

Transition doigt/fracture lors de l'ascension d'air dans un milieu granulaire confiné et saturé

Vincent De Zotti & Valérie Vidal

Laboratoire de Physique, Université de Lyon, École Normale Supérieure de Lyon - CNRS
46 Allée d'Italie, 69364 Lyon cedex 07, France
valerie.vidal@ens-lyon.fr

Résumé. Nous avons mis en évidence l'existence d'une transition lors de la remontée de l'air dans un milieu granulaire saturé en eau, confiné dans une cellule de Hele-Shaw verticale et non contraint en surface. En régime stationnaire, au centre d'une zone fluide qui a été décrite dans des travaux précédents, on observe la remontée d'un doigt d'air, qui reste connecté au point d'injection en base de la cellule. À partir d'une certaine hauteur, le doigt ralentit et marque une phase d'arrêt, suivie par la fracturation rapide de la couche de grains au-dessus du doigt. Nous trouvons expérimentalement une dépendance linéaire de la hauteur du doigt à la transition en fonction du débit d'air injecté, qui peut être retrouvée par un modèle simple, sans paramètre ajustable.

Abstract. We report the existence of a transition during air ascent in a granular medium immersed in water, confined into a vertical Hele-Shaw cell and with a free surface. In stationary regime, a fluidized zone is formed, as described in previous works; at its center, an air finger develops upward, still connected to the injection point at the bottom of the cell. At a given height, the finger slows down and stops, followed by a quick fracture of the remaining granular layer above. The linear dependency of the finger height at the transition as a function of the air flow-rate, observed experimentally, can be explained by a simple model without any ajustable parameters.

1 Introduction

L'invasion d'un fluide dans un milieu granulaire saturé par un autre fluide est un processus à la base de nombreux phénomènes naturels ou industriels, incluant l'émission d'hydrocarbures au fond des océans [1], les complexes hydrothermaux [2], la récupération du pétrole [3], la décontamination des sols [4] ou la séquestration du CO_2 [5]. La dynamique de ces systèmes triphasiques est complexe, a fortiori si le milieu granulaire est non-contraint, et donc déformable au passage du fluide injecté. De nombreux travaux dans la littérature ont ainsi rapporté différents régimes d'invasion, en fonction du débit ou de la pression du fluide injecté, de la compacité de la suspension ou du lit granulaire non-cohésif, de la géométrie de confinement, etc. : invasion capillaire, digitation visqueuse pour des cellules horizontales [6–8], auxquelles se rajoutent une fluidification du milieu et la formation de canaux stables ou instables pour des géométries verticales [9]. Dans les deux cas, il est intéressant de noter que dans une certaine gamme de paramètres, on observe une transition entre le déplacement du fluide injecté dans le milieu saturé qui se comporte comme un fluide visqueux, et la fracturation de ce dernier qui présente alors un comportement de type solide [10–13]. Cette transition, observée dans des cellules de Hele-Shaw horizontales, a lieu lorsqu'on augmente le débit du fluide injecté ou la concentration de la suspension. Des travaux précédents ont montré qu'en injectant de l'air ponctuellement en base d'une couche de grains immergée, dans une cellule de Hele-Shaw verticale, on observait la formation d'une zone fluide aux temps longs [14–16]. En régime stationnaire, dans cette zone fluide, nous montrons ici que l'on a une transition spontanée entre la remontée d'un doigt d'air et la fracture de la couche de grains.

2 Dispositif expérimental

2.1 Description de l'expérience

Le principe de l'expérience est représenté en Figure 1 (a). Une cellule de Hele-Shaw verticale (hauteur 30 cm, largeur 40 cm, gap $e = 3$ mm) contient une couche de grains (hauteur initiale h_0) immergée

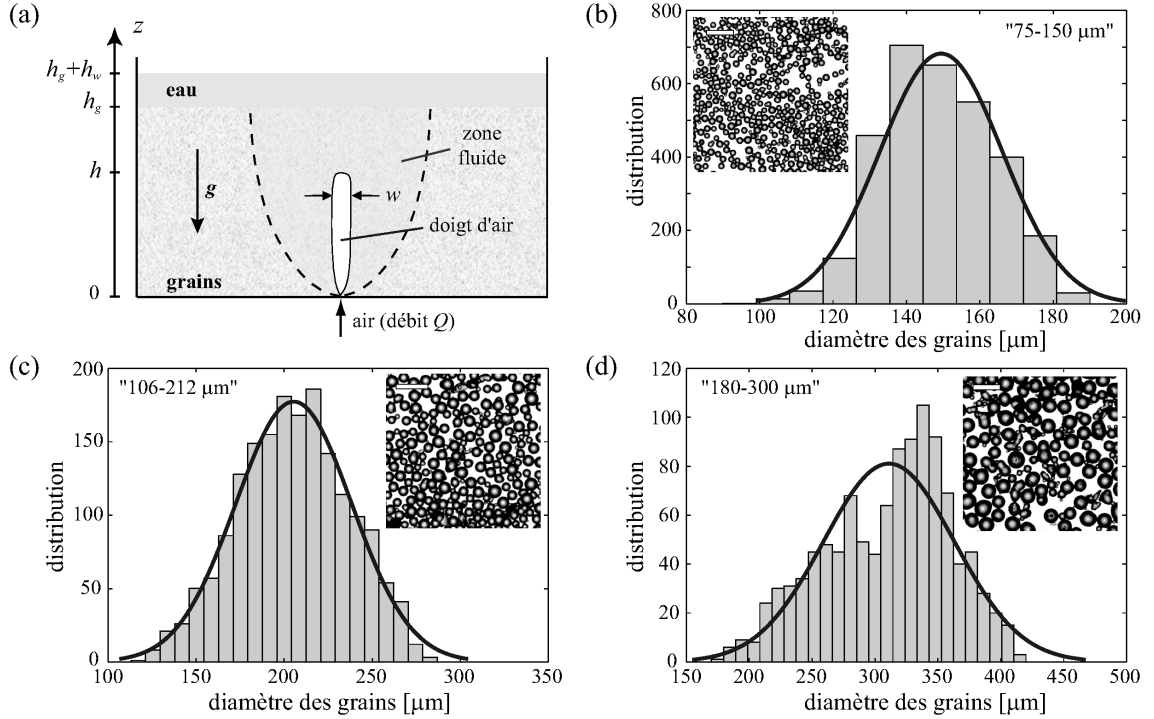


Figure 1. (a) Dispositif expérimental : de l'air est injecté à débit constant Q en base d'une couche de grains immergés dans l'eau, confinée dans une cellule de Hele-Shaw verticale. En régime stationnaire, une zone fluide de forme parabolique se forme (voir texte). On s'intéresse à la dynamique du doigt d'air (hauteur h , largeur w) qui remonte dans cette zone. (b, c, d) Distribution de taille des grains mesurée pour les trois échantillons utilisés (b) 75–150 μm , (c) 106–212 μm et (d) 180–300 μm annoncés par le fabricant. En insert, image des grains (barre horizontale = 1 mm).

dans de l'eau (hauteur h_w au-dessus du lit de grains). De l'air est injecté en base de la cellule par un contrôleur de débit (Bronkhorst, Mass-Stream Series D-5111, débit Q de 0,17 à 1,74 mL/s), via un orifice de diamètre interne $d_{\text{nozz}} = 1$ mm. Dans toutes les expériences, la hauteur d'eau au-dessus du lit de grains est faible ($h_w \sim 2$ cm) pour éviter l'advection des grains dans l'eau et la formation d'un cratère à la surface libre des grains [17]. Dans l'ensemble des expériences effectuées, la hauteur totale du lit de grains h_g varie peu lors de la remontée de l'air, et on supposera par la suite $h_g \simeq h_0$. Le système est éclairé par un plan lumineux (Just NormLicht, Classic Line) assurant un éclairage homogène. La dynamique de l'air remontant dans le milieu granulaire immergé est étudiée par visualisation directe (webcam Logitech C600, 2Mpix, 24 img/s) placée à 20 cm environ de la cellule expérimentale.

2.2 Milieu granulaire utilisé

Les grains sont des billes de verre sphériques (Wheelabrator) de masse volumique moyenne $\rho_g \simeq 2,31 \times 10^3$ kg/m³. Trois échantillons ont été utilisés, de diamètre annoncé par le fabricant 75–150 μm , 106–212 μm et 180–300 μm . La distribution de taille des billes de verre est mesurée à l'aide d'un microscope (Wild Makroskop M420, Heerburg avec objectif Leica Makro-zoom 1-5). On trouve pour les trois échantillons une distribution gaussienne (Figures 1 (b, c, d), qui nous donne les diamètres suivants, considérés dans la suite de l'étude : $d = 149 \pm 17$ μm , 205 ± 33 μm and 311 ± 52 μm . Il est à noter que les diamètres mesurés sont systématiquement plus importants que ceux annoncés.

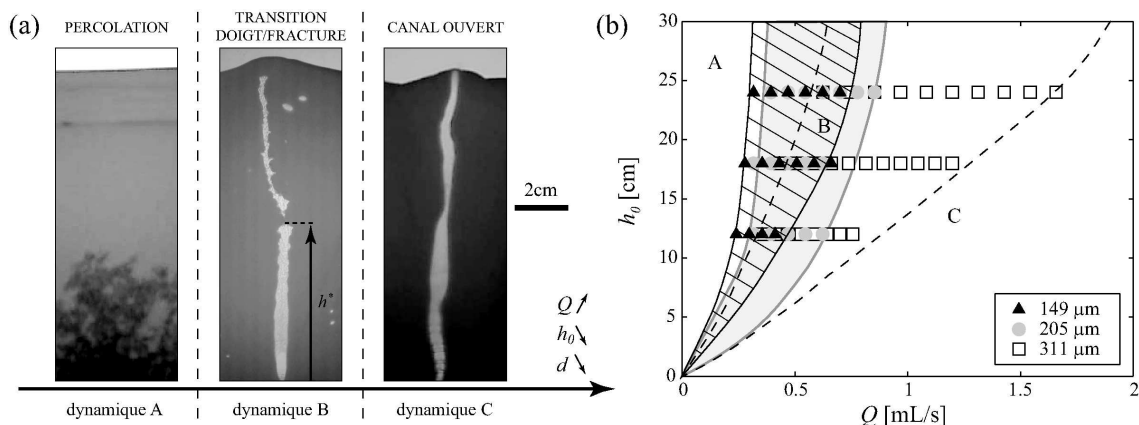


Figure 2. (a) Différents régimes d'ascension de l'air dans la couche de grains [$d = 311 \mu\text{m}$, $h_0 = 12 \text{ cm}$ et $Q = 0,1, 0,7$ et $1,5 \text{ mL/s}$ de gauche à droite]. (b) Diagramme des régimes en fonction des deux paramètres h_0 et Q , pour les trois échantillons de grains [A=percolation / B=transition doigt/fracture / C=canal ouvert]. Seuls sont représentés les points expérimentaux pour lesquels on observe la transition doigt/fracture (régime B). Ils occupent un espace limité par les lignes noires (zone hachurée), les lignes grises (zone grise) ou les lignes pointillées (grains de diamètre moyen $d = 149, 205$ et $311 \mu\text{m}$, respectivement). Les lignes sont de simples guides pour l'oeil.

2.3 Différentes dynamiques d'ascension

Lorsque l'on fait varier les trois paramètres contrôlables du système d (diamètre des grains), h_0 hauteur initiale du lit granulaire et Q (débit d'air injecté), on observe trois différents régimes d'ascension de l'air dans le milieu en régime stationnaire (Figure 2 (a)). À d et h_0 fixés, pour des débits Q faibles, l'air percole à travers le milieu granulaire sans déplacer les grains de manière significative [dynamique A] ; pour de forts débits, un doigt d'air de type Saffman-Taylor [18] remonte jusqu'en surface, puis forme un canal ouvert par lequel l'air s'échappe continûment, et qui peut rester stable sur des temps longs (typiquement plusieurs minutes) [dynamique C]. Pour des débits intermédiaires, on observe une dynamique plus complexe : un doigt d'air se développe, remonte dans le milieu, ralentit puis marque une phase d'arrêt (hauteur h^* , Fig. 2 (a)). La pression dans le doigt continuant d'augmenter (injection d'air à débit constant), l'air va ensuite fracturer soudainement la couche supérieure de grains ($h > h^*$). Cette deuxième étape est très rapide par rapport à la remontée du doigt. L'air s'échappant brusquement, la pression chute, le passage reliant le point d'injection à la surface se referme et le processus recommence. À débit Q et d (resp. h_0) fixés, on observe successivement les dynamiques A, B, et C lorsque l'on diminue h_0 (resp. d).

La figure 2 (b) résume le diagramme des régimes associé à ces observations. Pour chaque échantillon de grains, on a reporté dans l'espace des paramètres (Q, h_0) les points expérimentaux pour lesquels on observe une transition doigt / fracture (dynamique B). Ces points occupent une région de l'espace limitée par les lignes noires (zone hachurée), les lignes grises (zone grise) ou les lignes pointillées pour les grains de diamètre moyen $d = 149, 205$ et $311 \mu\text{m}$, respectivement. Cette région devient de plus en plus grande lorsque l'on augmente h_0 , Q ou d . Dans la suite de l'article, nous caractérisons expérimentalement cette transition doigt/fracture.

3 Analyse de la transition doigt d'air / fracture

Aux temps longs, des travaux précédents ont montré l'existence d'une zone fluide centrée sur le point d'injection de l'air, et dont la forme parabolique est indépendante du débit Q en régime stationnaire [14]. C'est dans cette zone fluide que nous avons observé et quantifié la transition doigt/fracture, en se basant sur l'analyse de plus de 700 vidéos, pour trois hauteurs initiales du lit de grains ($h_0 = 12, 18$ et 24 cm), trois tailles de grains ($d = 149 \pm 17 \mu\text{m}$, $205 \pm 33 \mu\text{m}$ et $311 \pm 52 \mu\text{m}$) et une variation du débit Q dans la gamme où l'on observe cette transition (dynamique B, figure 2 (b)).

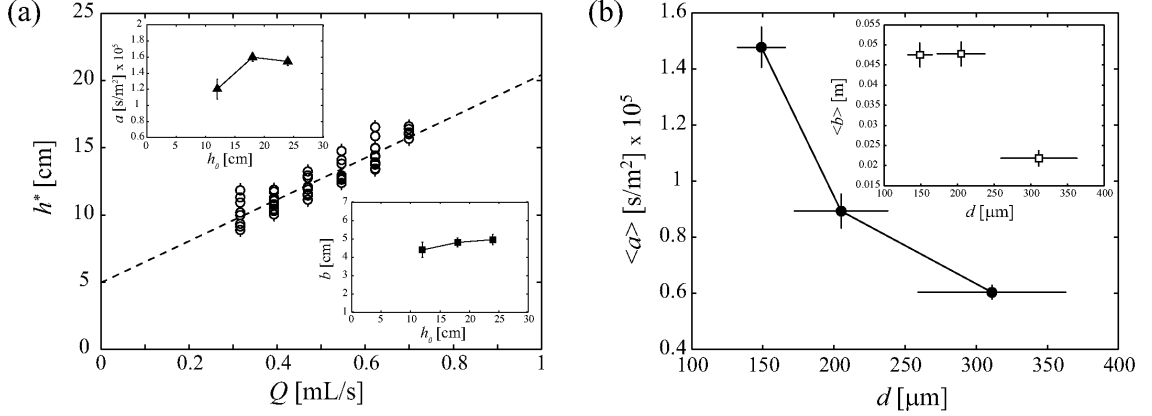


Figure 3. (a) Hauteur de la transition doigt/fracture, h^* , en fonction du débit [$d = 149 \mu\text{m}$, $h_g = 24 \text{ cm}$]. On observe une dépendance linéaire, $h^* = aQ + b$. *Insert* : pente a (*haut*) et ordonnée à l'origine b (*bas*) en fonction de la hauteur initiale h_0 de la couche de grains). a et b ne semblent pas dépendre de manière significative de h_0 . (b) Pente $\langle a \rangle$ et ordonnée à l'origine $\langle b \rangle$ (*insert*) moyennées sur les trois hauteurs initiales explorées [$h_0 = 12, 18$ et 24 cm], en fonction de la taille des grains d .

3.1 Hauteur h^* de la transition

À débit fixé, la hauteur maximale h^* atteinte par le doigt d'air avant de fracturer la couche de grains est reproductible d'une remontée d'air à l'autre. La figure 3 (a) montre que pour (h_0, d) fixés, h^* varie linéairement avec le débit : $h^* = aQ + b$, où a et b ne semblent pas dépendre de h_0 de manière significative (Figure 3 (a), inserts). Les paramètres a et b , en revanche, diminuent lorsque la taille des grains augmente (Figure 3 (b)).

3.2 Viscosité effective du mélange eau/grains

Afin de modéliser le problème, il est nécessaire de connaître la viscosité effective du mélange eau/grains dans la zone fluide. Les modèles classiques pour estimer la rhéologie d'une suspension (e.g. Einstein, 1906 [19], Batchelor, 1967 [20] ou Krieger-Dougherty, 1959 [21]) ne sont valables que pour de faibles fractions volumiques (de $\phi < 3 \%$ [19] à $\phi < 40 \%$ [21]). Nous utilisons ici le modèle semi-empirique de Zarraga *et al.* (2000) [22], qui prédit la viscosité de suspensions denses jusqu'à des fractions volumiques de $\phi \simeq 60 \%$ [23] :

$$\eta = \eta_s \frac{e^{-2,34\phi}}{(1 - \phi/\phi_{\max})^3} \quad (1)$$

avec η_s la viscosité dynamique du fluide environnant et $\phi_{\max} = 62 \%$ (correspondant à l'empilement aléatoire de sphères versées dans un récipient, « *poured random packing* »). Dans la zone fluide, nous prenons $\phi \simeq 56 \%$ (« *very loose random packing* »), et $\eta_s = \eta_w = 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ la viscosité de l'eau, ce qui donne une viscosité effective de l'ordre de $0,3 \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Dans la suite du problème, nous considérons la zone fluide comme un milieu homogène, de densité effective $\rho = \phi\rho_g + (1 - \phi)\rho_w \simeq 1730 \text{ kg/m}^3$ (avec $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$ la densité de l'eau) et de viscosité effective $\eta \simeq 0,3 \text{ Pa}\cdot\text{s}$.

3.3 Estimation de la limite de fracturation

On écrit la loi de Darcy généralisée, qui donne la vitesse \mathbf{v} d'avancée du doigt en fonction du gradient de pression ∇P entre le doigt et la surface et les forces volumiques \mathbf{f}_V (gravité) :

$$\mathbf{v} = -\frac{e^2}{12\eta} (\nabla P - \mathbf{f}_V) \Rightarrow v = \alpha \left[\left(\frac{P_{\text{top}} - P_0}{h_g - h} \right) - \rho g \right] \quad (2)$$

avec e le gap de la cellule de Hele-Shaw, (η, ρ) la viscosité dynamique effective et la densité moyenne du mélange eau/grains dans la zone fluide, respectivement (cf. Section 3.2), P_{top} la pression dans la partie supérieure du doigt, P_0 la pression atmosphérique (on néglige ici la hauteur d'eau au-dessus du lit de grains), h_g la hauteur totale du lit de grains ($\simeq h_0$), h la hauteur du doigt et $\alpha = e^2/12\eta \simeq 2,5 \times 10^{-6}$ u.SI.

On suppose d'autre part un écoulement de Poiseuille dans le doigt, qui permet de relier le débit volumique Q (fixé dans chaque expérience) à la différence de pression entre la partie supérieure du doigt, P_{top} , et la pression P_{down} au niveau du point d'injection :

$$Q = \frac{we^3}{12\eta_{\text{air}}} \left(\frac{P_{\text{down}} - P_{\text{top}}}{h} \right) \quad (3)$$

où w et h sont la largeur et la hauteur du doigt, respectivement, et $\eta_{\text{air}} = 1,8 \times 10^{-5}$ Pa·s la viscosité dynamique de l'air. Expérimentalement, on observe que la largeur du doigt varie peu lors de sa croissance, et son ordre de grandeur ($w \simeq 1$ cm) varie peu d'une expérience à l'autre. On introduit le paramètre $\beta = we^3/12\eta_{\text{air}} \simeq 1,2 \times 10^{-6}$ u.SI. La pression au niveau du point d'injection peut s'estimer comme :

$$P_{\text{down}} = P_0 + \rho gh_g + \frac{4\gamma}{d_{\text{nozz}}} \quad (4)$$

où $d_{\text{nozz}} = 1$ mm est le diamètre de l'injecteur. En combinant les équations (2-4), on obtient :

$$v = \frac{\alpha}{h_g - h} \left(\rho gh + \frac{4\gamma}{d_{\text{nozz}}} - \frac{hQ}{\beta} \right) \quad (5)$$

reliant la vitesse v de remontée du doigt à sa hauteur h . Le critère de fracturation est le suivant : si $v \geq v_s$ (vitesse seuil), le front d'avancée du doigt devient plus rapide que le réarrangement des grains dans la zone fluide (typiquement la vitesse de Stokes, $v_{\text{St}} = d^2g\Delta\rho/18\eta_w \simeq 7$ mm/s, avec $\Delta\rho = \rho_g - \rho_w = 1300$ kg/m³). Le doigt va alors compacter rapidement la couche qui le sépare de la surface (on néglige ici la distance de compaction) et marque une phase d'arrêt. Sa pression augmente alors, jusqu'à dépasser la valeur critique qui lui permet de fracturer la couche sus-jacente. En considérant que $Q/\beta \ll (v_s/\alpha + \rho g)$ et en effectuant un développement limité, on obtient la hauteur de fracturation h^* :

$$h^* = \frac{(v_s/\alpha)h_g - 4\gamma/d_{\text{nozz}}}{v_s/\alpha + \rho g} \left(1 + \frac{Q}{(v_s/\alpha + \rho g)\beta} \right) = a_m Q + b_m \quad (6)$$

On retrouve la dépendance linéaire observé expérimentalement (Fig. 3(a)). En prenant $v_s = 2v_{\text{St}}$, $d = 150$ μm et $Q = 0,5$ mL/s, on trouve, sans paramètre ajustable, une hauteur typique de fracturation $h^* \simeq 9,3$ cm, comparable à celle observée dans les expériences (Fig. 3(a)). L'ordonnée à l'origine, $b_m \simeq 9,2$ cm, a le bon ordre de grandeur, mais la pente théorique, $a_m \simeq 2,5$ s·m⁻², est beaucoup plus faible que celle observée expérimentalement. Une estimation pour différentes tailles de grains montre que a_m décroît en fonction de d , en accord avec l'expérience (Fig. 3(b)), contrairement à b_m dont le modèle prédit une augmentation en fonction de d , en désaccord avec les résultats expérimentaux (Figure 3(b), insert).

4 Conclusion

Une transition doigt/fracture a été observée lors de la remontée d'air dans un milieu granulaire immergé confiné dans une cellule de Hele-Shaw dans une certaine gamme de débit d'injection (fixé dans les expériences). Dans cette gamme, on montre que la hauteur de fracturation, h^* , dépend linéairement du débit : $h^* = aQ + b$. Ce comportement est reproduit par un modèle simple, sans paramètre ajustable, prenant en compte la loi de Darcy généralisée pour la vitesse d'avancée du front, et un écoulement de Poiseuille dans le doigt d'air. Il prédit le bon ordre de grandeur de la hauteur de fracturation. La pente de la tendance linéaire, cependant, présente un écart de plusieurs ordres de grandeurs entre le modèle et les expériences. D'autre part, la dépendance des paramètres a et b en fonction de la taille des grains n'est pas entièrement reproduite par le modèle.

Les limitations de ce modèle simple sont nombreuses. En particulier, on observe dans la plupart des expériences que lors de la remontée du doigt d'air, la bulle précédente n'est pas encore entièrement évacuée de la couche de grains au-dessus. Il est probable qu'elle joue un rôle non négligeable dans la dynamique du système. D'autre part, il serait intéressant de décrire entièrement la dynamique de remontée du doigt. Un modèle plus complexe, avec une résolution numérique, est pour cela nécessaire.

Références

1. K. R. NEWMAN *et al.*, Active methane venting observed at giant pockmarks along the U.S. mid-Atlantic shelf break, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **267**, 341–352 (2008).
2. H. SVENSEN, B. JAMTVEIT, S. PLANKE & L. CHEVALLIER, Structure and evolution of hydrothermal vent complexes in the Karoo basin, South Africa, *J. Geol. Soc.*, **163**, 671–682 (2006).
3. L. W. LAKE, Enhanced oil recovery, *Society of Petroleum Engineers*, 550 pp. (2010).
4. J. W. PETERSON, M. J. DEBOER & K. L. LAKE, A laboratory simulation of toluene cleanup by air sparging of water-saturated sands, *J. Hazard. Mater.*, **72**, 167–178 (2000).
5. J. K. ECCLES & L. PRATSON, Global CO₂ storage potential of self-sealing marine sedimentary strata, *Geophys. Res. Lett.*, **39**, L19604 (2012).
6. Ø. JOHNSEN, R. TOUSSAINT, K. J. MÅLØY, E. G. FLEKKØY & J. SCHMITTBUHL, Coupled air/granular flow in a linear Hele-Shaw cell, *Phys. Rev. E*, **77**, 011301 (2008).
7. B. SANDNES, E. G. FLEKKØY, H. A. KNUDSEN, K. J. MÅLØY & H. SEE, Patterns and flow in frictional fluid dynamics, *Nat. Commun.*, **2**, 288 (2011).
8. R. HOLTZMAN, M. L. SZULCZEWSKI & R. JUANES, Capillary fracturing in granular media, *Phys. Rev. Lett.*, **108**, 264504 (2012).
9. X.-Z. KONG, W. KINZELBACH & F. STAUFFER, Morphodynamics during air injection into water-saturated movable spherical granulates, *Chem. Eng. Sci.*, **65**, 4652–4660 (2010).
10. E. LEMAIRE, P. LEVITZ, G. DACCORD & H. VAN DAMME, From viscous fingering to viscoelastic fracturing in colloidal fluids, *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 2009–2012 (1991).
11. C. CHEVALIER, A. LINDNER, M. LEROUX & E. CLÉMENT, Morphodynamics during air injection into a confined granular suspension, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **158**, 63–72 (2009).
12. R. HOLTZMAN & R. JUANES, Crossover from fingering to fracturing in deformable disordered media, *Phys. Rev. E*, **82**, 046305 (2010).
13. S. MORA & M. MANNA, Saffman-Taylor instability of viscoelastic fluids: From viscous fingering to elastic fractures, *Phys. Rev. E*, **81**, 026305 (2010).
14. G. VARAS, V. VIDAL & J.-C. GÉMINARD, Venting dynamics of an immersed granular layer, *Phys. Rev. E*, **83**, 011302 (2011).
15. G. VARAS, V. VIDAL & J.-C. GÉMINARD, Morphology of air invasion in an immersed granular layer, *Phys. Rev. E*, **83**, 0061302 (2011).
16. G. VARAS, J.-C. GÉMINARD & V. VIDAL, Air invasion in a granular layer immersed in a fluid: morphology and dynamics, *Gran. Matt.*, **15**, 801–810 (2013).
17. G. VARAS, V. VIDAL & J.-C. GÉMINARD, Dynamics of crater formations in immersed granular materials, *Phys. Rev. E*, **79**, 021301 (2009).
18. P. G. SAFFMAN & G. TAYLOR, The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid, *Proc. R. Soc. Lond. A*, **245**, 312–329 (1958).
19. A. EINSTEIN, Zur Theorie der Brownschen Bewegung, *Ann. Phys.*, **324**, 371–381 (1906).
20. G. K. BATCHELOR, Effect of Brownian motion on bulk stress in a suspension of spherical particles, *J. Fluid Mech.*, **83**, 97–117 (1977).
21. I. M. KRIEGER & T. J. DOUGHERTY, A mechanism for non-Newtonian flow in suspensions of rigid spheres, *Trans. Soc. Rheol.*, **III**, 137–152 (1959).
22. I. E. ZARRAGA, D. A. HILL & D. T. LEIGHTON, The characterization of the total stress of concentrated suspensions of noncolloidal spheres in Newtonian fluids, *J. Rheol.*, **44**, 185–220 (2000).
23. C. BONNOIT, T. DARNIGE, E. CLÉMENT & A. LINDNER, Inclined plane rheometry of a dense granular suspensions, *J. Rheol.* **54**, 65–79 (2010).