

T.D. 1

ORDRES DE GRANDEUR ANALYSE DIMENSIONNELLE

1 Océans terrestres

Donner une estimation du nombre de molécules d'eau contenues dans les océans sur Terre.

2 Vitesse d'un tsunami

Un tsunami est une onde gravitaire qui se propage dans des eaux peu profondes par rapport à sa longueur d'onde (de l'ordre de 100 km). Sa vitesse de propagation peut dépendre de la hauteur d'eau h , de la densité de l'eau ρ et de la pesanteur g . Estimer son ordre de grandeur.

3 Puissance d'une éolienne

On suppose que la puissance électrique délivrée par une éolienne dépend de la masse volumique de l'air ρ , de la vitesse du vent V et de la longueur des pales ℓ . Par analyse dimensionnelle, exprimer la puissance de l'éolienne sous la forme $\mathcal{P} = \kappa \rho^\alpha V^\beta \ell^\gamma$, avec κ une constante sans dimension.

4 Théorie cinétique des gaz

La pression P exercée par un gaz sur la paroi d'un récipient est la résultante des collisions des molécules sur la paroi. Elle dépend à priori de la densité du gaz n (nombre de molécules par unité de volume), de la masse m des molécules, et de leur vitesse caractéristique V . Par analyse dimensionnelle, exprimer la pression P en fonction de ces grandeurs.

5 Force de Stokes

1) Un objet de taille caractéristique R est en translation à la vitesse V dans un fluide, de masse volumique ρ et de viscosité dynamique η . En régime laminaire, la force de frottement sur l'objet est proportionnelle à η . Retrouver la forme de la loi de Stokes par analyse dimensionnelle.

2) Grâce à son flagelle, une bactérie peut se déplacer dans l'eau d'environ une fois sa taille par seconde. Si elle arrête brutalement de se propulser, en combien de temps, et sur quelle longueur caractéristique s'arrête-t-elle ?

3) Dans un fluide de quelle viscosité un homme devrait-il nager pour ressentir la même « viscosité effective » ?

4) Estimer l'ordre de grandeur de la puissance mécanique fournie par le flagelle.

6 Limites de la loi de Stokes

Un objet de taille R , de masse volumique ρ , tombe dans un fluide de masse volumique ρ_0 et de viscosité dynamique η .

- 1) Retrouver une estimation de la vitesse de sédimentation de l'objet (loi de Stokes).
- 2) Un grêlon de taille 1 cm tombe dans l'air, de viscosité $\eta \sim 10^{-5}$ Pa.s. Calculer sa vitesse de chute. Cette valeur vous paraît-elle raisonnable ?
- 3) En régime turbulent, la force de frottement exercée par le fluide sur l'objet ne dépend plus de la viscosité. Par analyse dimensionnelle, trouver une expression plausible pour la force de frottement.
- 4) En déduire une nouvelle estimation de la vitesse typique de chute du grêlon.

7 Nombre de Shields

Des grains de sable sont érodés par un écoulement d'eau laminaire, de hauteur U_0 . On suppose que l'écoulement est bidimensionnel, unidirectionnel, et suit un profil de vitesses linéaire :

$$\vec{V}(y) = \frac{U_0}{H} \vec{e}_x$$

- 1) Calculer le poids apparent d'un grain immobile situé à la surface du lit, et la force de traînée exercée par le fluide sur lui.
- 2) La traînée tend à faire bouger le grain tandis que son poids tend à le maintenir en place. Exprimer le nombre de Shields, paramètre sans dimension qui caractérise la compétition entre ces deux effets.

8 Diffusion thermique

On cherche à estimer le temps nécessaire pour former une couche de glace d'épaisseur h à la surface d'un lac, sachant que la glace déjà formée joue le rôle d'isolant thermique entre l'air (plus froid) et l'eau du lac (plus chaude). Outre h , le processus dépend des grandeurs suivantes :

- la masse volumique de la glace ρ ;
- sa conductivité thermique k (qui se mesure en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$) ;
- sa chaleur latente de fusion L_f (mesurée en J.kg^{-1}) ;
- et la différence de température ΔT entre l'air ambiant et la température de fusion de la glace.

À l'aide d'une analyse dimensionnelle, estimer le temps nécessaire pour former la couche de glace.