

Droits réservés - © 2001 Cédric Lemery

Nomenclature pour les réflexions

- c : réflexion sur l'interface manteau-noyau externe
- i : réflexion sur l'interface noyau externe- noyau interne
- p : réflexion des ondes P à la surface du globe, à proximité du séisme
- s : réflexion des ondes S à la surface du globe, à proximité du séisme

Nomenclature pour les ondes

- P : ondes P dans le manteau
- S : ondes S dans le manteau
- K : onde P dans le noyau externe
- I : onde P dans le noyau interne
- J : onde S dans le noyau interne

Si les lois de Descartes nous ont permis de calculer les temps d'arrivées, elles ne nous disent pas quelles sont les amplitudes transmises/réfléchies, ni même si une onde est transmise/réfléchi du tout. Considérons une interface perpendiculaire à \mathbf{z} et une onde incidente P ou S dans le plan $x - z$. A priori des ondes P ou S peuvent être réfléchies ou transmises. Les conditions à l'interface doivent assurer la continuité des déplacements et des contraintes σ_{iz} .

Un cas simple est par exemple une onde S polarisée suivant y , d'incidence i_1 . On note ρ_1, k_1, v_1 la densité, nombre d'onde et vitesse dans le milieu 1, et ρ_2, k_2, v_2 dans le milieu 2.

Pourquoi cette onde ne va-t-elle générer ni onde P, ni onde S polarisée dans le plan xz ?

L'amplitude de l'onde incidente est $(0, 1, 0) \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t))$, l'onde réfléchi $(0, R, 0) \exp(i(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x} - \omega t))$ (d'incidence i'), l'onde transmise $(0, T, 0) \exp(i(\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{x} - \omega t))$ (d'incidence i'')

Ecrire la continuité des déplacements et des contraintes sur l'interface.

En déduire

$$i_2 = \arcsin\left(\frac{v_2}{v_1} \sin(i_1)\right)$$

$$R = \frac{\rho_1 v_1 \cos(i_1) - \rho_2 v_2 \cos(i_2)}{\rho_1 v_1 \cos(i_1) + \rho_2 v_2 \cos(i_2)}$$

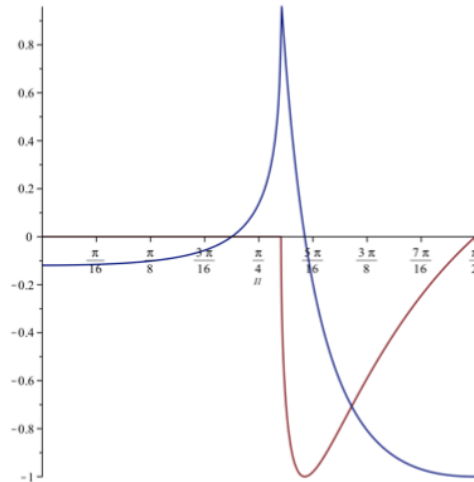
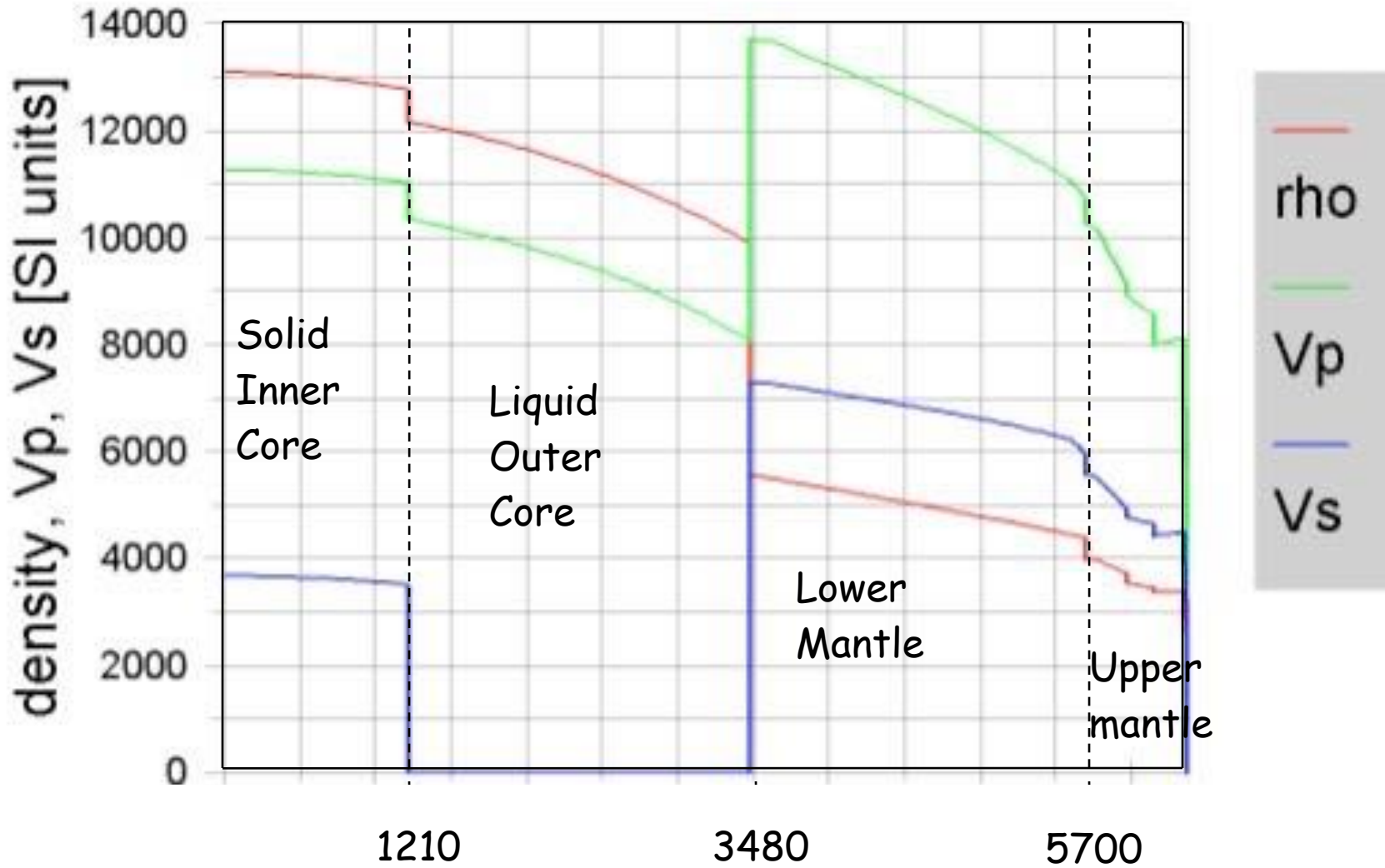


FIGURE 1 – Coefficient de réflexion (réel Blue, imaginaire Rouge) d'une onde SH ($v_2/v_1 = 2/\sqrt{3}$, $\rho_2/\rho_1 = 1.1$).

Remarques :

T et R peuvent être complexes (k peut être un nombre imaginaire, indiquant une onde qui s'atténue avec z)

PRELIMINARY REFERENCE EARTH MODEL (PREM)



Nature of the core 1)

Inertia

(d =distance to rotation axis)

$$I = \iiint d^2 \rho dV$$

- Mass of the Earth M : $6 \cdot 10^{24}$ kg
Radius of the Earth R : 6371 km,
Average density $\bar{\rho} = 5.5$ g/cm³
Inertia I : $0.33 MR^2$
- What is the inertia of a sphere?
- How do we know that the deep Earth is denser?
- Compute the mass, average density and inertia of a two layer sphere, with densities ρ^+ and ρ^-
- Sismology observes a core with radius $R_n=3470$ km. Estimate the Earth's mantle and core densities

Nature of the core 1)

- solution : $\rho_c = 12.7 \text{ kg m}^3$, $\rho_m = 4.2 \text{ kg m}^3$. The core mass is 37% of Earth's mass.

$$M = \frac{4}{3}\pi(\rho_m R^3 + (\rho_c - \rho_m)R_n^3)$$

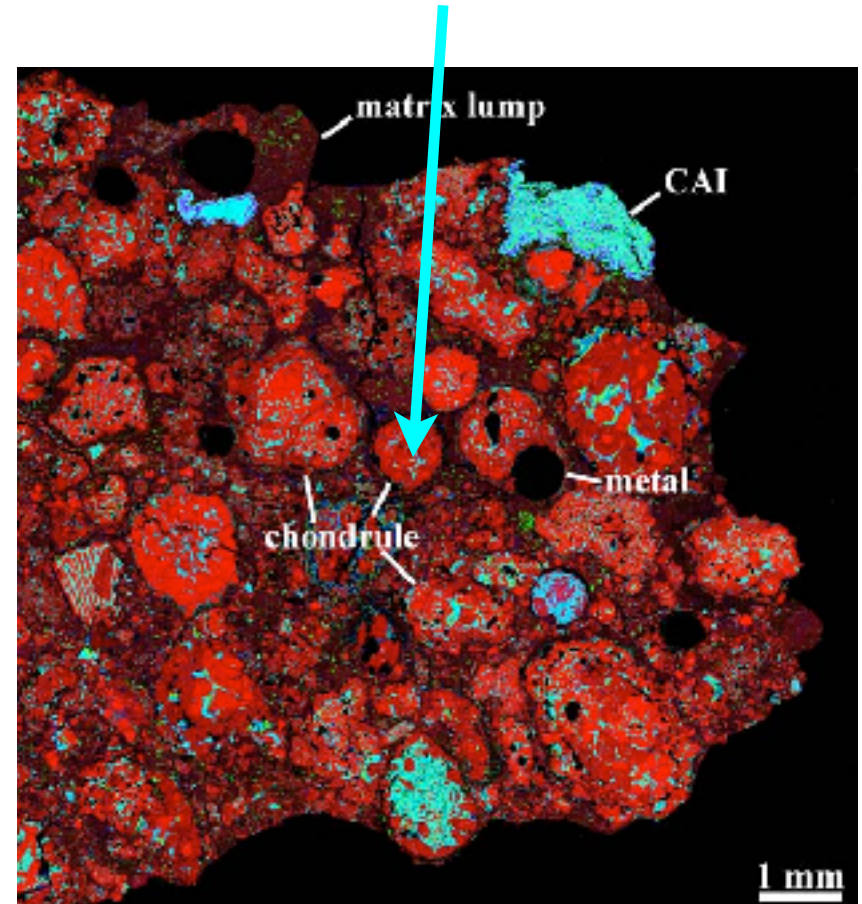
$$I = \frac{8}{15}\pi(\rho_m R^5 + (\rho_c - \rho_m)R_n^5)$$

Météorites



85% Chondrites

Chondre





Pallasite

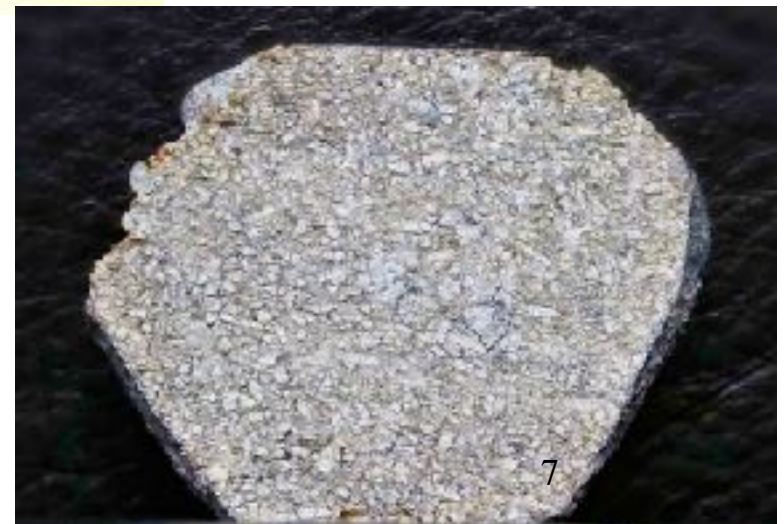
Mars (Shergottite)

Lune

Vesta



Fer





Péridodite

Nature of the core 2)

- The composition of sample mantle rocks is typically



Solid solution of Forsterite $\text{Mg}_2 \text{Si O}_4$ & Fayalite $\text{Fe}_2 \text{Si O}_4$

In chondrites and solar wind a molar ratio $\text{Fe}/\text{Mg}=.84$ is observed

- What is the mass of the iron core? (The molar masses of Mg, Fe, Si, O are 24.3, 56, 28 et 16).

Nature of the core 2)

The total number of Fe moles is

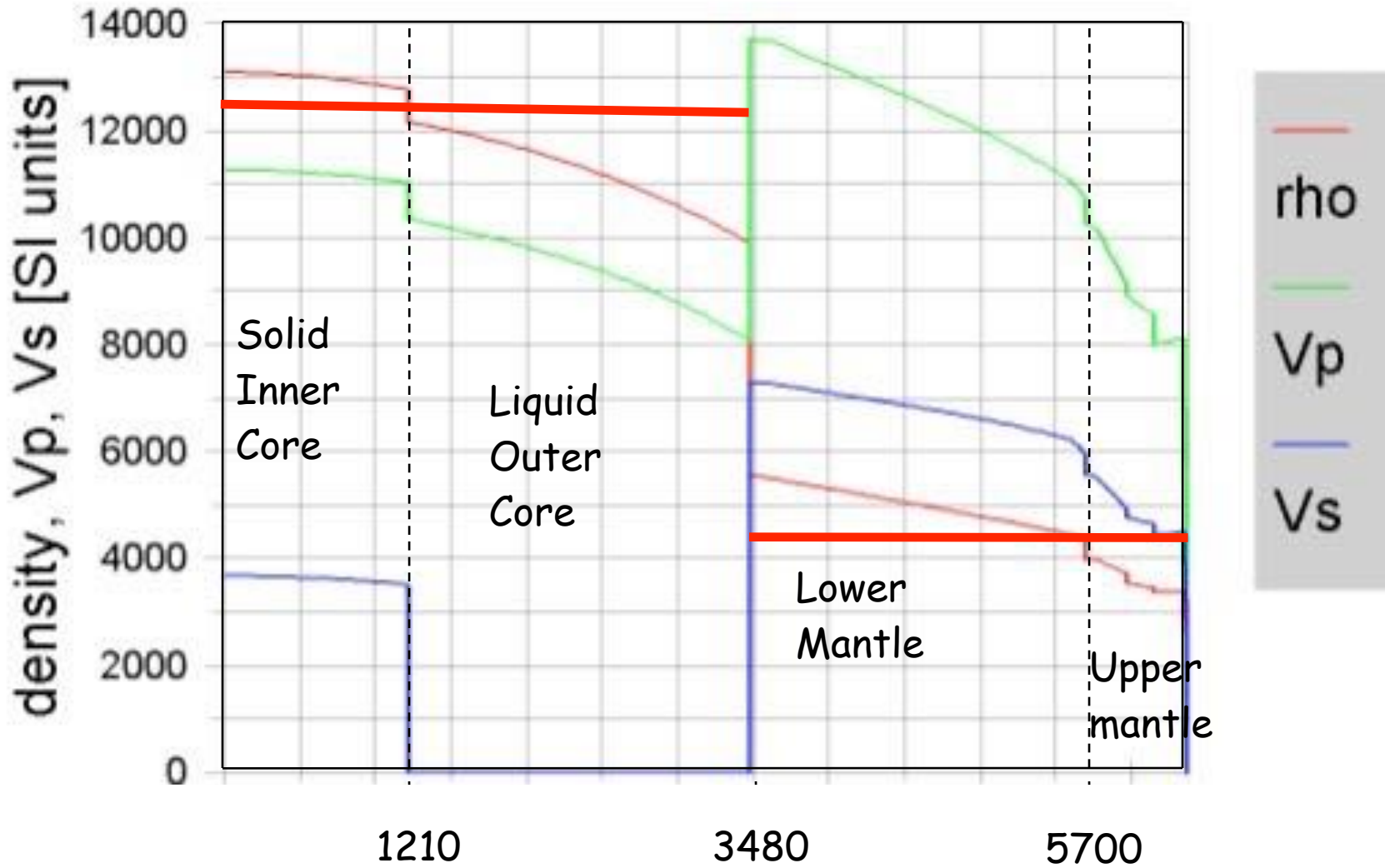
$$N_{\text{Fe}} = M_{\text{noyau}}/m_{\text{fe}} + 0.2 M_{\text{manteau}}/m_{\text{Ol}}$$

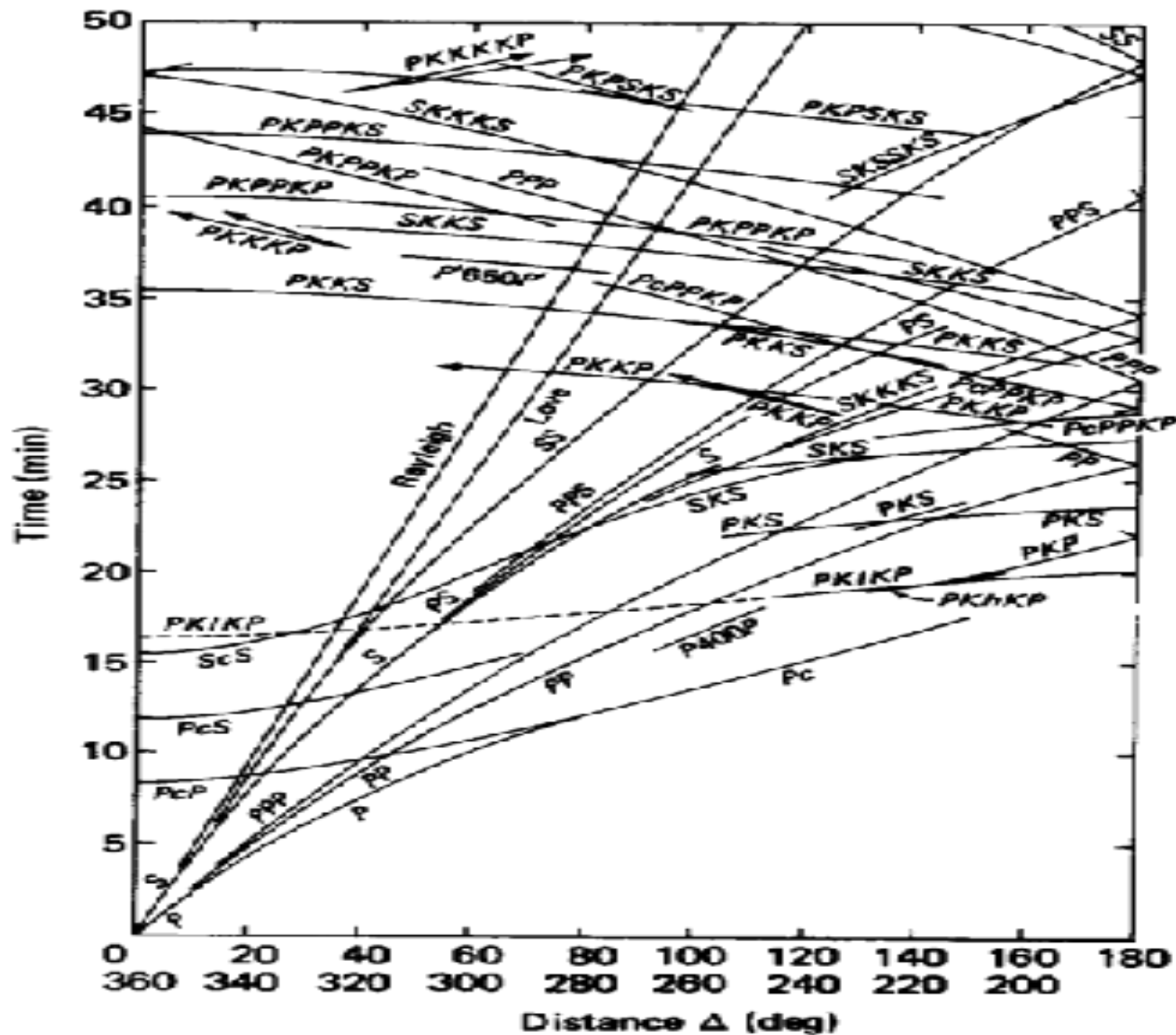
The total number of Mg moles is

$$N_{\text{Mg}} = 1.8 M_{\text{manteau}}/m_{\text{ol}}$$

as $N_{\text{Fe}}/N_{\text{Mg}}$ is .84 the core mass is 33 % of the Earth's mass

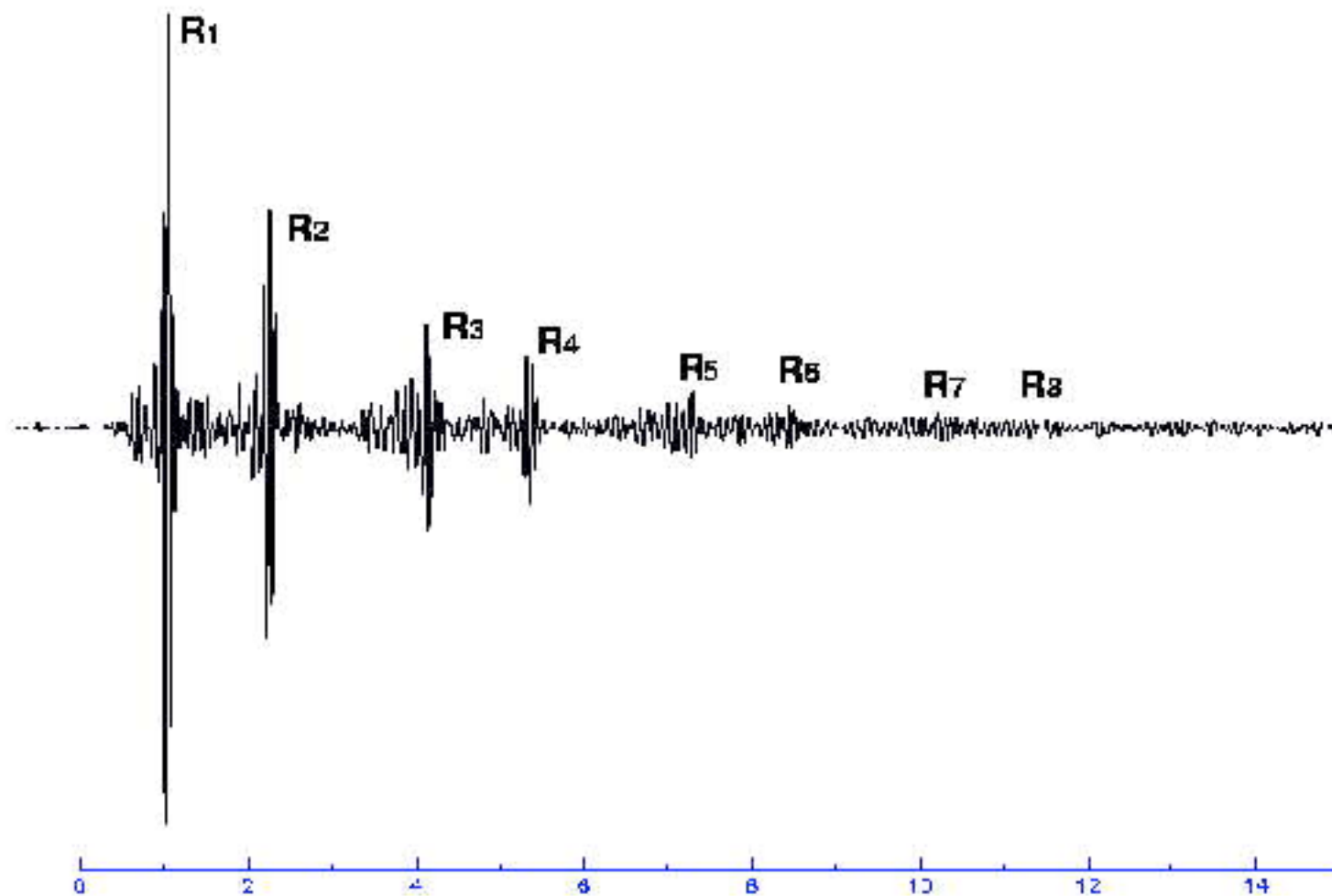
PRELIMINARY REFERENCE EARTH MODEL (PREM)





station: **CMB**
channel: **LHZ**

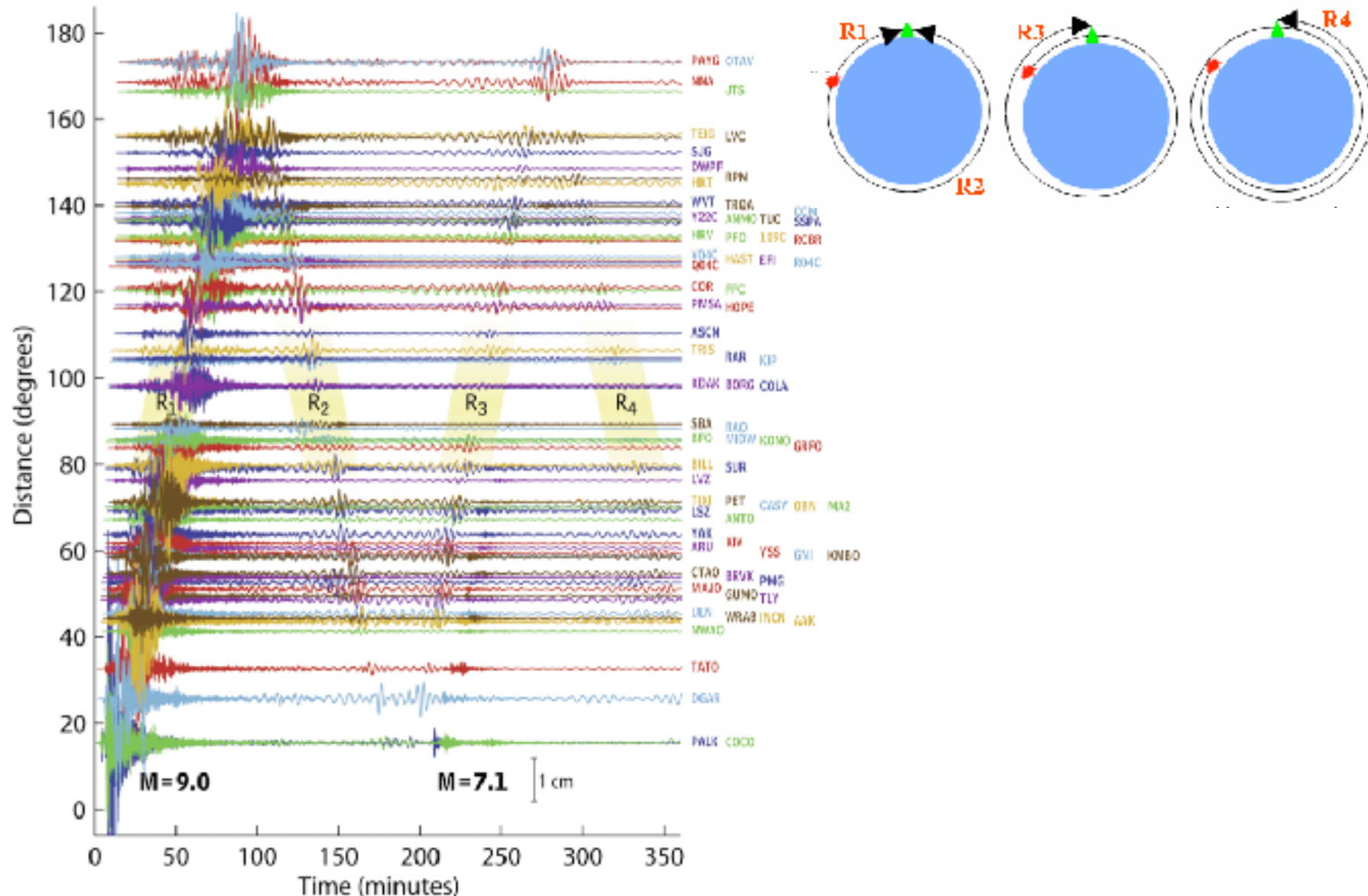
1996/07/11 21:46:39.7 h=15.0km $\Delta=109.7^\circ$ $\phi=32.3^\circ$
Burma-China Border Region Mw=5.8

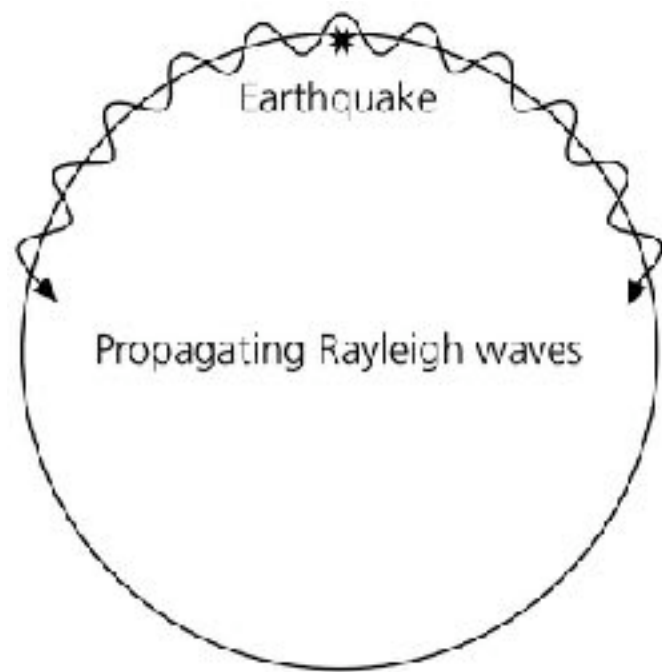


HOURS

Sumatra - Andaman Islands Earthquake ($M_w=9.0$)

Global Displacement Wavefield from the Global Seismographic Network





A few minutes after
the earthquake



A few hours after
the earthquake

23 octobre 2023

Le théorème fondamental de la dynamique pour les milieux continus s'écrit :

$$\nabla \cdot \sigma = \rho \frac{D^2 u}{Dt^2}$$

où σ est le tenseur des contraintes (la force exercée, pour un volume fermé, dans la direction \mathbf{e} , sur une surface de normale extérieure \mathbf{n} , est $\mathbf{e} \cdot \sigma \cdot \mathbf{n}$), D la dérivée Lagrangienne, u le déplacement, le ∇ l'opérateur symbolique qui appliqué à un tenseur donne $\nabla \cdot \sigma = \sum_j \partial_j \sigma_{ij}$, noté $\partial_j \sigma_{ij}$, (je somme sur la deuxième variable, mais ça dépend des auteurs...). En élasticité on les déplacements sont très faibles on néglige le transport Lagrangien et on écrit

$$\nabla \cdot \sigma = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \rho \partial_{tt}^2 \mathbf{u} = \rho \ddot{\mathbf{u}}$$

Le tenseur des contraintes est relié au tenseur des déformations :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} (\partial_j u_i + \partial_i u_j)$$

par (cas simple! sans anisotropie, mais l'anisotropie est très présente dans la Terre!)

$$\sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij}$$

La "rigidité" μ est nulle dans les liquides.

Exprimer ϵ_{kk} en fonction de u .

Exprimer $P = -\frac{1}{3} \sigma_{kk}$. On définit l'incompressibilité K par $P = -K \nabla \cdot u$ Exprimer λ en fonction de K et μ .

Exprimer les conditions d'équilibre mécanique vérifiées par \mathbf{u}

On cherche des solutions sous la forme d'onde plane se propageant dans la direction e_x , $\mathbf{u} = \mathbf{A} \exp(i(kx - \omega t))$

Montrer l'existence de deux ondes de vitesses $\sqrt{\frac{K+4/3\mu}{\rho}}$ et $\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$

On considère une sphère liquide ($\mu = 0$)

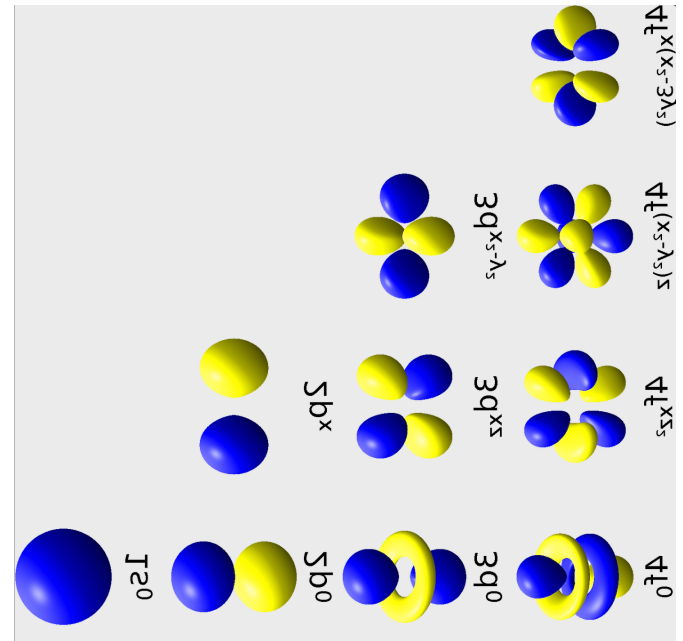
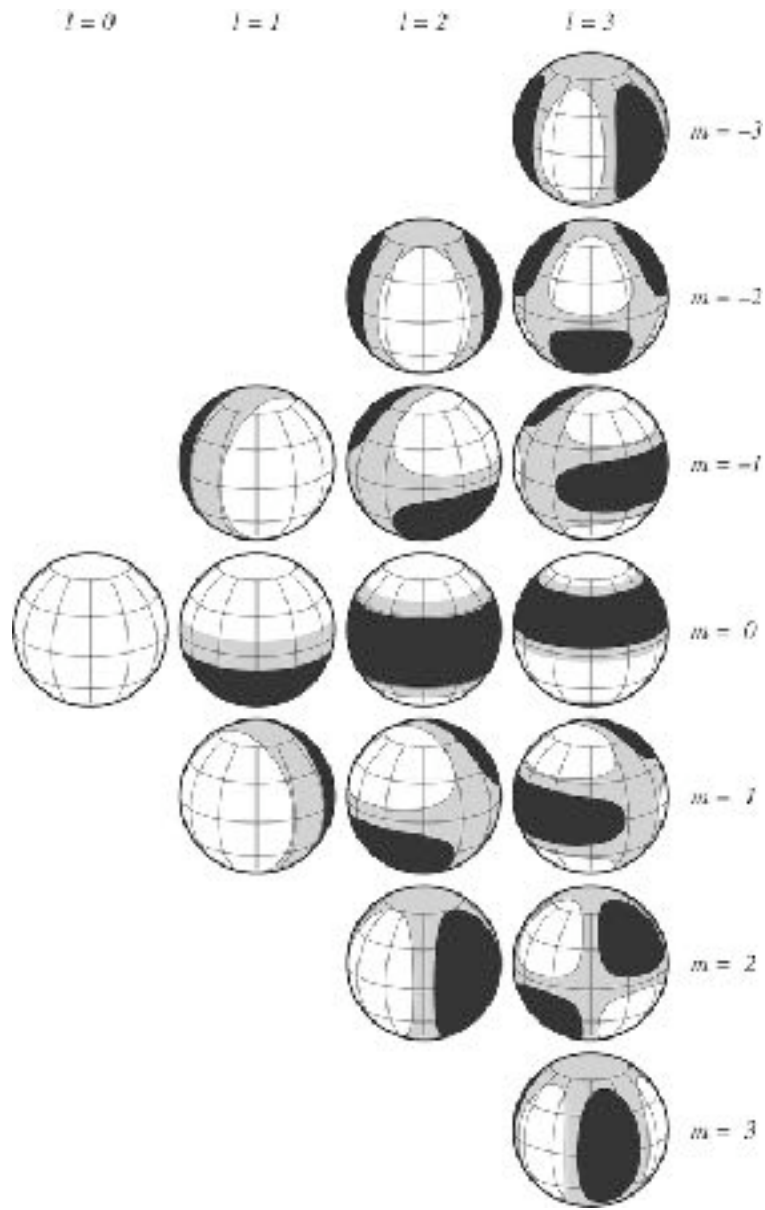
Montrer que $c^2 \nabla^2 P = \ddot{P}$. Exprimer c (rmq : on ne distingue pas ici K , K_T ou K_s qui sont proches pour les phases condensées).

On cherche des modes propres radiaux sous la forme $P = f(r) \exp(i\omega t)$. Montrer que $P = P_0 \frac{\sin(kr)}{r} \exp(i\omega t)$.

En négligeant la pression atmosphérique, montrer que k est quantifié et en déduire le mode le plus grave.

Estimer la période du mode propre radial le plus lent pour la terre.

Remarque : de façon générale on peut chercher les modes sous la forme $P = f_n(r) Y_{lm}(\theta, \phi) \exp(i\omega_{lmn} t)$, notés $|lmn\rangle$. En l'absence de structure 3D, de rotation et aplatissement ω_{lm} est dégénéré en m . Ce sont les modes sphéroïdaux. La présence d'une rigidité μ induit aussi des modes toroïdaux.



Harmonique sphérique
 vision du géophysicien
 vision du chimiste

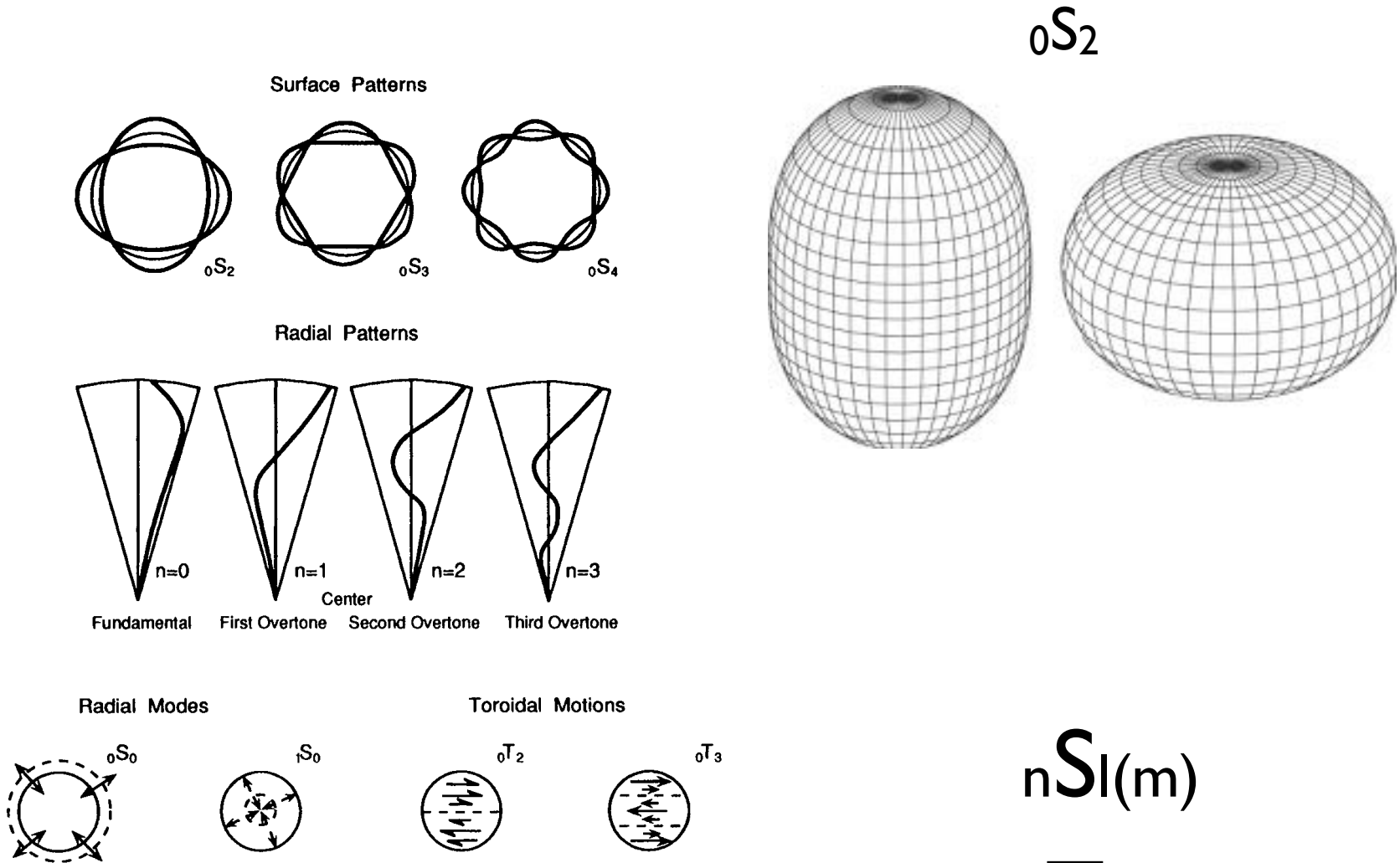
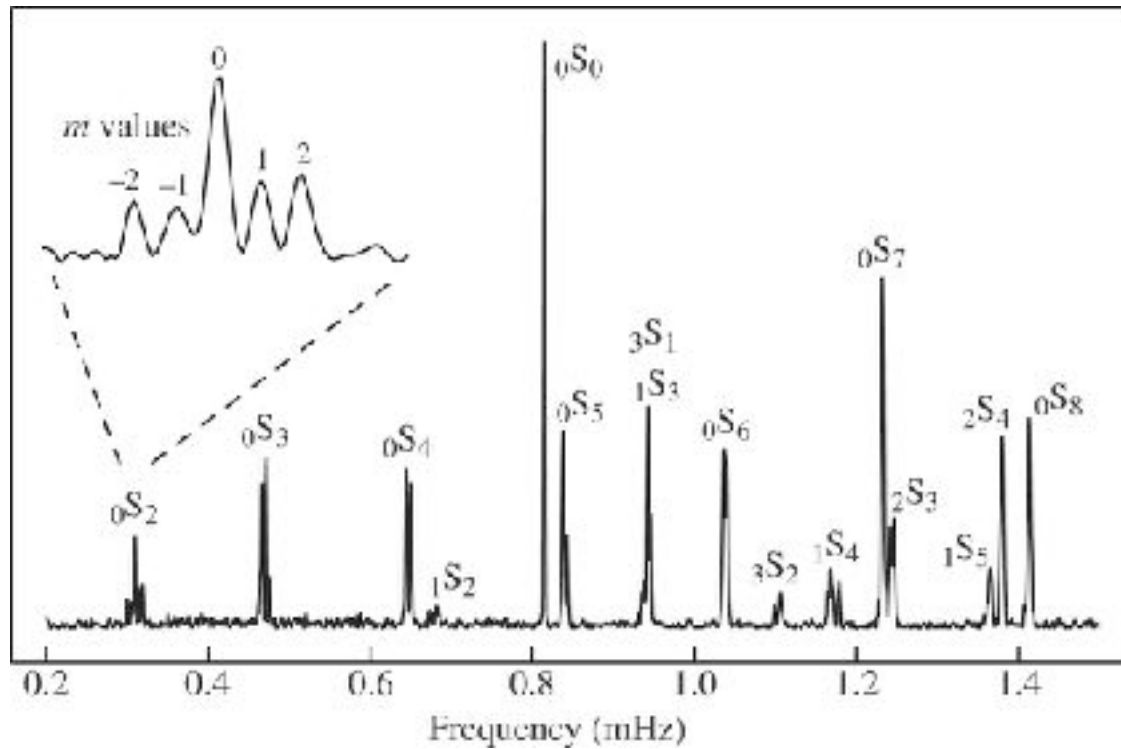
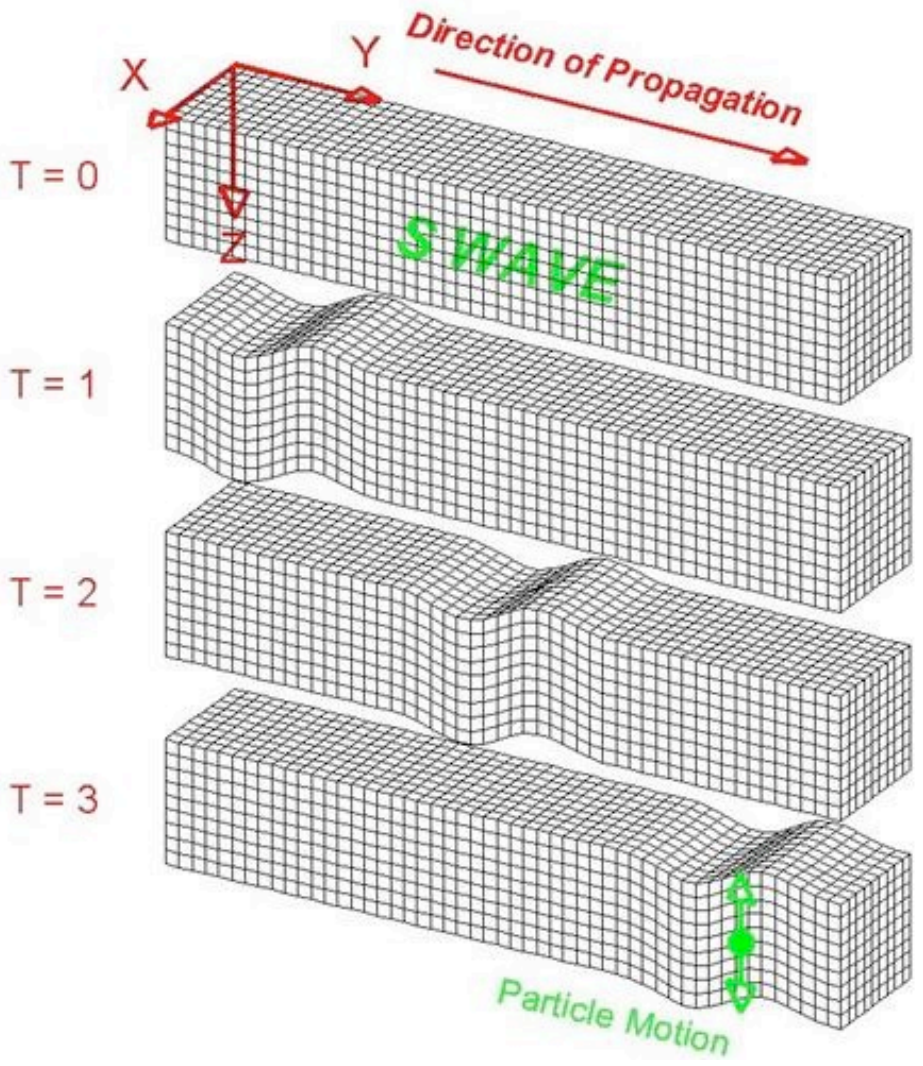
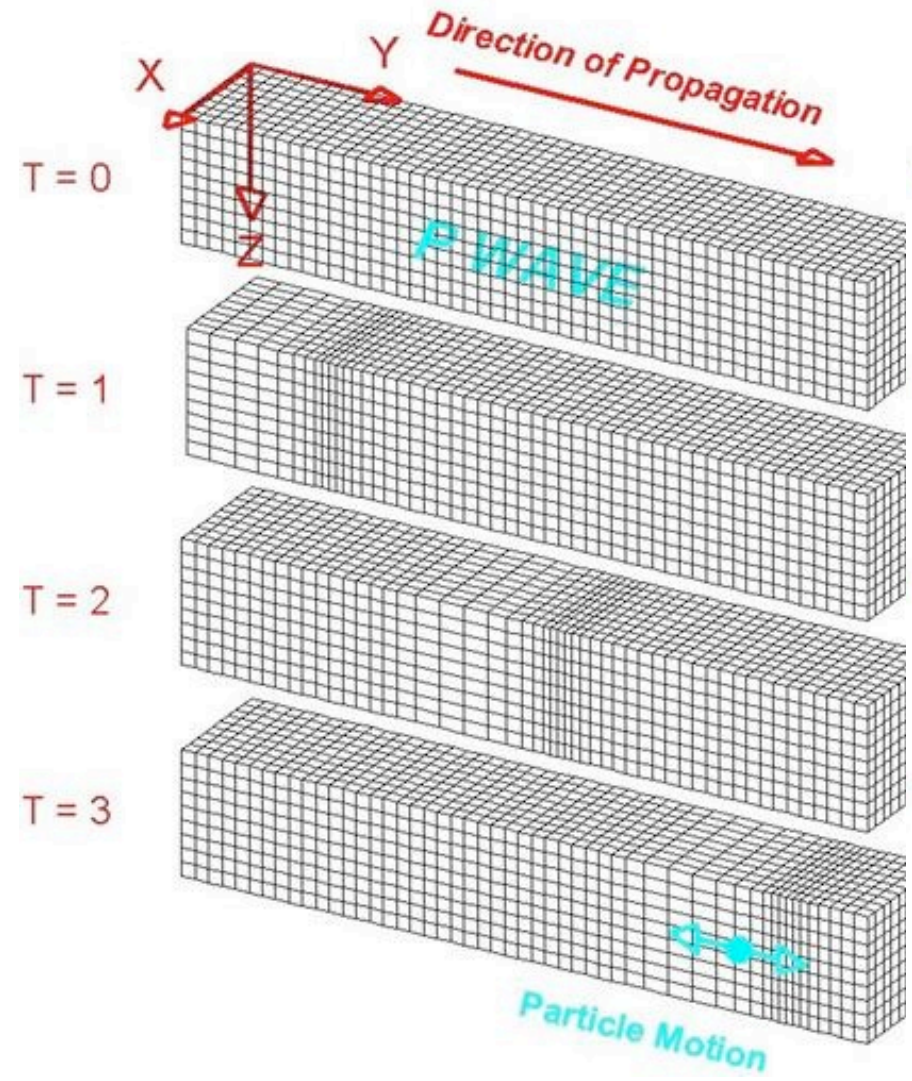


FIGURE 4.24 (Top) Surface and radial patterns of motions of spheroidal modes. (Bottom) Purely radial modes involve no nodal patterns on the surface, but overtones have nodal surfaces at depth. Toroidal modes involve purely horizontal twisting of the Earth. Toroidal overtones (${}_1T_2$) have nodal surfaces at constant radii across which the sense of twisting reverses. (After Bolt, 1982.)

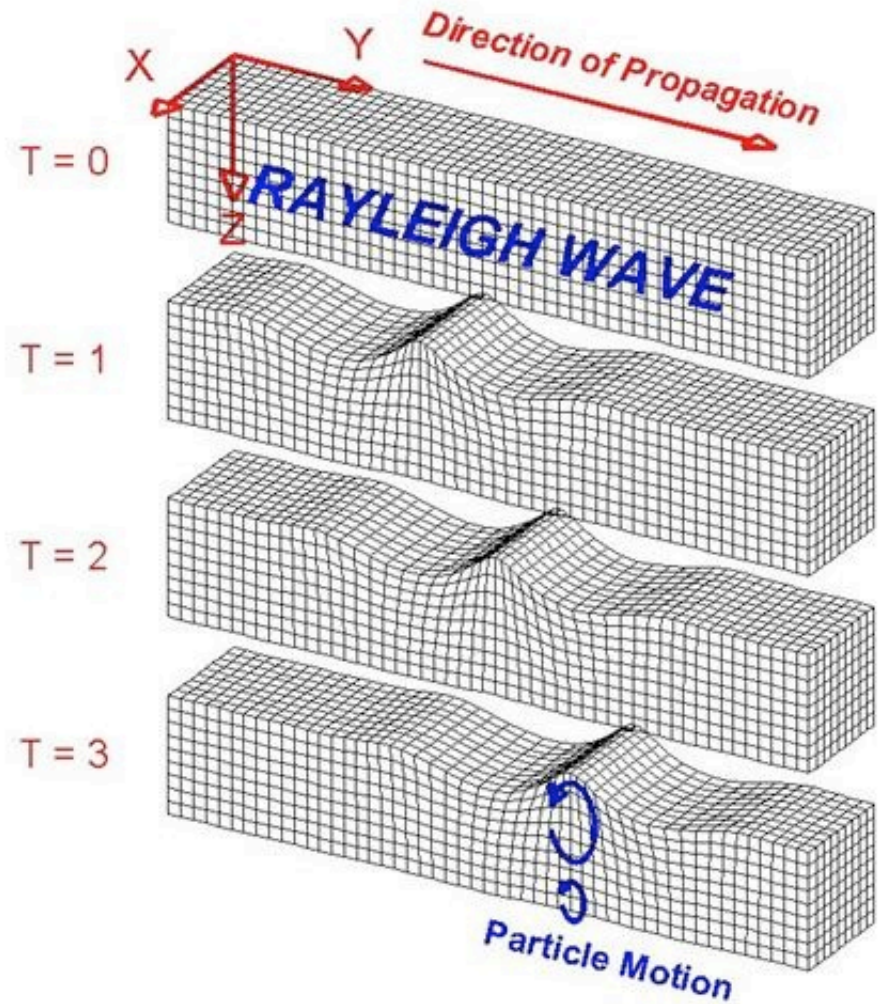
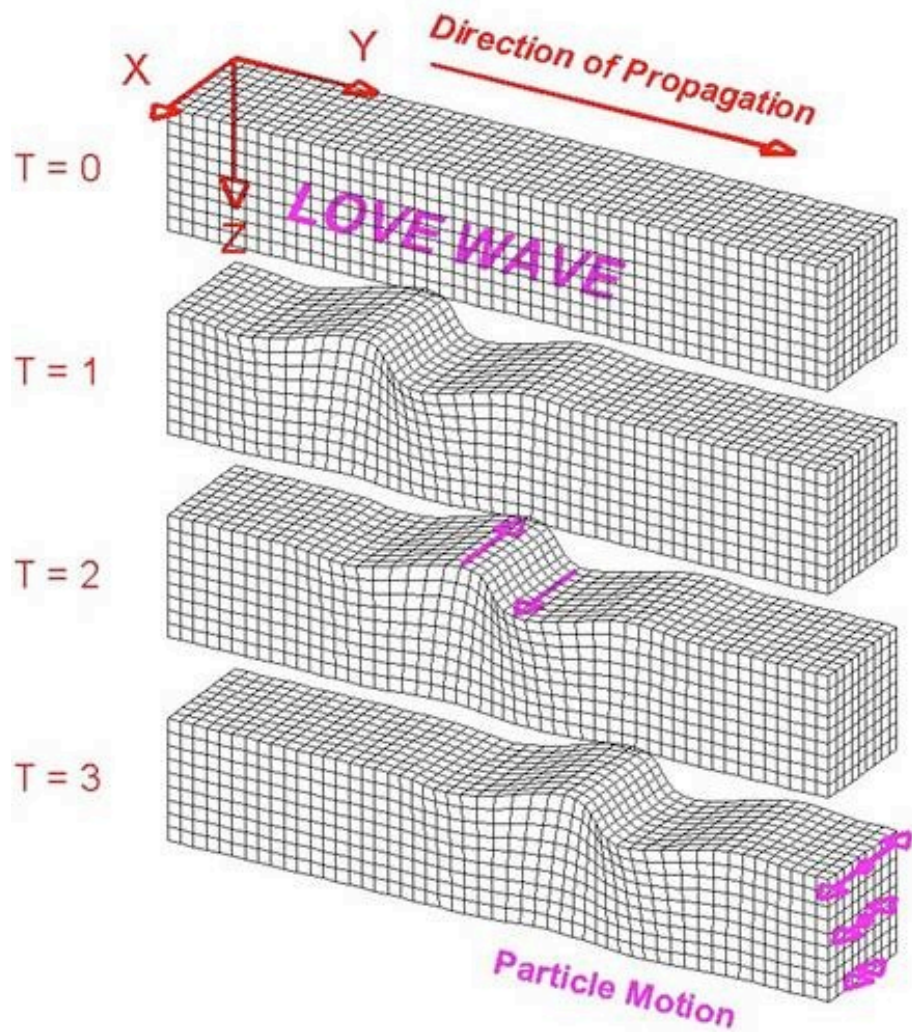
Trois nombres quantiques
dégénération en m

Effet de la rotation = effet Zeeman

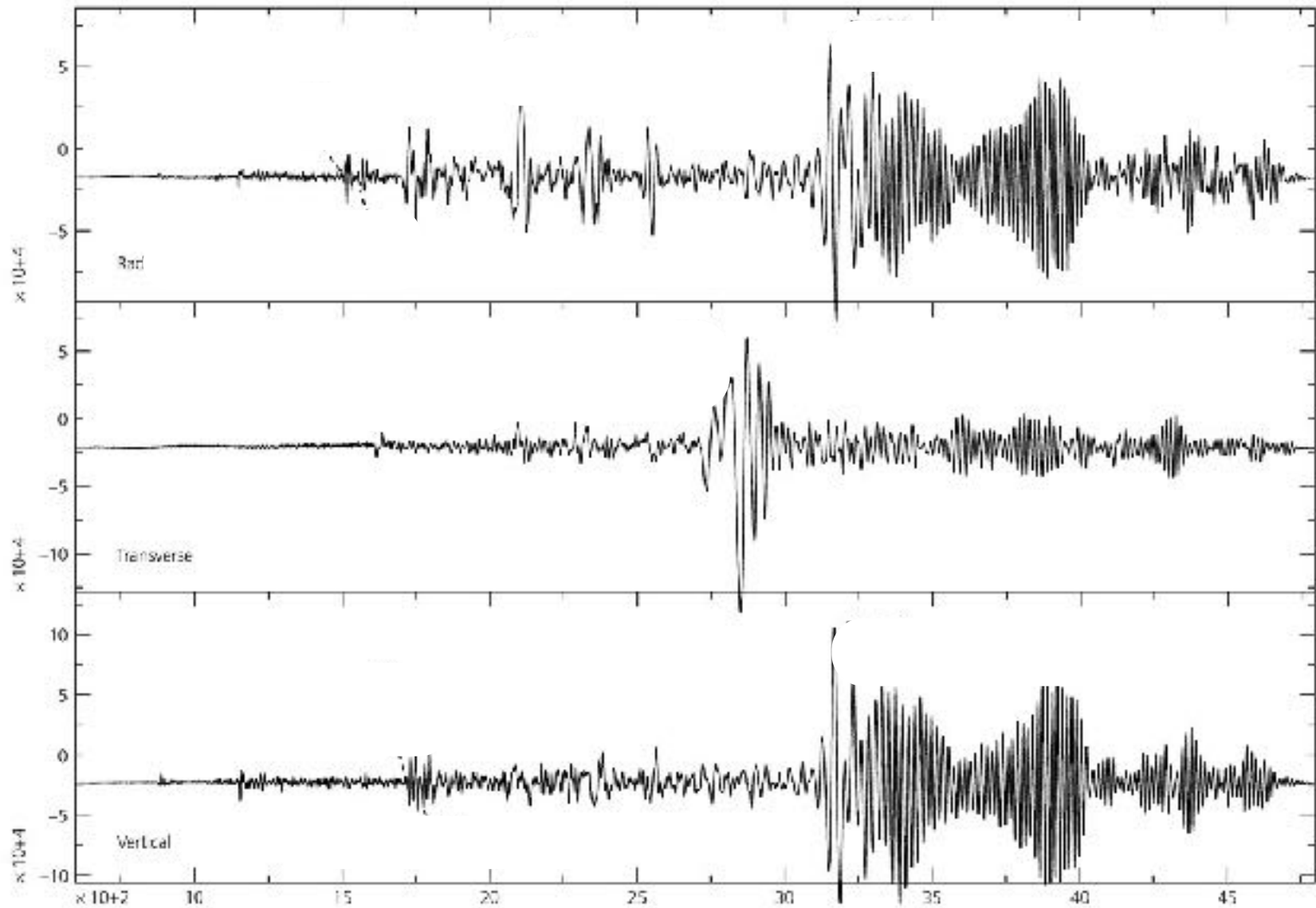


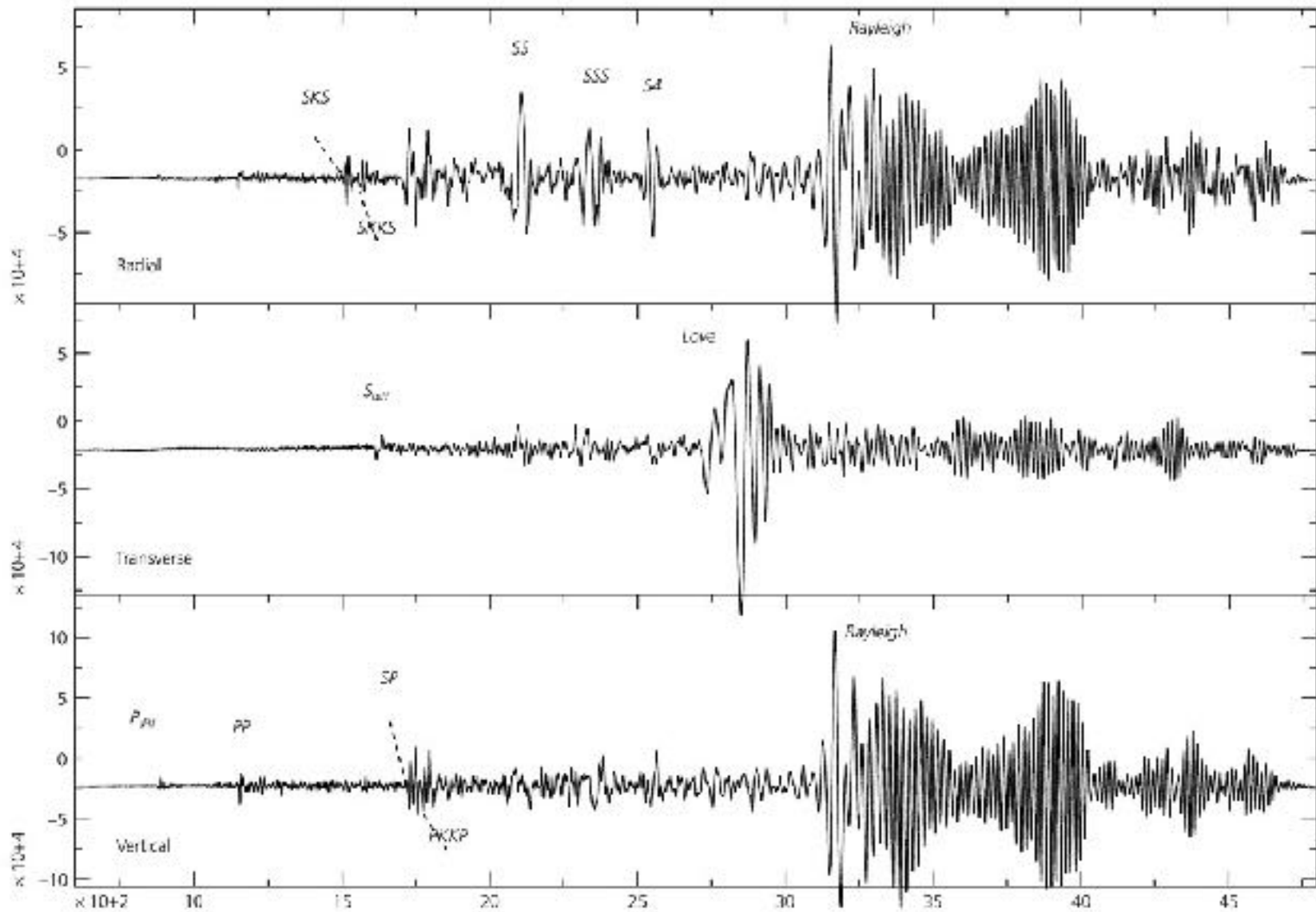


Ondes de surface



Identifier les phases, estimer la distance ?





Mw 7.7 ,Vanuatu event, 12250 km enregistré à CCM
(Missouri)