D. G. Elms, and M. Budhu, Dynamic fluidization of soils, *J. Geotech. Eng.* **116**(5), 740 (1990).
 - [2] M. Hovland, J. V. Gardner, and A. G. Judd, The significance of pockmarks to understanding fluid flow processes and geohazards, *Geofluids* **2**, 127 (2002).
 - [3] A. Gay, M. Lopez, P. Cochonat, M. S erane, D. Levach e, and G. Sermondadaz, Isolated seafloor pockmarks linked to BSRs, fluid chimneys, polygonal faults and stacked Oligocene Miocene turbiditic palaeochannels in the Lower Congo Basin, *Mar. Geol.* **226**, 25 (2006).
 - [4] S. Planke, H. Svensen, M. Hovland, D. A. Banks, and B. Jamtveit, Mud and fluid migration in active mud volcanoes in Azerbaijan, *Geo-Mar. Lett.* **23**, 258 (2003).
 - [5] V. Mastalerz, G. J. de Lange, A. D ahlmann, and T. Feseker, Active venting at the Isis mud volcano, offshore Egypt: Origin and migration of hydrocarbons, *Chem. Geol.* **246**, 87 (2007).
 - [6] A. Mazzini, H. Svensen, G. G. Akhmanov, G. Aloisi, S. Planke, A. Malth e-S orenssen, and B. Istadi, Triggering and dynamic evolution of the LUSI mud volcano, Indonesia, *Earth Planet. Sci. Lett.* **261**, 375 (2007).
 - [7] A. L. Walters, J. Phillips, R. J. Brown, M. Field, T. Gernon, G. Stripp, and R. S. J. Sparks, The role of fluidisation in the formation of volcanoclastic kimberlite: Grain size observations and experimental investigation, *J. Volcanol. Geotherm. Res.* **155**, 119 (2006).
 - [8] T. M. Gernon, M. A. Gilbertson, R. S. J. Sparks, and M. Field, Gas-fluidisation in an experimental tapered bed: Insights into processes in diverging volcanic conduits, *J. Volcanol. Geotherm. Res.* **174**, 49 (2008).
 - [9] T. M. Gernon, R. S. J. Sparks, and M. Field, Degassing structures in volcanoclastic kimberlite: Examples from southern African kimberlite pipes, *J. Volcanol. Geotherm. Res.* **174**, 186 (2008).
 - [10] J. S. Selker, M. Niemet, N. G. McDuffie, S. M. Gorelick, and J.-Y. Parlange, The local geometry of gas injection into saturated homogeneous porous media, *Transp. Porous Med.* **68**, 107 (2007).
 - [11] R. Semer, J. A. Adams, and K. R. Reddy, An experimental investigation of air flow patterns in saturated soils during air sparging, *Geotech. Geol. Eng.* **16**, 59 (1998).
 - [12] K. R. Reddy, R. Semer, and J. A. Adams, Air flow optimization and surfactant enhancement to remediate toluene-contaminated saturated soils using air sparging, *Environ. Manage. Health* **10**, 52 (1999).
 - [13] G. Biardi and G. Baldi, Three-phase catalytic reactors, *Catal. Today* **52**, 223 (1999).
 - [14] K. Pangarkar, T. J. Schildhauer, J. Ruud van Ommen, J. Nijenhuis, F. Kapteijn, and J. A. Moulijn, Structured packings for multiphase catalytic reactors, *Ind. Eng. Chem. Res.* **47**, 3720 (2008).
 - [15] A. R. Dexter, Advances in characterization of soil structure, *Soil Till. Res.* **11**, 199 (1988).
 - [16] J. M. Valverde and A. Castellanos, Types of gas fluidization of cohesive granular materials, *Phys. Rev. E* **75**, 031306 (2007).

- [17] A. Nermoen, C. Raufaste, S. D. de Villiers, E. Jettestuen, P. Meakin, and D. K. Dysthe, Morphological transitions in partially gas-fluidized granular mixtures, *Phys. Rev. E* **81**, 061305 (2010).
- [18] A. Nermoen, O. Galland, E. Jettestuen, K. Fristad, Y. Podladchikov, H. Svensen, and A. Malthe-Sørenssen, Experimental and analytic modeling of piercement structures, *J. Geophys. Res.* **115**, B10202 (2010).
- [19] P. Rigord, A. Guarino, V. Vidal, and J.-C. Géminard, Localized instability of a granular layer submitted to an ascending liquid flow, *Gran. Matter* **7**, 191 (2005).
- [20] T. Wilhelm and K. Wilmański, On the onset of flow instabilities in granular media due to porosity inhomogeneities, *Int. J. Multiphase Flow* **28**, 1929 (2002).
- [21] T. Mörz, E. A. Karlik, S. Kreiter, and A. Kopf, An experimental setup for fluid venting in unconsolidated sediments: New insights to fluid mechanics and structures, *Sediment. Geol.* **196**, 251 (2007).
- [22] F. Zoueshtiagh and A. Merlen, Effect of a vertically flowing jet underneath a granular bed, *Phys. Rev. E* **75**, 056313 (2007).
- [23] Ø. Johnsen, C. Chevalier, A. Lindner, R. Toussaint, E. Clément, K. J. Måløy, E. G. Flekkøy, and J. Schmittbuhl, Decompaction and fluidization of a saturated and confined granular medium by injection of a viscous liquid or gas, *Phys. Rev. E* **78**, 051302 (2008).
- [24] C. Chevalier, A. Lindner, M. Leroux, and E. Clément, Morphodynamics during air injection into a confined granular suspension, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **158**, 63 (2009).
- [25] B. Sandnes, E. G. Flekkøy, H. A. Knudsen, K. J. Måløy, and H. See, Patterns and flow in frictional fluid dynamics, *Nature Comm.* **2**, 288 (2011).
- [26] P. Philippe and M. Badiane, Localized fluidization in a granular medium, *Phys. Rev. E* **87**, 042206 (2013).
- [27] G. Ramos, G. Varas, J.-C. Géminard, and V. Vidal, Gas-induced fluidization of mobile liquid-saturated grains, *Phys. Rev. E* **92**, 062210 (2015).
- [28] W. Ji, A. Dahmani, D. P. Ahlfeld, J. D. Lin, and E. Hill, Laboratory study of air sparging: air flow visualization, *Ground Water Monit. Rem.* **13**, 115 (1993).
- [29] K. R. Reddy, S. Kosgi, and J. Zhou, A review of in-situ air sparging for the remediation of VOC-contaminated saturated soils and groundwater, *Hazard. Waste Hazard. Mater.* **12**, 97 (1995).
- [30] X.-Z. Kong, W. Kinzelbach, and F. Stauffer, Migration of air channels: An instability of air flow in mobile saturated porous media, *Chem. Eng. Sci.* **64**, 1528 (2009).
- [31] G. Varas, V. Vidal, and J.-C. Géminard, Venting dynamics of an immersed granular layer, *Phys. Rev. E* **83**, 011302 (2011).
- [32] G. Varas, J.-C. Géminard, and V. Vidal, Air invasion in a granular layer immersed in a fluid: Morphology and dynamics, *Gran. Matter* **15**, 801 (2013).
- [33] G. Varas, G. Ramos, J.-C. Géminard, and V. Vidal, Flow and fracture in water-saturated, unconstrained granular beds, *Front. Phys.* **3**, 44 (2015).
- [34] S. E. Roosevelt and M. Y. Corapcioglu, Air bubble migration in a granular porous medium: Experimental studies, *Water Resour. Res.* **34**, 1131 (1998).
- [35] M. Y. Corapcioglu, A. Cihan, and M. Drazenovic, Rise velocity of an air bubble in porous media: Theoretical studies, *Water Resour. Res.* **40**, W04214 (2004).
- [36] M. Stohr and A. Khalili, Dynamic regimes of buoyancy-affected two-phase flow in unconsolidated porous media, *Phys. Rev. E* **73**, 036301 (2006).
- [37] G. Varas, V. Vidal, and J.-C. Géminard, Dynamics of crater formations in immersed granular material, *Phys. Rev. E* **79**, 021301 (2009).
- [38] M. Roudet, *Hydrodynamique et transfert de masse autour d'une bulle confinée entre deux plaques*, Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse (2008).
- [39] I. E. Zarraga, D. A. Hill, and D. T. Leighton, The characterization of the total stress of concentrated suspensions of noncolloidal spheres in Newtonian fluids, *J. Rheol.* **44**, 185 (2000).
- [40] Y. Amarouchène, J. F. Boudet, and H. Kellay, Dynamic Sand Dunes, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4286 (2001).
- [41] Y. Forterre and O. Pouliquen, Flow of dense granular media, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **40**, 1 (2008).
- [42] W. Zhong and M. Zhang, Jet penetration depth in a two-dimensional spout-fluid bed, *Chem. Eng. Sci.* **60**, 315 (2005).
- [43] X.-Z. Kong, W. Kinzelbach, and F. Stauffer, Morphodynamics during air injection into water-saturated movable spherical granulates, *Chem. Eng. Sci.* **65**, 4652 (2010).
- [44] T. S. Komatsu, S. Inagaki, N. Nakagawa, and S. Nasuno, Creep Motion in a Granular Pile Exhibiting Steady Surface Flow, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1757 (2001).
- [45] G. D. R. Midi, On dense granular flows, *Eur. Phys. J. E* **14**, 341 (2004).
- [46] S. Courrech du Pont, R. Fischer, P. Gondret, B. Perrin, and M. Rabaud, Instantaneous Velocity Profiles during Granular Avalanches, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 048003 (2005).
- [47] M. Houssais, C. P. Ortiz, D. J. Durian, and D. J. Jerolmack, Onset of sediment transport is a continuous transition driven by fluid shear and granular creep, *Nature Comm.* **6**, 6527 (2015).

Stability of gas channels in a dense suspension in presence of obstacles

Raphaël Poryles¹, Germán Varas² and Valérie Vidal¹

¹*Laboratoire de Physique, École Normale Supérieure de Lyon,*

Université de Lyon – CNRS, 46 Allée d’Italie, 69364 Lyon Cedex 7, France and

²*Instituto de Física, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Av. Universidad 330, Valparaíso, Chile*

(Dated: May 4, 2017)

We investigate experimentally the influence of a fixed obstacle on gas rising in a dense suspension. Air is injected at constant flow-rate by a single nozzle at the bottom center of a Hele-Shaw cell. Without obstacles, previous works have shown that it forms a fluidized zone of parabolic shape with a central air channel and two granular convection rolls on its sides. Here, we quantify the influence of the obstacle shape, size and height on the location and dynamics of the central air channel. Different regimes are reported: the air channel can be simply deviated (stable), or switches side in time (unstable), leading to two signatures not only above, but sometimes also below the obstacle. This feedback also influences the channel deviation when bypassing the obstacle. A wake of less or no motion is reported above the largest obstacles as well as the maximum probability of gas location, which can be interesting for practical applications. The existence of a critical height $h_c \simeq 7$ cm is discussed, and compared with the existence of an air finger which develops from the injection nozzle and is stable in time. A dimensionless number describing the transition between air fingering and fracturing makes it possible to predict the channel stability.

I. INTRODUCTION

Soil failure is among the most important natural hazards which can threaten human activities. As a consequence, its response to an externally-applied mechanical stress such as loading or seismic waves has been widely investigated [1, 2]. Many of these studies propose an alternative approach to classical solid rupture by considering that, above a critical stress, the ground behaves as a frictional fluid rather than yielding as a solid [3]. The cohesive forces between rocks and soil particles are not strong enough to prevent internal structure movement, and the soil can be viewed as a granular medium undergoing a so-called *fluidization*. This latter can be simply defined as a process whereby a granular material goes from a static, solid-like behavior to a dynamic, fluid-like state, also called a *dense suspension*.

Fluidization processes are numerous in natural or human-made three-phase flows, where the constraint corresponds to gas invasion in a liquid-saturated ground or granular medium. In geophysics, the generation of pockmarks [4, 5] or mud volcanoes [6–8] are among many other examples. Man-made applications include air sparging on the one hand. This technique of soil remediation consists in injecting high-pressure gas into the ground to remove the water contamination by volatile compounds [9–11]. On the other hand, three-phase flows are of drastic importance in multiphase catalytic reactors, where gas is injected in a mobile, immersed porous medium to enhance chemical reactions [12, 13].

To understand and quantify this fluidization process, fundamental studies have been performed at the laboratory scale, in which gas invades, through a single injection point, a liquid-saturated granular medium. In the particular case of buoyancy-driven systems, it has been found that after an initial invasion regime where the gas either percolates or fractures through the granular bed, a

fluidized zone of parabolic shape is formed [9, 11, 14–20]. In the stationary regime, the gas mainly rises through a central channel at the vertical of the injection point. Bubbles are created in this channel and rise by buoyancy, entraining the surrounding solid particles. Two granular convection rolls thus form on both sides of the central gas channel, which entrain the grains and are responsible for the observed parabolic shape [17, 19, 21].

These experiments, however, usually model the ground particles as spherical grains, with a peaked distribution around an average particle diameter. Real soils, however, are often characterized by large heterogeneities such as solid rocks which can prevent the ground motion [1, 14]. Granular flows around obstacles have been investigated in the dry case, showing the formation of a dead zone corresponding to the grains-obstacle interaction [22, 23]. However, to our knowledge, no systematic study of the influence of obstacles on gas rising in a dense suspension has been performed.

In this work, we investigate the influence of fixed obstacles of different shape, size and location on the dynamics of gas channels rising through a dense suspension. We focus on the simplest case of a single obstacle, fixed in the laboratory frame, and analyze the stability of the central gas channel when passing this obstacle, as well as the location of maximum gas concentration in the system. The results, which may be interesting for practical application such as ground remediation or heterogeneous catalysis, are compared to the case of homogeneous suspensions, i.e. without obstacle.

II. EXPERIMENTAL SETUP

The experimental setup consists of a vertical Hele-Shaw cell made of two glass plates (40×30 cm) separated by a gap $e = 2$ mm. The cell is filled with particles

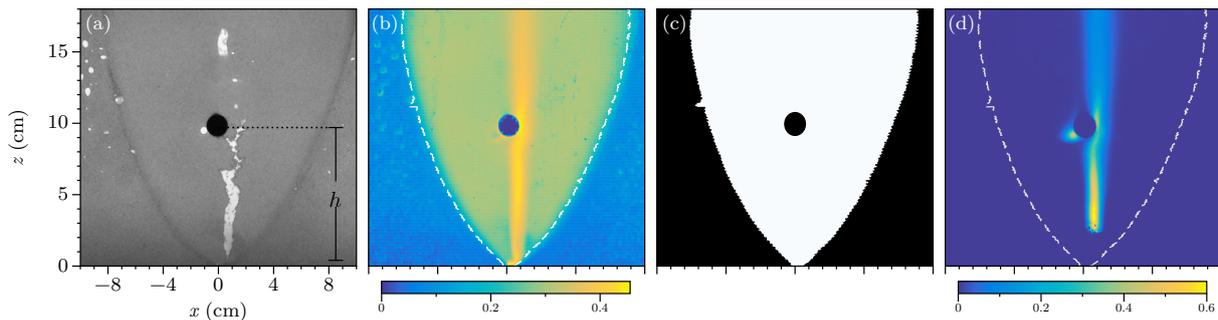


Figure 1. (Color online) Experimental setup and image processing [circular obstacle, $D = 1.5$ cm, $h = 10$ cm]. (a) Example of experimental snapshot. We can distinguish the obstacle (black circle at height h), the air rising through the granular bed, bubbles trapped in the upper part and the central fluidized zone, marked by a slightly darker contour. (b) Cumulated motion M computed with Eq. 1 [threshold 1%]. The colorbar indicates the probability of motion in the system over the total experiment duration. The white dashed line is the contour of the fluidized zone determined after binarization of the cumulated motion M [threshold 20%]. (c) Binarized image representing the fluidized zone (in white) and the area without motion (in black). The contour of the fluidized zone is extracted from this image (see text). (d) Cumulative image C computed from Eq. 2. The colorbar represents the probability of presence of bubbles in the system.

immersed in water in which a single obstacle of different shape and size is located at height h (see Table I and Figure 1a). The obstacles are magnets (HKCM Engineering e.K.) whose thickness equals the cell gap e so that no grains, liquid or air can be trapped or flow on its faces. They are fixed by means of a second, more powerful magnet (cylinder of diameter 5 mm and height 28 mm, HKCM Engineering e.K.) located outside the glass plates. This magnet also ensures that the obstacle does not move during the entire experiment. To study the effect of the obstacle shape, three magnet geometries are used (Table I): circular obstacles of diameter $D = [1, 1.5, 4]$ cm; square obstacles of side $D = [1, 4]$ cm and diamond-shaped obstacles which are simply the square obstacles rotated by 45° . In this last case, the obstacle size is considered as its typical horizontal length, and thus includes a factor $\sqrt{2}$ respect to the square obstacle (Table I). The obstacle height h , measured from the cell bottom to the center of the obstacle, is varied from $h = 2.5$ to 15 cm from the cell bottom, at the vertical of the air injection nozzle (Fig. 1a).

To ensure reproducible initial conditions, the following protocol is used. Once the obstacle is fixed in the cell, the particles are added using a funnel, up to a height $h_g = 20$ cm. They consist of polydisperse spherical glass

beads (Sovitec) of typical diameter $d = 318 \pm 44$ μm . This latter, measured with a microscope (Optika B-163), displays a roughly gaussian size distribution [17]. The cell is then entirely filled with distilled water, sealed at its top, and turned upside-down so that the particles are decompacted and sediment gently. Right before the full particles sedimentation, the cell is turned back to its initial, vertical position and the grains are let to sediment once more. This method makes it possible to remove all the bubbles trapped initially in the granular layer. The surface is then gently leveled with a rod, and the excess of water removed until the water layer above the granular bed is set to $h_w = 2$ cm. The initial condition is therefore an immersed, loose-packed granular bed – or a dense suspension – in which an obstacle is trapped.

At time $t = 0$, air is injected at constant flow rate through a nozzle of inner diameter 1 mm, located at the bottom center of the cell, by means of a digital mass flow controller (M+W Instruments, model D-6311). The flow rate is fixed at $Q = 1.98$ mL/s for all experiments, high enough to ensure a quick stabilization of the central air channel, of the order of 1 min [17]. A LED panel at the back of the cell provides a homogeneous light, and the dynamics of the experiment is followed by means of a camera (PixeLINK, model PL-B741U, 1280×800 px²) recording one image every 2 seconds. All experiments last for 20 hours, in order to capture the long-time dynamics of the system.

Table I. Shape, symbol, size D and height h of the obstacles located in the immersed granular bed.

Shape	Symbol	D (cm)	h (cm)
circle	○	1	2.5, 5, 7.5, 10, 15
circle	○	1.5	2.5, 5, 7.5, 10, 12.5, 15
circle	○	4	3.5, 5, 7.5, 10
square	□	1, 4	5, 10
diamond	◇	1.4, 5.7	5, 10

III. IMAGE PROCESSING

This section details the image analysis which aims at separating the two mechanisms at stake in the system. First, with or without obstacles, we observe at long times the formation of a central fluidized zone of

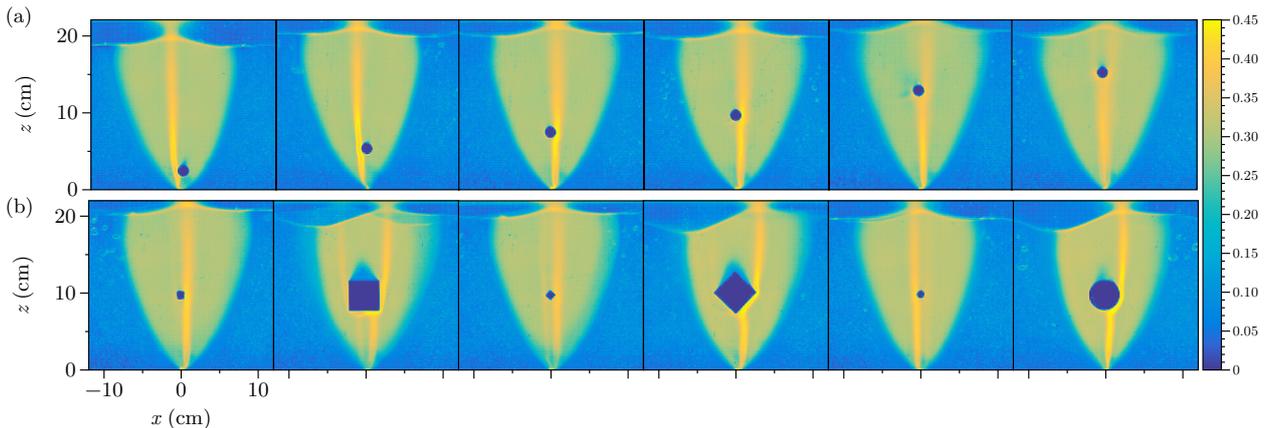


Figure 2. (Color online) Cumulated motion M for different obstacle size D and heights h (symbol, D [cm]). (a) Circular obstacle [(\circ ,1.5), from left to right $h = 2.5, 5, 7.5, 10, 12.5, 15$ cm]. (b) Different shape of obstacles for a fixed height [$h=10$ cm, from left to right (\square ,1); (\square ,4); (\diamond ,1.4); (\diamond ,5.7); (\circ ,1); (\circ ,4)]. The figures show the deviation of the air channel by the obstacle and the formation of a wake above large obstacles. In some cases, two channels are clearly distinguished [(b), 2nd and 3rd image, cf. section IV].

roughly parabolic contour, corresponding to slow grain motion (Fig. 1a and section III A). Then, the air rise tends to choose preferential pathways through the dense suspensions (Fig. 1d), which will be characterized in section III B.

A. Fluidized zone

The central fluidized zone corresponds to the cumulation of grain motion in the system through time. To quantify this region, we define from the image sequence $\{I_k\}$ a *cumulated motion* image M given by

$$M = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-1} \mathcal{B}_{1\%}(|I_{k+1} - I_k|) \quad (1)$$

where N is the total number of frames, $|I_{k+1} - I_k|$ the absolute value of the difference between two consecutive images and $\mathcal{B}_{1\%}$ a binarization function returning 1 when $|I_{k+1} - I_k| > 1\% \max(|I_{k+1} - I_k|)$, and 0 otherwise. M therefore corresponds to the fraction of time over the whole experiment for which motion was experienced in the system, with a 1% threshold.

Figure 1b displays the cumulated motion image M for the example of a circular obstacle ($D = 1.5$ cm, $h = 10$ cm). Three different zones are clearly distinguishable in the image: (1) the central air rise (in yellow, $\sim 45\%$ motion) which concentrates the largest motion; (2) the lateral grain motion (in green, $\sim 30\%$ motion) which contour (white dashed line) clearly delimitates the boundary of the fluidized zone; (3) the grains outside the central moving zone (in blue, $\sim 0-5\%$ motion) which remain roughly still over all the experiment. Note that the motion outside the fluidized zone is not strictly zero here.

Indeed, the cumulated motion image computation takes into account the transient regime, during which the air channel(s) can explore by percolation or fracture a space much larger than the central fluidized zone – see for instance the bubbles trapped on the left upper part of the image, outside the fluidized zone, in Figure 1a.

We quantify the fluidized zone as the region where more than 20% of motion was observed during the whole experiment (white region, Fig. 1c). The 20% threshold is chosen such as it excludes successfully the small, sporadic motions outside the central zone observed mainly at the beginning of the experiments, in the transient regime. The contour systematically matches the fluidized zone border observed in the raw images at long times (dark contour, Fig. 1a and white dashed lines, Fig. 1b).

B. Gas preferential pathways

In addition to the previous calculation, which gives information on the motion in the system, it is interesting to quantify the presence of gas bubbles in the granular bed. To do so, we estimate a *cumulated image*, C , as follows. First, each image I_k is binarized so that a value 1 is attributed to the presence of a bubble, and 0 otherwise. The binarized images are then stacked and normalized by the total image number, giving

$$C = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-1} \mathcal{B}_{40\%}(I_k) \quad (2)$$

where $\mathcal{B}_{40\%}$ is a binarization function with a 40% threshold. This latter value is estimated to get the best estimation between bubbles and immersed grains in the images. C therefore represents the probability of presence of bub-

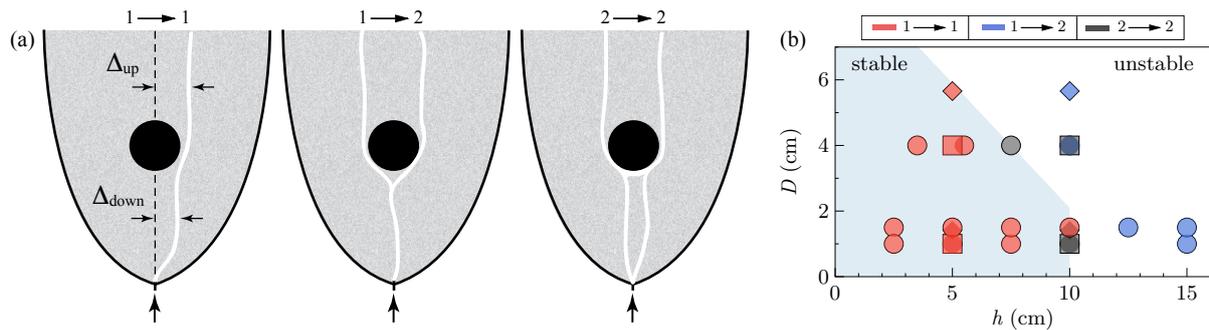


Figure 3. (Color online) (a) Sketch of the air possible pathways. The upper labels indicate the number of channel pathways before \rightarrow after the obstacle, and the symbols represent the obstacle shape. To quantify the deviation of the central air channel induced by the obstacle we define the distance between the vertical of the injection nozzle and the air channel below (Δ_{down}) and above (Δ_{up}) the obstacle. (b) Phase diagram (D, h) for the number of air channels before \rightarrow after the obstacle. The symbols represent the obstacle shape. The light blue region indicates the parameters for which a single channel is observed before and after the obstacle.

bles in the system over the whole experiment. An example of cumulated image is displayed in Figure 1d, where it is possible to observe the central air channel, the deviation by the obstacle, the maximum probability around $z \simeq 3$ cm and the signature of gas bubbles trapped from time to time on the left side of the obstacle (visible in Fig. 1a).

IV. EXPERIMENTAL RESULTS

A. Motion in the system

Figure 2 presents the cumulated motion M for different obstacle shape, size D and height h . Different qualitative observations can be made. First, the contour of the fluidized zone (border between the green and blue region) does not vary drastically, whichever the size, shape or height of the obstacle. Although it can be slightly deformed for large obstacles (see for instance Fig. 2b, 2nd, 4th, and 6th images), it always follows a roughly parabolic shape, and is not drastically increased when increasing the obstacle size. Note that in the case of large obstacles, the average free surface displacement is mostly shifted to one side, corresponding to the side chosen preferentially by the central air channel to bypass the obstacle (Fig. 2b, 2nd, 4th, and 6th images).

Second, above large obstacles, a wake is clearly visible (blue zone, see for instance Fig. 2b, square obstacle $D = 4$ cm). It also exists for smaller obstacles (Fig. 2a, first image), but is less visible. As the grains outside the fluidized zone, it corresponds to a region where the motion is non-zero, but greatly reduced respect to the average motion in the fluidized zone. A thorough quantification of the wake size is presented in section IV C.

Finally, depending on the parameters, we report different preferential pathways of the central air channel. Because the obstacle is centered on the vertical of the in-

jection nozzle, we expect qualitatively that the rising gas bubble or finger will chose randomly one side or the other to bypass the obstacle. However, due to the formation of preferential pathways – it is less difficult for the air to follow a previously opened path than forming a new one in the dense suspension, different regimes are observed, which are described in section IV B.

B. Stability of the central gas channel

The central gas pathway, visible in Figure 1a, does not necessarily follow a vertical path from the injection nozzle to the obstacle. Indeed, some fluctuations can appear close to the injection point, which can deviate the channel temporarily or permanently when the air penetrates the dense suspension. These fluctuations, coupled with the fact that the air has to bypass the obstacle, give rise to three different signatures of the gas pathways over the whole experimental time (Fig. 2 and 3a): (1) The gas either rises vertically or is slightly deviated on one side, and bypasses the obstacle on this same side (case $1 \rightarrow 1$, Fig. 3a, left); in this case, the obstacle stabilizes the gas pathway both under and above the obstacle. (2) The gas rises roughly vertically, but changes intermittently in time the side by which it bypasses the obstacle, giving in average a single path below and two signatures above the obstacle on the cumulated motion (case $1 \rightarrow 2$, Fig. 3a, center). (3) The air channel changes its location in time not only when bypassing the obstacle, but much below, close to the injection nozzle. In average, two channels therefore appear both below and above the obstacle (case $2 \rightarrow 2$, Fig. 3a, right).

The phase diagram (D, h) for the three different dynamics over the whole experimental time is presented in Figure 3b. It can be separated in two regions. A stable zone (light blue region) where the air channel does not undergo a large displacement and a single path is observed both below and above the obstacle (case $1 \rightarrow 1$)

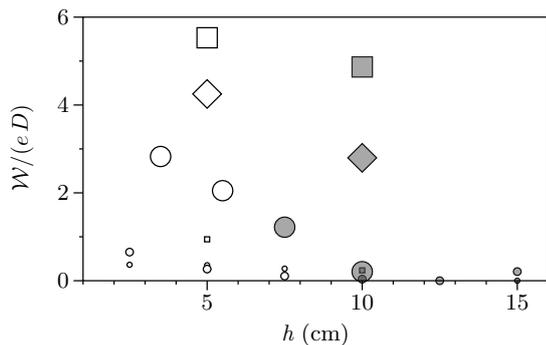


Figure 4. Normalized wake area $\mathcal{W}/(eD)$ as a function of the obstacle height h [The symbols in Figures 4 to 6 are representative of the obstacle shape and size. (symbol, regime): (white, stable); (gray, unstable)].

and an unstable zone where the air channel alternates its position (above or below) with respect to the obstacle (case $1 \rightarrow 2$ and $2 \rightarrow 2$). The transition between these two regions is found at a height $h \simeq 7.5$ cm for an obstacle diameter $D = 4$ cm. For small obstacles ($D < 2$ cm) the transitions appears at $h \simeq 10$ cm, above which the channel is not stabilized anymore by the obstacle but randomly bypasses it on either side. Indeed, for $h \lesssim 10$ cm, the obstacle blocks part of the grains convection which happens in the fluidized zone, and thus inhibits the change of direction of the channel. Over that critical height, the obstacle has less effect on the global grain motion in the central region, and the channel can more easily fluctuate and possibly change side in time. For large obstacles, this limit shifts toward smaller h . A possible explanation is that the channel needs to deviate more from the central nozzle in order to bypass the obstacle. Therefore, although the obstacle presence tends to stabilize it by inhibiting or reducing the granular convection below, the channel itself may be more unstable, and thus tends to switch more easily to another path.

Another mechanism that could explain the origin of the transition between the stable and unstable channel behavior is the maximum height reached by the air finger which develops from the injection nozzle, before it undergoes a fingering-to-fracturing transition at $h \simeq 7$ cm (see for example Fig. 1a). This latter transition can induce the alternation of the air channel above the obstacle. In this sense, if the obstacle is located below this height it will not have any influence on the generation of new channels. On the contrary if it is near or above this height, then the system will be affected by the fingering-to-fracturing transition and hence it will randomly modify the direction of the air channel.

C. Wake size

Figure 4 displays the wake area \mathcal{W} normalized by the obstacle cross-section, eD , as a function of the obstacle height for the different obstacles size and shape. \mathcal{W} is computed according to the image processing presented in section III A. The formation of a significant wake is observed for large obstacles only ($D = 4$ cm). For circular obstacles, the wake size decreases linearly as a function of the obstacle height. Experiments with square or diamond obstacles show a drastic increase of the wake size for these latter geometries – more than twice the wake for the circular obstacles. Although the value of the wake area can be affected by the choice of the threshold in the computation (section III A) this tendency remains, and can be interpreted as follows. (1) The large obstacles affect more the central air channel rise when they are located close to the injection nozzle and, as a consequence, the wake size is larger for small h . (2) A square obstacle shape – and, in a more general way, the presence of angles (e.g. diamond shape) tends to block the streamlines of the grains motion in the fluidized zone. As its equivalent in fluid dynamics, the wake is therefore much larger than in the case of circular obstacles.

D. Air channel deviation

In this section, we quantify the deviation of the air channel induced by the obstacle, both below (Δ_{down}) and above (Δ_{up}) the obstacle (Fig. 3a, left). The location of the air channel is computed from the cumulated motion (see Fig. 2) and in case of two channels above and/or below the obstacle, only the channel with the largest motion is taken into account. Figure 5a displays the distance between the vertical of the injection nozzle and the air channel above the obstacle, Δ_{up} . As expected, the larger the obstacle size D , the larger the air channel deviation above the obstacle. No dependence is found either on the obstacle height or shape. As described in the previous sections, the channel below the obstacle can also exhibit a deviation from the vertical of the injection nozzle. Figure 5b displays this shift, Δ_{down} , for the different obstacles height, size and shape. For the smaller obstacles ($D \leq 2$ cm), the deviation below the obstacle is small, typically of about 0.5 cm, and roughly independent of the obstacle height and shape. No drastic difference is observed for the large obstacles ($D \geq 4$ cm) as in the case of the deviation above the obstacle. For large circular obstacles, Δ_{down} decreases with h and for $h \geq 7.5$ cm, it reaches the same value than for the smaller obstacles. The largest shift below the obstacle is observed for the large square obstacles ($D = 4$ cm), and also decreases when h increases. For the specific point of the circular obstacle $D = 1.5$ cm, $h = 15$ cm, $\Delta_{\text{down}} \simeq 0$. Indeed, in this case, the channel below the obstacle moves a lot and, in average, the program detects no deviation, while in the movies, a clear deviation appears intermittently.

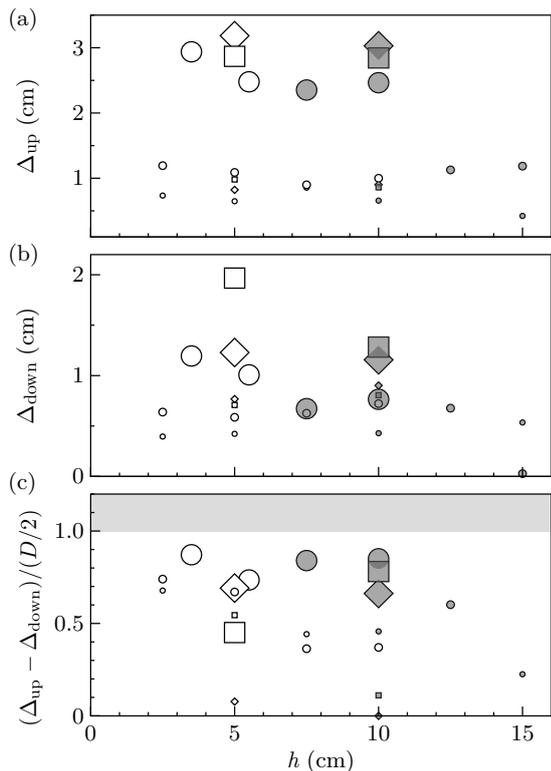


Figure 5. Distance between the maximum of the air channel (from the cumulated image, see Fig. 2) and the vertical of the injection nozzle (a) above, Δ_{up} and (b) below, Δ_{down} the obstacle. (c) Main deviation of the air channel due to the obstacle $(\Delta_{\text{up}} - \Delta_{\text{down}})$ normalized by the obstacle radius, $D/2$. The gray zone indicates a deviation larger than the typical obstacle radius [(symbol, regime): (white, stable); (gray, unstable)].

This point will be ignored hereafter.

Figure 5c displays the air channel deviation due to the obstacle $(\Delta_{\text{up}} - \Delta_{\text{down}})$ normalized by the typical obstacle radius, $D/2$. For all the experiments, $(\Delta_{\text{up}} - \Delta_{\text{down}})/(D/2) < 1$ (below the gray zone). This result indicates that there is always a feedback of the channel position above on its position below the obstacle. If the channel bypasses the obstacle on one side, it also shifts position below the obstacle towards this same side, as can be clearly seen in Figure 2b for the large diamond obstacle, for instance.

E. Maximum gas concentration

In this last section, we estimate the location of the maximum gas concentration in the fluidized bed $(x_{\text{max}}, h_{\text{max}})$ or, in other words, the maximum probability for the presence of bubbles. It corresponds to either (1) the location of the maximum probability of presence of the central gas channel, due to its repetitive pathways

or (2) the presence of a gas bubble trapped for a long time in the fluidized bed. To do so, we simply consider the maximum of the cumulated image C (section III B), which gives the highest probability of gas presence in the system (see for instance Fig. 1d).

Except for the higher large square obstacle ($D = 4$ cm, $h = 10$ cm, gray square Fig. 6a) for which we observed a bubble trapped right below the obstacle, there is a clear separation in the absolute value of the horizontal position $|x_{\text{max}}|$ of the maximum bubble presence between the small ($D \leq 1.5$ cm) and the large ($D \geq 4$ cm) obstacles. In all cases, $|x_{\text{max}}|$ is of the order of, and slightly larger than, $D/2$. The fact that $|x_{\text{max}}| \geq D/2$ indicates that whichever the obstacle size and height, the maximum probability to find a bubble in the system is outside the central region delimited by the obstacle width D , even in the case of small obstacles ($D \leq 1.5$ cm) when this maximum is located below the obstacle. The dashed line in Figure 6a indicates the value of $|x_{\text{max}}|$ for the experiment without obstacle. Contrary to what could be expected, $|x_{\text{max}}| \neq 0$. Indeed, even without obstacle, the air channel can experience a deviation at the nozzle exit, up to 1 cm (see Figure 1a and the top right picture of Figure 2 in ref. [20], for instance). Therefore, for small obstacles, $|x_{\text{max}}|$ is difficult to interpret quantitatively as the

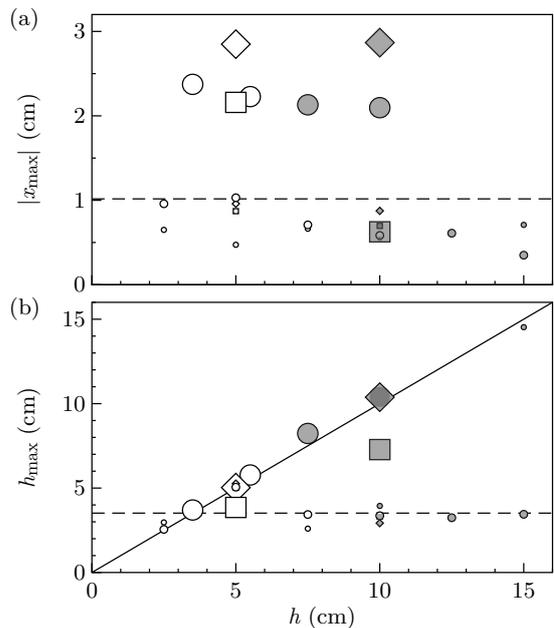


Figure 6. Location of the maximum probability $(x_{\text{max}}, h_{\text{max}})$ for the presence of bubbles, computed from the cumulated image C (section III B), as a function of the obstacle height h . (a) Absolute value of the horizontal position $|x_{\text{max}}|$. The low value for the large square at $h = 10$ cm is due to a bubble trapped right below the obstacle. (b) Vertical position h_{max} [(symbol, regime): (white, stable); (gray, unstable); the solid line is the 1:1 relationship; the dashed line indicates the value without obstacle].

contribution to $|x_{\max}|$ can come either from the obstacle influence, or from the shift at the nozzle exit.

Figure 6b displays the height of the maximum probability for bubble location, h_{\max} , as a function of the obstacle height. Here again, a clear distinction can be made between the small ($D \leq 1.5$ cm) and large ($D \geq 4$ cm) obstacles. For small obstacles ($D \leq 1.5$ cm), h_{\max} is roughly constant and of about 3.5 cm, close to the value without obstacle (dashed line, Fig. 6b). It corresponds to the steady air finger which forms, in most experiments, from the injection nozzle and remains open for long time scales (see Fig. 1a). In this case, the obstacle deviates this finger ($|x_{\max}| \neq 0$) but the bubbles location in the fluidized zone is not drastically affected. For large obstacles ($D \geq 4$ cm), a linear trend is observed, $h_{\max} \simeq h$, except for the square obstacles. This linear trend can be explained by the fact that large obstacles tend to trap bubbles at their side. For large square obstacles, bubbles are also trapped but preferentially *below* the obstacle, which explains why the squares are below the $h_{\max} \simeq h$ trend. Note the particular case of the small circular obstacle ($D = 1$ cm, $h = 15$ cm) which aligns perfectly on this trend. A careful observation of the images revealed a bubble often trapped close to the obstacle, similar to what happens for large obstacles.

V. DISCUSSION & CONCLUSION

This work reports the dynamics of gas channels in a dense suspension in presence of an obstacle. We have shown that the repetitive pathways of the gas defines a central zone of roughly parabolic shape, as was already pointed out in the case without obstacle. Depending on the obstacle size, geometry and position, the central air channel follows different paths. It leads to three different patterns on the cumulated motion depending on the number of gas pathways signature below \rightarrow above the obstacle: $1 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow 2$ or $2 \rightarrow 2$. These patterns define two regimes: (1) the channel is stabilized by the obstacle ($1 \rightarrow 1$) or (2) it switches position either above, or both above and below the obstacle ($1 \rightarrow 2$ or $2 \rightarrow 2$). The formation of a wake above the obstacle follows the intuition, by analogy to fluid flow: it is larger for large obstacles, and almost negligible for smaller ones.

The maximum gas concentration increases linearly with the obstacle height for large obstacles, indicating that bubbles are systematically trapped close to the obstacle. In real soils, the gas will therefore be trapped preferentially close to large heterogeneities. This does not hold true for small obstacles - typically, of the order of or smaller than the width of the central air channel. In this case, the maximum gas concentration location is constant, and fixed by the formation of a steady gas finger developping from the injection nozzle.

This steady air finger, clearly visible in most of the experiments (see for example Fig. 1a) and already reported in the literature [20, 24] seems to have a direct

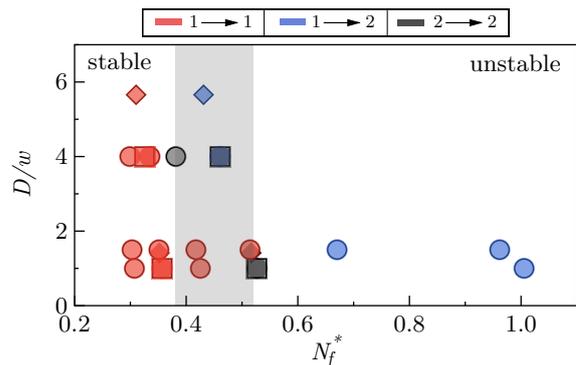


Figure 7. Normalized phase diagram ($D/w, N_f^*$) where N_f^* denotes the modified fracturing number describing the transition between fingering and fracturing (see text). The colors indicate the number of air channels before \rightarrow after the obstacle, and the symbols represent the obstacle shape. The gray zone displays the transition region, $N_f^* \simeq 0.45 \pm 0.07$.

consequence on the dynamics of the system. Indeed, we observe in presence of obstacles a change for $h_c \sim 7$ cm, which corresponds to the height at which the gas undergoes a transition between fingering and fracturing. For instance, for $h \gtrsim h_c$, a different behavior is reported between small obstacles (typically, of the order of the gas finger width, $w \simeq 1$ cm, or smaller) which do not perturbate much the maximum gas concentration height, and obstacles larger than the gas finger width ($D \geq 4$ cm), which trap bubbles at their side.

To quantify the transition between channel fingering and fracturing and its role in channel stabilization in presence of obstacle, we follow an argument similar Holtzman et al. [25]. We introduce a *modified fracturing number*, N_f^* , a dimensionless number which predicts fracturing in the system by comparing the pressure force that drives fracturing, Δf_p , to the resisting frictional force, Δf_f . The pressure force which is similar that in the horizontal system of Holtzman et al. [25] and writes as the sum of the capillary pressure, γ/d , where $\gamma = 0.07$ N/m is the air-water surface tension, and the viscous pressure drop, $\eta v/d$, where η is the viscosity and v the finger velocity, leading to $\Delta f_p = \gamma d(1 + Ca)$ where $Ca = \eta v/\gamma$ is the capillary number. The resisting force is mainly due to the frictional resistance [25], and in our vertical configuration the confinement is imposed by the weight of the grains and water column estimated at the bottom of the obstacle, at height $(h - D/2)$, which is the height to be compared to the fingering-to-fracturing transition of the rising air finger. It therefore leads to $\Delta f_f = \mu \Delta \rho g [h_g - (h - D/2)] d^2$ where $\mu \simeq 0.3$ is the friction coefficient [25, 26] and $\Delta \rho = \bar{\rho} - \rho_{\text{air}} \simeq \bar{\rho}$ the density difference between the grains/water mixture and air. We can therefore write the modified fracturing number:

$$N_f^* = \frac{\gamma(1 + Ca)}{\mu \bar{\rho} g d (h_g - h + D/2)}. \quad (3)$$

To estimate the capillary number, we compute the velocity as $v = Q/(ew)$ where $Q = 1.98$ mL/s is the air injection flow rate, $e = 2$ mm the cell gap and $w \simeq 1$ cm the finger width, leading to $v \simeq 10$ cm/s, compatible with the experimental observations. The effective viscosity of the grains and water mixture is estimated by the semi-empirical model of Zarraga et al. [27] which predicts the viscosity of dense suspensions up to $\phi \simeq 60\%$:

$$\eta = \eta_w \frac{e^{-2.34\phi}}{(1 - \phi/\phi_{\max})^3} \quad (4)$$

where $\eta_w \simeq 10^{-3}$ Pa.s is the water viscosity and $\phi_{\max} = 62\%$ is the poured random packing [27]. Here we consider $\phi \simeq 56\%$ the packing fraction in the fluidized zone (*very loose random packing*), leading to $\eta \simeq 0.3$ Pa s. The effective density of the grains and water mixture in the fluidized zone is estimated by $\bar{\rho} = \phi\rho_g + (1 - \phi)\rho_w$ with $\rho_g = 2300$ kg/m³ the grains density and $\rho_w = 1000$ kg/m³ the water density, leading to $\bar{\rho} \simeq 1730$ kg/m³.

Figure 7 displays the phase diagram from Figure 3b, modified by representing the obstacle diameter D normalized by the air finger width w , D/w , as a function of the modified fracturing number N_f^* (Eq. 3). This scaling makes it possible to separate the stable and unstable regions for the central air channel. For $N_f^* > 0.5$, fracturing occurs before the air finger has reached the obstacle, and it thus chooses randomly to pass this latter on one side or the other, leading to channel instability in time.

For $N_f^* < 0.4$, the central channel still rises as a stable air finger when it reaches the obstacle, it thus chooses one side which is stable in time.

The width of the transition zone ($N_f^* = 0.45 \pm 0.07$, gray region in Figure 7) can have different origins. First, the viscosity of the grains/water mixture may vary locally, and change the value of the capillary number (Eq. 3). Then, the friction coefficient μ has not been measured for our glass beads, and may be different from the value $\mu = 0.3$; however, it would only shift the transition, and not widen the transition zone. Finally, the grains polydispersity have a direct consequence on the width of the transition zone. Indeed, if we consider the average modified fracturing number at the transition, $N_f^* = 0.45$, to be representative of the average grains size, taking into account the polydispersity $d = 318 \pm 44$ μm leads to $N_f^* = 0.39 - 0.52$, in agreement with the limits of the transition zone in Figure 7. We conclude that the transition between fingering and fracturing of the central air channel, and its interaction with the obstacle, is the mechanism controlling the channel stability in time.

ACKNOWLEDGMENTS

G. Varas acknowledges financial support from FONDECYT Project No. 11121300 & PUCV DI Regular No. 039.438/2017. This work was supported by Programa de Cooperación Científica ECOS/CONICYT C14E07.

-
- [1] A. R. Dexter, *Soil Till. Res.* **11**, 199 (1988).
 - [2] R. Richards Jr., D. G. Elms, and M. Budhu, *J. Geotech. Eng.* **116**, 740 (1990).
 - [3] A. Schofield and P. Wroth, *Critical state soil mechanics* (McGraw-Hill, 1968) European civil engineering series, 310 p.
 - [4] M. Hovland, J. V. Gardner, and A. G. Judd, *Geofluids* **2**, 127 (2002).
 - [5] A. Gay, M. Lopez, P. Cochonat, M. Sérane, D. Levaché, and G. Sermondadaz, *Mar. Geol.* **226**, 25 (2006).
 - [6] S. Planke, H. Svensen, M. Hovland, D. A. Banks, and B. Jamtveit, *Geo-Mar. Lett.* **23**, 258 (2003).
 - [7] V. Mastalerz, G. J. de Lange, A. Dähmann, and T. Feseker, *Chem. Geol.* **246**, 87 (2007).
 - [8] A. Mazzini, H. Svensen, G. G. Akhmanov, G. Aloisi, S. Planke, A. Malthe-Sørenssen, and B. Istadi, *Earth Planet. Sci. Lett.* **261**, 375 (2007).
 - [9] R. Semer, J. A. Adams, and K. R. Reddy, *Geotech. Geol. Eng.* **16**, 59 (1998).
 - [10] K. R. Reddy, R. Semer, and J. A. Adams, *Environ. Manage. Health* **10**, 52 (1999).
 - [11] J. S. Selker, M. Niemet, N. G. McDuffie, S. M. Gorelick, and J.-Y. Parlange, *Transp. Porous Med.* **68**, 107 (2007).
 - [12] G. Biardi and G. Baldi, *Catal. Today* **52**, 223 (1999).
 - [13] K. Pangarkar, T. J. Schildhauer, J. Ruud van Ommen, J. Nijenhuis, F. Kapteijn, and J. A. Moulijn, *Ind. Eng. Chem. Res.* **47**, 3720 (2008).
 - [14] W. Ji, A. Dahmani, D. P. Ahlfeld, J. D. Lin, and E. Hill, *Ground Water Monit. Rem.* **13**, 115 (1993).
 - [15] K. R. Reddy, S. Kosgi, and J. Zhou, *Hazard. Waste Hazard. Mater.* **12**, 97 (1995).
 - [16] X.-Z. Kong, W. Kinzelbach, and F. Stauffer, *Chem. Eng. Sci.* **64**, 1528 (2009).
 - [17] G. Ramos, G. Varas, J.-C. Géminard, and V. Vidal, *Phys. Rev. E* **92**, 062210 (2015).
 - [18] G. Varas, V. Vidal, and J.-C. Géminard, *Phys. Rev. E* **83**, 011302 (2011).
 - [19] G. Varas, J.-C. Géminard, and V. Vidal, *Gran. Matt.* **15**, 801 (2013).
 - [20] G. Varas, G. Ramos, J.-C. Géminard, and V. Vidal, *Front. Phys.* **3**, 44 (2015).
 - [21] R. Poryles, V. Vidal, and G. Varas, *Phys. Rev. E* **93**, 032904 (2016).
 - [22] Y. Amarouchène, J. F. Boudet, and H. Kellay, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4286 (2001).
 - [23] H. Teufelsbauer, Y. Wang, M.-C. Chiou, and W. Wu, *Gran. Matt.* **11**, 209 (2009).
 - [24] V. De Zotti and V. Vidal, in *Compte-rendus de la 17^e Rencontre du Non-Linéaire*, edited by E. Falcon, M. Lefranc, F. Pétrélis, and C. T. Pham (Non-Linéaire Publications, 2014) pp. 29–34.
 - [25] R. Holtzman, M. L. Szulczewski, and R. Juanes, *Phys.*

- Rev. Lett. **108**, 264504 (2012).
- [26] T. Divoux and J.-C. G eminard, Phys. Rev. Lett. **99**, 258301 (2007).
- [27] I. E. Zarraga, D. A. Hill, and D. T. Leighton, J. Rheol. **44**, 185 (2000).

Résumé

Nous avons étudié expérimentalement la dynamique de remontée de bulles dans des fluides complexes, allant de solutions de polymère à des milieux granulaires immergés, dans le cas d'une géométrie confinée (cellule de Hele-Shaw). Dans un premier temps, nous avons considéré la remontée d'une bulle unique dans une solution de polymère confinée. Le fluide choisi (PEO) est viscoélastique et rhéofluidifiant. Au-delà d'un volume critique, nous avons mis en évidence et caractérisé deux types d'instabilités : la bulle est défléchie de sa trajectoire verticale, ou se fragmente. L'extension de cette expérience au cas de l'injection continue d'air en base de la cellule a permis de quantifier la dynamique couplée entre les bulles et en particulier leur coalescence, qui dépend fortement du débit d'injection. Dans un deuxième temps, nous avons considéré le cas d'un milieu granulaire immergé : un lit de grains à surface libre, dans lequel de l'air est injecté à débit constant par un unique point d'injection en base de la cellule. En régime stationnaire, la mise en mouvement des grains par le passage répété de l'air conduit à la formation d'une zone fluide. Nous avons quantifié la dynamique des bulles dans cette zone et montré que même en variant la taille des grains et le débit de gaz, la fraction de gaz piégée dans la zone fluide reste constante. Enfin, nous avons considéré l'influence d'un obstacle fixe sur la dynamique du canal d'air central. Un diagramme des régimes est établi en fonction de la taille et de la hauteur de l'obstacle : soit le canal est stabilisé par l'obstacle, soit il est instable et explore de manière intermittente l'un ou l'autre côté de l'obstacle.

Mots-clefs : Bulles, Fluides complexes, Rhéologie.

Abstract

We have studied experimentally the dynamics of bubbles rising in complex fluids, from polymer solutions to immersed granular media, in a confined geometry (Hele-Shaw cell). In a first part, we considered the rise of a single bubble in a confined polymer solution. The fluid (PEO) is viscoelastic and shear-thinning. Above a critical volume, we have observed and characterized two types of instabilities : the bubble is deflected from its vertical trajectory, or fragments. The extension of this experiment to continuous air injection at the bottom of the cell made it possible to quantify the coupled dynamics between bubbles and in particular their coalescence, which is highly dependent on the injection rate. In a second part, we considered the case of an immersed granular medium, in which air is injected at constant flow rate through a single nozzle at the cell bottom. In the steady state, the movement of the grains generated by the successive air pathways leads to the formation of a fluidized zone. We quantified the bubble dynamics in this zone and showed that even when varying the grains size and gas flow rate, the fraction of gas trapped in the fluidized zone remains constant. Finally, we considered the influence of a fixed obstacle on the dynamics of the central air channel. A phase diagram is established depending on the size and height of the obstacle: either the channel is stabilized by the obstacle, or it is unstable and intermittently explores each side of the obstacle.

Keywords: Bubbles, Complex fluids, Rheology.