

Effet du mouillage sur l'écoulement d'un fluide à travers un trou

Jérémy Ferrand, Valérie Vidal & Éric Freyssingeas

Laboratoire de Physique, Université de Lyon, École Normale Supérieure de Lyon - CNRS, 46 Allée d'Italie,
69364 Lyon cedex 07, France
jeremy.ferrand@ens-lyon.fr

Résumé. Les écoulements de fluides newtoniens ou complexes sont étudiés depuis très longtemps, cependant leur étude n'est pas complète notamment en ce qui concerne l'interaction entre le fluide et le solide sur ou à travers lequel il s'écoule. Notre démarche s'inscrit dans une volonté de comprendre et de caractériser entièrement un écoulement de fluide à travers un trou percé dans un matériau donné. Nous avons construit un réservoir pouvant se vider à travers un orifice et permettant de modifier facilement le rayon, la forme ainsi que le matériau dans lequel est percé un trou circulaire. Nous mettons notamment en évidence que le modèle de l'écoulement parfait peut s'appliquer à condition de considérer un rayon effectif pour le trou et une hauteur initiale effective de fluide. Ces paramètres effectifs dépendent de nombreuses grandeurs physiques comme la viscosité mais également de deux grandeurs qui n'ont pas été étudiées jusqu'ici : la tension de surface liquide-air et le mouillage du liquide sur la surface où est percé le trou. De plus, une instabilité du jet se développe lorsque la hauteur initiale de fluide est assez grande.

Abstract. Flows of Newtonian or complex fluids have been studied for a long time. However, these studies did not focus on the interaction between the fluid and solid on which or through which it flows. Our work aims at understanding and characterizing the fluid flow through a circular hole perforated in a given material. The experiential setup consists of a tank filled with a fluid. The fluid can flow through a hole perforated at the bottom of the tank; the hole radius, shape and the material in which the tank bottom is made can be easily modified. We bring out that the perfect flow model can be used to describe this flow provided that we consider an effective radius for the hole and an effective initial height of fluid. These effective parameters depend on many physical quantities as viscosity but also two quantities never studied up to now: the surface tension between liquid and air and the bottom plate wetting properties. Moreover, we observe the development of a jet instability when the initial height is large enough.

1 Introduction

L'écoulement d'un fluide newtonien ou complexe à travers un orifice est un processus rencontré dans la vie quotidienne, dans des phénomènes naturels comme la circulation sanguine [1] ou dans l'industrie. Certains industriels s'intéressent notamment à des recherches sur la forme du réservoir et de l'orifice permettant d'optimiser l'écoulement [2]. L'étude d'un tel système a commencé il y a presque 400 ans avec la publication de Torricelli [3]. Cette loi a ensuite été corrigée notamment avec un coefficient de compressibilité par Boussinesq [4], Helmholtz [5] et Kirchhoff [6]. Des études plus récentes tendent à préciser le domaine de validité de ces lois [7, 8], tracer numériquement les champs de vitesse [9], observer l'écoulement pour un trou non cylindrique [10], analyser la surface libre [11] ou encore utiliser des fluides complexes [12]. Cependant, les mécanismes physiques à l'origine des observations restent encore inexplicables, même pour des fluides simples. Nous avons utilisé différentes tailles de trou percés dans différents matériaux afin de faire varier le mouillage et donc l'interaction du fluide et du solide au niveau du trou. Les rayons des trous sont inférieurs à 2 mm ce qui nous permet d'avoir des longueurs caractéristiques de l'écoulement du même ordre de grandeur que la longueur capillaire afin que les effets de mouillage puissent être importants. Nous montrons que de tels écoulements et notamment certains paramètres effectifs adimensionnés dépendent du matériau dans lequel le trou est percé.

2 Dispositif expérimental

Notre dispositif expérimental est assez simple dans sa conception, il est présenté sur la figure 1 (a). Une cuve cubique en verre sans fond de 10 cm de côté est collée à une pièce en Dural cylindrique permettant de changer facilement le fond de la cuve. Ainsi il est possible de changer le rayon r ou la longueur L du trou mais également le matériau dans lequel il est percé. On place sous l'orifice une balance (KERN 572) interfacée à un ordinateur afin de mesurer la masse de fluide écoulee au cours du temps lors de l'écoulement. Le système permet de visualiser le jet de fluide dès sa sortie du trou. Cette visualisation s'effectue par ombroscopie en plaçant d'un côté un panneau de LED et de l'autre une caméra PixelLink 1280×1024 équipée d'un objectif macro 18–108 mm.

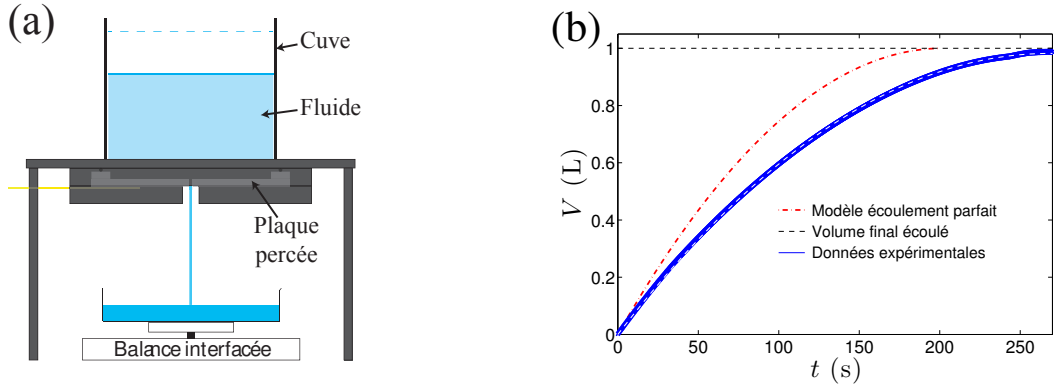


Figure 1. Dispositif expérimental permettant l'écoulement de fluides à travers un orifice et modèle du fluide parfait. (a) Vue d'ensemble du système expérimental. La distance entre le trou et le cristallisoir est fixe (15 cm). (b) Comparaison entre le modèle de l'écoulement parfait et les données expérimentales : volume de fluide écoulé V en fonction du temps t . [$r = 2$ mm ; $L = 2$ mm ; $h_0 = 10$ cm ; Plexiglas]. L'épaisseur du trait représente l'erreur expérimentale de la mesure. Les pointillés blancs représentent l'ajustement $V = \alpha t^2 + \beta t$ des données expérimentales avec α et β libres.

Pour effectuer un écoulement, le trou est bouché et le réservoir rempli de fluide jusqu'à une hauteur initiale donnée h_0 . On ôte le bouchon et on enregistre la forme du jet avec la caméra ainsi que la masse au cours du temps. La condition initiale est reproductible. Nous présentons dans cet article les résultats que nous avons obtenus avec de l'eau distillée. L'utilisation d'autres fluides est en cours.

La longueur capillaire est définie par :

$$\kappa^{-1} = \sqrt{\frac{\gamma_{LG}}{\rho g}} \quad (1)$$

où γ_{LG} est la tension de surface liquide air, ρ la masse volumique du liquide et g la constante de gravité [14]. La longueur capillaire pour l'eau distillée a été mesurée à $\kappa^{-1} = (2,63 \pm 0,04)$ mm. Nous avons utilisé des trous circulaires ayant des rayons de 0,5 à 2 mm, c'est-à-dire des longueurs caractéristiques (correspondant au diamètre du trou) de 1 à 4 mm. Cela signifie que nous avons des écoulements où la longueur caractéristique de l'écoulement est plus grande ou plus petite que la longueur capillaire. Ainsi nous pouvons étudier les effets de tension de surface. Pour caractériser le mouillage nous utilisons la loi de Young-Dupré :

$$\gamma_{LG} \cos \theta_S = \gamma_{SG} - \gamma_{SL} \quad (2)$$

où γ_{LG} , γ_{SG} et γ_{SL} représentent respectivement la tension de surface liquide/gaz, solide/gaz et solide/liquide [14]. Le paramètre pertinent pour quantifier le mouillage est l'angle θ_S de cette loi. Nous avons réalisé la totalité des trous dans des plaques de Plexiglas, PVC et Téflon afin d'avoir des angles θ_S pour l'eau de 60,3°, 75,3° et 98,5°, respectivement.

3 Caractérisation de l'écoulement

3.1 Modèle de l'écoulement parfait

Les premières observations montrent que les nombres de Reynolds ($\text{Re} = V_0 \times (2r)/\nu$ où V_0 est la vitesse caractéristique du fluide en sortie et ν la viscosité cinématique du fluide) pour l'écoulement d'eau à travers les trous utilisés sont compris entre 1 400 et 6 000, ce qui est très grand devant 1. Ainsi le modèle de l'écoulement parfait semble être un bon candidat pour une modélisation. En appliquant la relation de Bernoulli sur les lignes de courant du fluide on trouve que la vitesse du fluide au niveau du trou est uniforme et vaut $v_0(t) = \sqrt{2gz(t)}$ où $z(t)$ est la hauteur du fluide par rapport au trou. Cette formule est connue sous le nom de formule de Torricelli. On peut alors déterminer le volume V écoulé ou le débit volumique Q_V au cours du temps :

$$V(t) = \pi\sqrt{2gr^2}h_0^{1/2}t - \frac{\pi^2g}{2a^2}r^4t^2, \quad Q_V(t) = \pi\sqrt{2gr^2}h_0^{1/2} - \frac{\pi^2g}{a^2}r^4t, \quad (3)$$

où r est le rayon du trou, h_0 la hauteur initiale du fluide et a le côté de la cuve cubique.

Si l'on essaye de confronter la théorie avec l'expérience on obtient les courbes de la figure 1 (b). La courbe en pointillés, représentant le modèle de l'écoulement parfait, est en avance par rapport aux données expérimentales en trait plein. Ainsi le modèle de l'écoulement parfait surestime la vitesse du fluide en sortie car l'eau possède une viscosité finie qui l'empêche de se comporter comme un fluide parfait. Cependant on remarque que la forme de la courbe expérimentale ressemble à celle de la théorie. Il est alors possible d'ajuster les données par la forme $V(t) = \alpha t + \beta t^2$ en laissant les coefficients α et β libres. La courbe en pointillés blancs correspond à cet ajustement sur nos données expérimentales.

3.2 Détermination des paramètres effectifs à partir du débit volumique

L'ajustement à partir de la variation du volume au cours du temps n'est pas un bon moyen de rendre compte de nos écoulements dans certains cas. En effet dans certaines conditions une instabilité ressemblant à l'instabilité de Rayleigh-Taylor de jet [15] se développe et s'arrête avant la fin de l'écoulement. Ainsi nous pouvons avoir deux régimes bien distincts pendant un même écoulement. La donnée de la courbe $V(t)$ ne permet pas de distinguer ces deux régimes. Afin de pallier ce problème, nous avons utilisé le débit volumique pour étudier l'écoulement. Nous dérivons nos données expérimentales afin d'obtenir les courbes $Q_V(t)$ dont deux exemples sont représentés sur la figure 2. La seule grandeur physique qui différencie les deux écoulements présentés est l'angle θ_S . On observe que lorsqu'aucune instabilité ne se développe (Fig. 2 (a)), le débit est linéaire avec le temps pour tout l'écoulement sauf à la fin lorsque le jet s'amincit. L'ajustement correspond à celui effectué sur la courbe $V(t)$. Cependant, lorsqu'une instabilité est présente (Fig. 2 (b)), on constate une rupture de pente lorsque l'instabilité s'arrête sur le film. Ainsi on distingue les deux régimes (jet instable et jet stable).

Ces ajustements via le débit volumique Q_V nous permettent d'obtenir des coefficients effectifs pour le régime stable ou instable qui sont reliés à deux grandeurs physiques effectives, le rayon du trou r_{eff} et la hauteur initiale de fluide $h_{0\text{eff}}$:

$$Q_V(t) = 2\alpha t + \beta, \quad \alpha = -\frac{\pi^2g}{2a^2}r_{\text{eff}}^4, \quad \beta = \sqrt{2g\pi}r_{\text{eff}}^2h_{0\text{eff}}^{1/2}. \quad (4)$$

4 Discussion

L'analyse des écoulements pour différentes grandeurs physiques (r , h_0 et θ_S) nous a permis de quantifier les dépendances des différentes grandeurs effectives (r_{eff} et $h_{0\text{eff}}$). Nous avons tout d'abord regardé la dépendance de r_{eff} et $h_{0\text{eff}}$ lorsqu'on change le rayon du trou r ou la hauteur initiale effective h_0 . Les résultats pour des trous percés dans du Téflon sont présentés Fig. 3. La figure 3 (a) représente r_{eff} normalisé par r en fonction de la pression initiale ρgh_0 subie par le fluide au niveau du trou normalisée

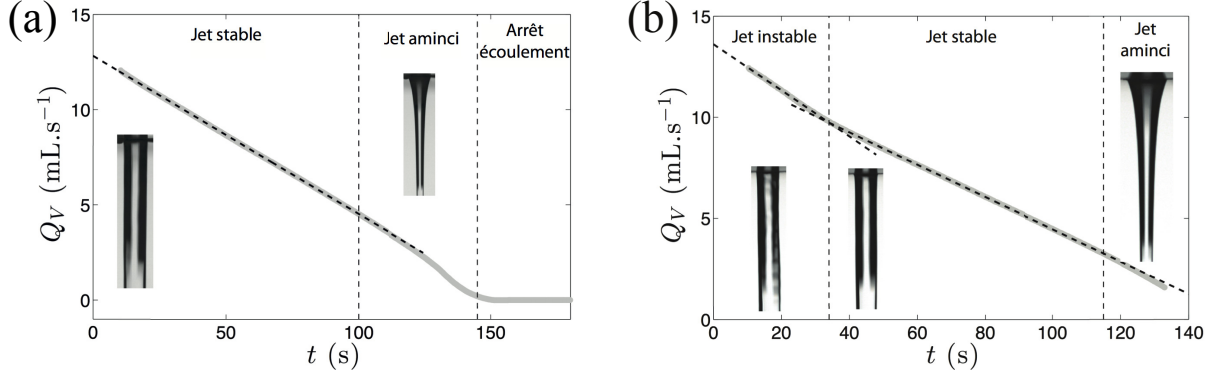


Figure 2. Ajustement du débit volumique dans le cas sans et avec une instabilité [$r = 2$ mm ; $L = 2$ mm ; $h_0 = 10$ cm]. (a) [Téflon] Aucune instabilité n'est visible sur le film. (b) [Plexiglas] Une instabilité est visible sur le film au début et on observe les deux régimes grâce à une rupture de pente.

par la pression normale $P_0 = 1$ bar. La figure 3(b) représente $h_{0\text{eff}}$ normalisée par h_0 en fonction de r normalisé par la longueur capillaire $\kappa^{-1}/2$ (divisée par 2 car on compare au rayon du trou). On remarque que pour des tailles de trou supérieures à la longueur capillaire ($r = 2$ ou 1,5 mm), le rapport r_{eff}/r ne dépend pas de la pression initiale effective car les effets d'inertie prédominent sur les effets capillaires. Par contre pour des tailles de trou inférieures à la longueur capillaire ($r = 1$ ou 0,5 mm), le rapport r_{eff}/r diminue lorsque la pression initiale diminue car les effets inertiels et capillaires sont du même ordre de grandeur. Ainsi lorsqu'on diminue la pression initiale, les effets capillaires jouent un rôle de plus en plus important ce qui réduit le débit de l'écoulement et donc le rayon effectif. La conclusion pour le rapport $h_{0\text{eff}}/h_0$ est la même avec une perte de charge significative pour les petits trous. On remarque également que lorsque le jet est instable, le rayon effectif est plus grand car le liquide s'écoule plus vite. Cette instabilité a tendance à diminuer l'interaction entre le liquide et le solide, ce qui réduit les effets capillaires. Elle dissipe plus d'énergie que dans le cas stable, mais cela semble négligeable par rapport à la diminution d'effets capillaires. En revanche, on voit que cette dissipation d'énergie entraîne une perte de charge comme on peut le voir avec la diminution du rapport $h_{0\text{eff}}/h_0$ (Fig. 3(b)). L'ordre dans lequel sont rangés les différentes séries de points de r_{eff}/r reste encore incompris et on peut voir sur la figure 4 que cet ordre change en fonction du matériau utilisé.

Nous avons également étudié comment le mouillage du fluide sur le solide pouvait influencer sur l'écoulement. Nous avons tracé les mêmes rapports r_{eff}/r et $h_{0\text{eff}}/h_0$ en fonction de l'angle de mouillage statique θ_S (Fig. 4). Chaque point correspond à une moyenne sur une série de mesure où h_0 a été modifié. On remarque que le rapport r_{eff}/r semble augmenter lorsque θ_S augmente. Cela peut se justifier qualitativement par le fait que lorsque θ_S augmente, l'affinité entre le liquide et le solide diminue ce qui permet au fluide de s'écouler au plus proche des parois en modifiant les lignes de courant à l'approche du trou. Cela reste à confirmer par une mesure ultérieure des lignes de courant dans l'écoulement. En revanche, pour le rapport $h_{0\text{eff}}/h_0$ aucune tendance ne se dégage en fonction du mouillage. Cela signifierait que le mouillage n'a pas d'influence sur la perte de charge au passage du trou.

Nous avons également essayé de modifier la longueur du trou L en doublant l'épaisseur des plaques de PVC. Nous avons donc pu comparer des séries de mesures pour $L = 2$ mm et $L = 4$ mm. Cette augmentation de la longueur du trou a une influence non négligeable sur l'écoulement. Tout d'abord l'instabilité qu'on observe habituellement pour des hauteurs initiales assez importantes ($h_0 = 10$ à 8 cm) pour $L = 2$ mm se développe pour des hauteurs initiales jusqu'à $h_0 = 5$ cm pour $L = 4$ mm. Cependant les changements qui sont observés sur les ratios r_{eff}/r et $h_{0\text{eff}}/h_0$ ne sont pas encore compris et des expériences supplémentaires sont nécessaires.

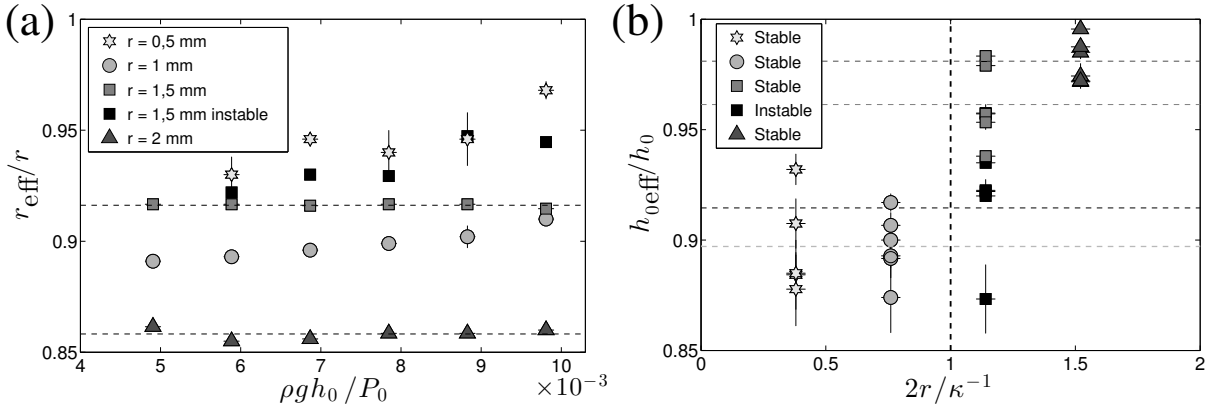


Figure 3. Dépendance des grandeurs effectives normalisées pour des trous percés dans du Téflon. (a) Les lignes en pointillés permettent de visualiser que les points sont alignés. (b) Les lignes horizontales en pointillés représentent la moyenne pour chaque r .

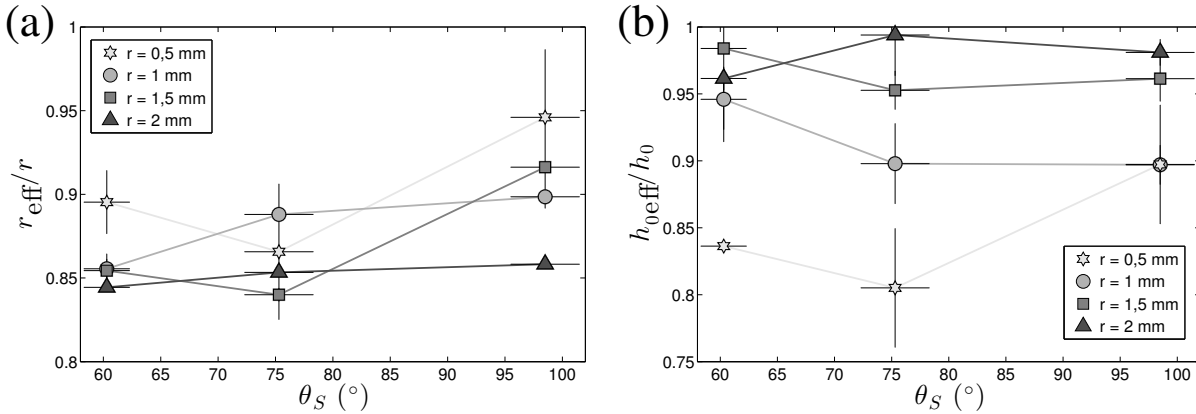


Figure 4. Dépendance des grandeurs effectives r_{eff}/r et $h_{0\text{eff}}/h_0$ normalisées avec le mouillage (angle θ_S).

5 Conclusion

Malgré la simplicité du dispositif expérimental d'une vidange d'un fluide à travers un orifice et les nombreuses études qui ont déjà été effectuées, des phénomènes physiques restent encore incompris sur ce système. Nous avons mis en évidence que le mouillage du fluide sur la plaque dans lequel est percé le trou a une influence sur l'écoulement. Nous avons extrait du modèle de l'écoulement parfait un rayon effectif et une hauteur initiale effective permettant de caractériser l'écoulement du fluide. Cependant nous remarquons que l'étude de ces paramètres n'est pas suffisante pour caractériser entièrement le système et de nouvelles études sont en cours de réalisation. Les effets observés sont faibles (mais non négligeables), un soin tout particulier sera apporté au perçage des trous, afin de voir une éventuelle influence de la rugosité de surface et d'assurer une reproductibilité des écoulements. L'étude de la forme du jet ainsi que son angle de contact au niveau du trou nous donnera plus d'informations sur les mécanismes physiques des écoulements en fonction du mouillage. De plus, le développement et l'étude de l'instabilité observée nous intéresse grandement. Le tracé d'un diagramme des régimes est en cours de réalisation et des expériences supplémentaires sont nécessaires afin de le construire. Enfin cette étude pourra être poursuivie par des écoulements d'autres fluides newtoniens ou de fluides complexes.

Références

1. J. HOLEN, R. C. WAAG, R. GRAMIAK, M. R. VIOLANTE & S. A. ROE, Doppler ultrasound in orifice flow. In vitro studies of the relationship between pressure difference and fluid velocity, *Ultrasound Med. Biol.*, **11**, 261–266 (1985).
2. R. OUZIAUX & J. PERRIER, *Mécanique des fluides appliquée - Tome 1 - Fluides incompressibles*, Dunod, Paris (1966).
3. E. TORRICELLI, De motu gravium, *Opera Geometrica*, 191–204 (1644).
4. J. BOUSSINESQ, Essai sur la théorie de l'écoulement d'un liquide par un orifice en mince paroi, *C. R. Acad. Sc.*, **114**, 704–710 (1870).
5. H. VON HELMHOLTZ, Monatsberichte der Akad. der Wissenschaften, *Berlin* (1963).
6. G. KIRCHHOFF, *Vorlesungen über mathematische Physik*, p. 341 (1876).
7. G. F. DAVIDSON, Experiments on the flow of viscous fluids through orifices, *Proc. R. Soc. Lond.*, **89**, 91–99 (1913).
8. C. CLANET, Clepsydrae, from Galilei to Torricelli, *Phys. Fluids*, **12**, 2743–2751 (2000).
9. E. ALENUS, Mode switching in a thick orifice jet, an LES and dynamic mode decomposition approach, *Comput. Fluids*, **90**, 191–196 (2014).
10. P. SHARMA & T. FANG, Breakup of liquid jets from non-circular orifices, *Exp. Fluids*, **55**, 1666 (2014).
11. S. COURRECH DU PONT & J. EGGERS, Sink flow deforms the interface between a viscous liquid and air into a tip singularity, *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 034501 (2006).
12. T. TOPLAK, H. TABUTEAU, J. R. DE BRUYN & P. COUSSOT, Gravity draining of a yield-stress fluid through an orifice, *Chem. Eng. Sci.*, **62**, 6908–6913 (2007).
13. A. USHIDA, T. HASEGAWA & T. NARUMI, Anomalous phenomena in several types of liquid flows through small orifices in a range of low Reynolds numbers, *Exp. Therm. Fluid Sci.*, **52**, 191–196 (2014).
14. P. G. DE GENNES, F. BROCHARD-WYART & D. QUÉRÉ, *Gouttes, bulles, perles et ondes*, Belin (2002).
15. Q. CHANG, M. ZHANG, F. BAI, J. WU, Z. XIA, K. JIAO & Q. DU, Instability analysis of a power law liquid jet, *J. Non-Newton. Fluid*, **198**, 10–17 (2013).