

Audition pour le poste de Maître de Conférence

Adrien Durier

23 mai 2023

Université Paris-Saclay - Laboratoire des Méthodes Formelles

Parcours de Recherche

- **Concurrence** : Thèse ENS Lyon – Bologne 2016 – 2019
 - **Compilation Sécurisée** : INRIA – Inst. Max Planck 2019 – 2021
 - **Systèmes Cyber-Physiques** : IRT SystemX – Saclay 2022 – 2023
-

Parcours de Recherche

- **Concurrence** : Thèse ENS Lyon – Bologne 2016 – 2019
 - Nouvelle *technique de preuve* coinductive [1]
 - Résolution d'un problème ouvert par Robin Milner [2]
- **Compilation Sécurisée** : INRIA – Inst. Max Planck 2019 – 2021
- **Systèmes Cyber-Physiques** : IRT SystemX – Saclay 2022 – 2023

[1] *Divergence and unique solution of equations* : [CONCUR](#), [LMCS](#)
Towards 'up to context' reasoning about higher-order processes : [TCS](#)
🔗 [Coq](#) 1700 lignes

[2] *Eager functions as processes* : [LICS](#), [TCS](#)

Parcours de Recherche

- **Concurrence** : Thèse ENS Lyon – Bologne 2016 – 2019
 - Nouvelle *technique de preuve* coinductive [1]
 - Résolution d'un problème ouvert par Robin Milner [2]
- **Compilation Sécurisée** : INRIA – Inst. Max Planck 2019 – 2021
 - Technique coinductive pour la cybersécurité [3]
 - Compilateur compartementalisé avec partage mémoire [4]
- **Systèmes Cyber-Physiques** : IRT SystemX – Saclay 2022 – 2023

[3] *Trace-Relating Compiler Correctness...* : [ESOP](#), [TOPLAS](#)

🔗 [Coq](#) 3000 lignes

[4] *SecurePtrs : Proving Secure Compilation...* : [CSF](#)

🔗 [Coq](#) Projet 32000 lignes *total* + Backend 1700 lignes

Parcours de Recherche

- **Concurrence** : Thèse ENS Lyon – Bologne 2016 – 2019
 - Nouvelle *technique de preuve* coinductive [1]
 - Résolution d'un problème ouvert par Robin Milner [2]
- **Compilation Sécurisée** : INRIA – Inst. Max Planck 2019 – 2021
 - Technique coinductive pour la cybersécurité [3]
 - Compilateur compartementalisé avec partage mémoire [4]
- **Systèmes Cyber-Physiques** : IRT SystemX – Saclay 2022 – 2023
 - Sûreté de fonctionnement du *véhicule autonome*
 - Réalisation d'un modèle pour systèmes cyber-physiques [5]

[5] Rapport technique **3SA** (*Interne, IRT SystemX*)

 Librairie HOL-CyberPhy (**Isabelle/HOL**, 3000 lignes)

Projet de dépôt open-source sur *Archive of Formal Proofs*

Parcours de Recherche

- **Concurrence** : Thèse ENS Lyon – Bologne 2016 – 2019
 - Nouvelle *technique de preuve* coinductive [1]
 - Résolution d'un problème ouvert par Robin Milner [2]
- **Compilation Sécurisée** : INRIA – Inst. Max Planck 2019 – 2021
 - Technique coinductive pour la cybersécurité [3]
 - Compilateur compartementalisé avec partage mémoire [4]
- **Systèmes Cyber-Physiques** : IRT SystemX – Saclay 2022 – 2023
 - Sûreté de fonctionnement du *véhicule autonome*
 - Réalisation d'un modèle pour systèmes cyber-physiques [5]

-
- 4 publications en conférences (LICS, CONCUR, ESOP, CSF)
 - 4 publications dans des journaux (LMCS, TCS, TOPLAS)
 - 1 rapport technique (IRT SystemX)

Deux traditions de la concurrence



Tony Hoare (*Prix turing 1980*)

1978 : CSP

Communicating Sequential Processes



Robin Milner (*Prix turing 1991*)

1980 : CCS

Calculus of Communicating Systems

Deux traditions de la concurrence



Tony Hoare (*Prix turing 1980*)

1978 : CSP

Communicating Sequential Processes

Modèles dénotationnel,
Outils de Model-Checking



Robin Milner (*Prix turing 1991*)

1980 : CCS

Calculus of Communicating Systems

π -calcul (1989)
communication + sophistiquée

Programmation Fonctionnelle : λ -calcul [Church, 1936]

Appel par nom

Algol 60, \sim Haskell, R

Appel par valeur

C++, Python, OCaml...

[Milner, 1990]

Concurrence : π -calcul [Milner, 1989]

Programmation Fonctionnelle : λ -calcul [Church, 1936]

Appel par nom

Algol 60, \sim Haskell, R

Appel par valeur

C++, Python, OCaml...

[Milner, 1990]

Preuve 1992 (Sangiorgi)

Concurrence : π -calcul [Milner, 1989]

Programmation Fonctionnelle : λ -calcul [Church, 1936]

Appel par nom

Algol 60, \sim Haskell, R

Appel par valeur

C++, Python, OCaml...

[Milner, 1990]

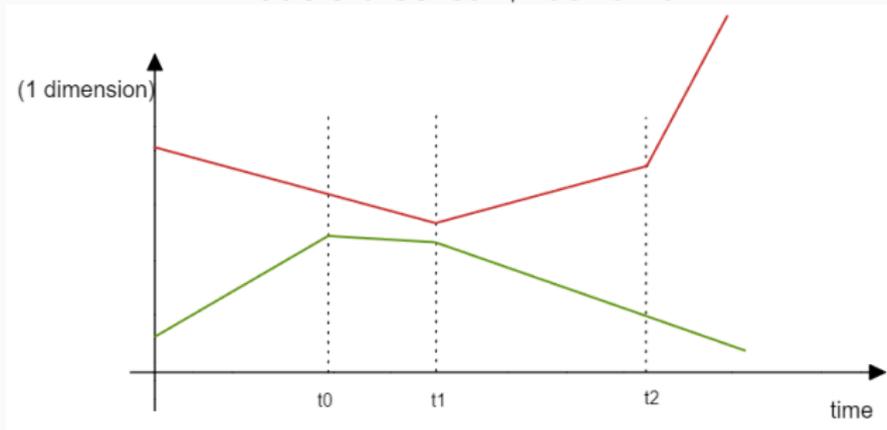
Preuve 1992 (Sangiorgi)

Preuve 2018 (ma thèse)

Concurrence : π -calcul [Milner, 1989]

Post-doctorat (LMF/IRT SystemX) : HOL-CyberPhy

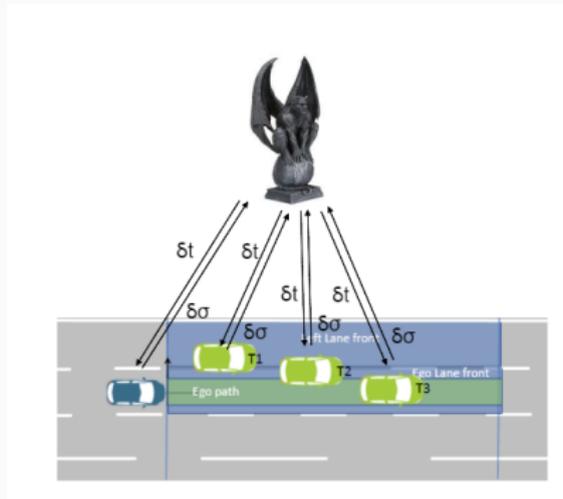
Modèle **discret** + **continu**



- Notre librairie **HOL-CyberPhy** utilise **CSP**
- **CSP** représente la composante **discrète** ('cyber') du modèle.

Post-doctorat (LMF/IRT SystemX) : HOL-CyberPhy

- Discrétisation du temps par un **programmes CSP**
- Les **agents** sont des **programmes CSP**



- La sûreté de fonctionnement est représentée par un raffinement de programmes CSP.

Projet de Recherche

Deux Axes de Recherche

Intégration au pôle **Preuves et Langages**

Appliqué : Sûreté des Systèmes Cyber-Physiques

- Partenaires industriels : Renault, Stellantis, Valeo, Airbus. . .
- Équipes :
 - *Preuves de programmes*
 - Liens thématiques pôle **Modèles** (*Systèmes critiques*)

Théorique : Programmation Fonctionnelle et Concurrence

- Équipes :
 - *Fondements du calcul, langages et compilation*
 - Liens thématiques pôle **Modèles** (*Concurrence et distribué*)

1er Axe : Systèmes Cyber-Physiques

- **Intégration**

- Collaboration avec **Burkhart Wolff** (Preuves de programmes)
- Équipe **Systèmes critiques**

- **Transfert technologique**

- A travers la collaboration avec l'IRT **SystemX** (projet **CVH**)
- **Renault, Stellantis, Valeo**
- **Validation** et **standardisation** (SOTIF)

Roadmap

Pour homologuer et certifier : exigences **réelles** et **industrielles**.

- **Objectif à court terme :**

1. Équations différentielles et cinématiques arbitraires
2. Facteurs externes (vent...)
3. Composition de stratégies de conduite

- **Objectif à long terme :**

1. Dangers de sortie de route
2. Génération de plans de test, génération de code
3. **Exigences industrielles pour le plan de conception**

2e Axe : Appel Par Valeur et Concurrence

Encodages :

- ✓ Appel par nom
 - ✓ Équivalences de programmes
- ✓ Appel par valeur (**langages de programmation réels** : OCaml...)

2e Axe : Appel Par Valeur et Concurrence

Encodages :

- Appel par nom
 - Équivalences de programmes
- Appel par valeur (**langages de programmation réels** : OCaml...)
 - Équivalences de programmes

2e Axe : Appel Par Valeur et Concurrence

Encodages :

- Appel par nom
 - Équivalences de programmes
- Appel par valeur (**langages de programmation réels** : OCaml...)
 - Équivalences de programmes
 - Réduction forte
- Appel par nécessité

2e Axe : Appel Par Valeur et Concurrence

Encodages :

- Appel par nom
 - Équivalences de programmes
- Appel par valeur (**langages de programmation réels** : OCaml...)
 - Équivalences de programmes
 - Réduction forte
- Appel par nécessité

Collaboration possible avec *Thibault Balabonski*

Enseignement

Enseignement à l'ENS et à l'Université (Lyon)

ENS Lyon (L3) :

176h

- Théorie de la programmation (3 ans) 3x32h
- Projet de Programmation (1 an) 24h
- Algorithmique (1 an) 32h

Université Lyon 1 (L2) :

- TP Algorithmique et programmation avancée (1 an) 16h

192 heures équivalents TD

Création de sujets :

- Exercices TD
- Sujets TP (fiches OCaml, Coq...)
- Devoirs à la maison et corrections

Implication dans l'enseignement

Autres activités d'enseignement (ENS Lyon) :

- Jury de soutenance de stages (L3, M1) eq. TD : 6h
- Organisation de cours de soutien
 - Soutien général / Remise à niveau L3 eq. TD : 10h
 - Par matière, à la demande +h

Mediation et engagement :

- Encadrement du stage de programmation pour lycéennes
Girls Can Code !
- Engagement dans le soutien scolaire en mathématiques
(collège, lycée)

Projet d'Enseignement

Projets Hors Recherche

- **POPLmark Challenge** : Terminaison du Système F Coq
- **etherweb.fr** : Création et de gestion de sites web PHP/JS
- **Algorithme de Buchberger** : Bases de Gröbner OCaml
- **Compilation** : Pascal \mapsto SPIM OCaml
- **TL2** : Mémoire partagée efficace Java
- **latexifier** : décompilation PDF vers LaTeX C++/Web

Projet d'enseignement

Besoins principaux :

- Cours appliqués en Licence
- Responsabilités administratives

Cours :

- Génie Logiciel L2/L3 (Avancé)/M1 MIAGE
- Système L2 (Architecture)/L3 (OS)
- Web L3/M1 (Sécurité)
- Programmation fonction., objet, C, projets – L1/L2/L3
- Algorithmique L1/L2/L3/M

→ Prise en charge **dès septembre**

Nouveaux Cours Proposés

Dans un ou deux ans : cours à l'interface entre applications et méthodes formelles :

1. **Projet de Compilateur** (Programmation)
 - Niveau Master
 - Possibilité d'adapter le langage aux besoins du département
2. **Compilation Sécurisée**
 - Sujet moderne, enjeux importants (navigateurs)
 - Appliqué, mais nécessite des propriétés mathématiques
 - Pas de preuve formelle
3. **Concurrence et coinduction**
 - Informatique fondamentale

Questions

Merci pour votre attention !

Appendices

1. Conclusion/Résumé 1
2. Publications 2
3. Equivalences de programmes 3
4. Encodage de Milner 4
5. Call-by-name vs call-by-value 5
6. Compilation sécurisée 6
7. Cyber-Physical Systems 7

Conclusion

- Thèse à l'ENS Lyon et l'Università di Bologna
- Post-doc à l'INRIA et l'institut Max Planck
- Post-doc au LMF

Enseignement

- 192 heures en ACE
- Principalement envers des élèves d'une ENS
- Investissement pédagogique

Recherche

- Calculs de processus, sémantique
Assistants de preuves (Coq, désormais Isabelle)
Compilation sécurisée
- 5 articles, 4 dans des conférences de rang A ou A+, 4 dans des journaux réputés

Parcours

2014 : M1 Informatique fondamentale, ENS Lyon

2015 : M2 Recherche MPRI

2016-2020 : Doctorat en cotutelle LIP, ENS Lyon et Università di Bologna, sous la direction de Daniel Hirschhoff et Davide Sangiorgi

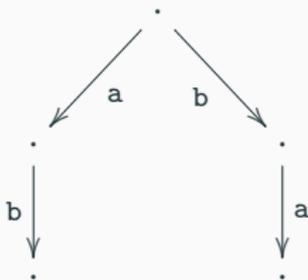
2019-2021 : Post-doc avec Catalin Hritcu (INRIA puis Institut Max Planck, Bochum)

2022 - : Post-doc joint IRT SystemX/LMF, avec Paolo Crisafulli, Safouan Taha, Burkhardt Wolff

Publications

- 2017 *Divergence and unique solution of equations*
CONCUR 2017, LMCS 2019
- 2018 *Eager Functions as Processes*
LICS 2018, Theoretical Computer Science 2022
- 2020 *Towards 'up to context' reasoning about HO processes*
Theoretical Computer Science 2020
- 2020 *Trace-Relating Compiler Correctness and Secure Compilation*
ESOP 2020, TOPLAS 2021
- 2022 *SecurePtrs : Proving Secure Compilation with Data-Flow
Back-Translation and Turn-Taking Simulation*
CSF 2022

Concurrence



- **a** et **b** peuvent avoir lieu dans n'importe quel ordre
- Pas de lien de **causalité**
- Ce sont des évènements **concurrents**

Equivalence de Programmes

Contextes

Si le contexte C est :

```
int x;  
[.]  
x = x ++;
```

Si le programme (partiel) P est

```
.  
x = 3;  
.
```

Alors $C[P]$ est le programme :

```
int x;  
x = 3;  
x = x ++;
```

L'encodage de Milner en appel par valeur

une **exécution** est modélisé comme une **interaction** entre

le programme

(en train d'être évalué)

le contexte

(dans lequel il est évalué)

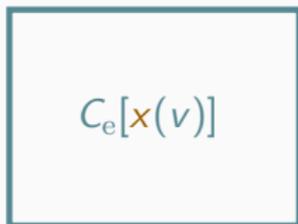
Les **valeurs** sont stockées par le **contexte**

Le **programme** **les demande** lorsqu'ils deviennent nécessaires

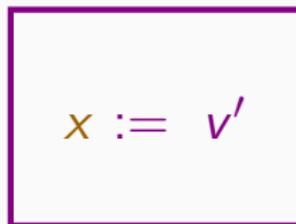
L'encodage de Milner en appel par valeur

une **exécution** est modélisé comme une **interaction** entre

le programme



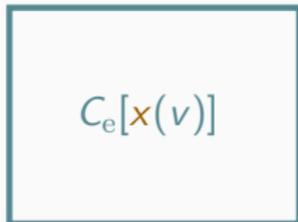
le contexte



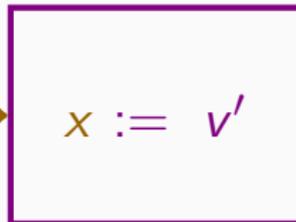
L'encodage de Milner en appel par valeur

une **exécution** est modélisé comme une **interaction** entre

le programme



le contexte



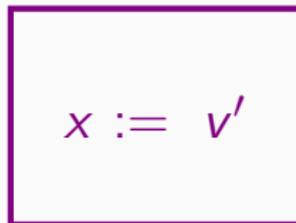
L'encodage de Milner en appel par valeur

une **exécution** est modélisé comme une **interaction** entre

le programme



le contexte



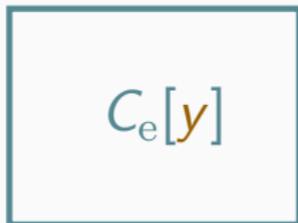
l'évaluation de $x(v)$ débute dans un nouvel emplacement



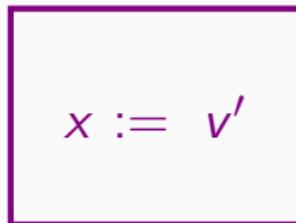
L'encodage de Milner en appel par valeur

une **exécution** est modélisé comme une **interaction** entre

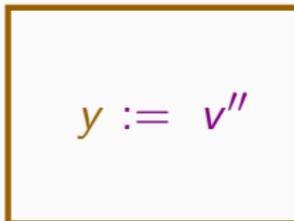
le programme



le contexte



une fois évalué, il est stocké dans une nouvelle variable y



L'appel par nom et par valeur

On étudie le problème d'**Abstraction Complète** :
Caractériser l'**équivalence** \approx **induite** par l'encodage :

$$M \approx N \text{ iff } \llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$$

(Pour comparer M et N , je compare leurs encodages)

L'appel par nom et par valeur

On étudie le problème d'**Abstraction Complète** :
Caractériser l'**équivalence \approx induite** par l'encodage :

$$M \approx N \text{ iff } \llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$$

(Pour comparer M et N , je compare leurs encodages)

En *appel par nom* :

- Résolu [Sangiorgi92]
- Correspond aux **arbres de Lévy-Longo** (Équivalence classique)
- La preuve repose sur les **techniques modulo**

L'appel par nom et par valeur

On étudie le problème d'**Abstraction Complète** :
Caractériser l'**équivalence \approx induite** par l'encodage :

$$M \approx N \text{ iff } \llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$$

(Pour comparer M et N , je compare leurs encodages)

En *appel par nom* :

- Résolu [Sangiorgi92]
- Correspond aux **arbres de Lévy-Longo** (Équivalence classique)
- La preuve repose sur les **techniques modulo**
→ **sensible à "l'efficacité"**

En *appel par valeur* :

- *Durier, Hirschkoff, Sangiorgi 2018*
- Les équivalences ne sont pas aussi bien étudiées/comprises
- Introduit de l'**inefficacité**
→ **échec des techniques modulo**

efficacité : nombre de réductions

Complétude de l'encodage

Théorème

$M \simeq_{e\eta} N$ si et seulement si $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

Complétude de l'encodage

Théorème

$M \simeq_{e\eta} N$ si et seulement si $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

Lemme (Complétude de l'encodage)

Si $M \simeq_{e\eta} N$ alors $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

Complétude de l'encodage

Théorème

Définition : Unicité des solutions

$$X \simeq f(X)$$

f vérifie l'**unicité des solutions** si :

Quand $P \simeq f(P)$ et $Q \simeq f(Q)$

Alors

$$P \simeq Q$$

Complétude de l'encodage

Théorème

$M \simeq_{e\eta} N$ si et seulement si $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

Lemme (Complétude de l'encodage)

Si $M \simeq_{e\eta} N$ alors $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

1. Construire un système d'équation
2. Prouver que $\llbracket M \rrbracket$ et $\llbracket N \rrbracket$ sont solutions
3. Prouver que le système a une unique solution

Complétude de l'encodage

Théorème

$$M \simeq_{e\eta} N \quad \text{si et seulement si} \quad \llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$$

Lemme (Complétude de l'encodage)

$$\text{Si } M \simeq_{e\eta} N \quad \text{alors} \quad \llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$$

1. Construire un système d'équation
2. Prouver que $\llbracket M \rrbracket$ et $\llbracket N \rrbracket$ sont solutions
3. Prouver que le système a une unique solution

Complétude de l'encodage

Théorème

$M \simeq_{e\eta} N$ si et seulement si $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

Lemme (Complétude de l'encodage)

Si $M \simeq_{e\eta} N$ alors $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

1. Construire un système d'équation
2. Prouver que $\llbracket M \rrbracket$ et $\llbracket N \rrbracket$ sont solutions
3. Prouver que le système a une unique solution

Complétude de l'encodage

Théorème

$$M \simeq_{e\eta} N \quad \text{si et seulement si} \quad \llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$$

Lemme (Complétude de l'encodage)

$$\text{Si } M \simeq_{e\eta} N \quad \text{alors} \quad \llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$$

1. Construire un système d'équation
2. Prouver que $\llbracket M \rrbracket$ et $\llbracket N \rrbracket$ sont solutions
3. Prouver que le système a une unique solution

Complétude de l'encodage

Théorème

$M \simeq_{e\eta} N$ si et seulement si $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

Lemme (Complétude de l'encodage)

Si $M \simeq_{e\eta} N$ alors $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

1. Construire un système d'équation
2. Prouver que $\llbracket M \rrbracket$ et $\llbracket N \rrbracket$ sont solutions
3. Prouver que le système a une unique solution

Complétude de l'encodage

Théorème

$M \simeq_{e\eta} N$ si et seulement si $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

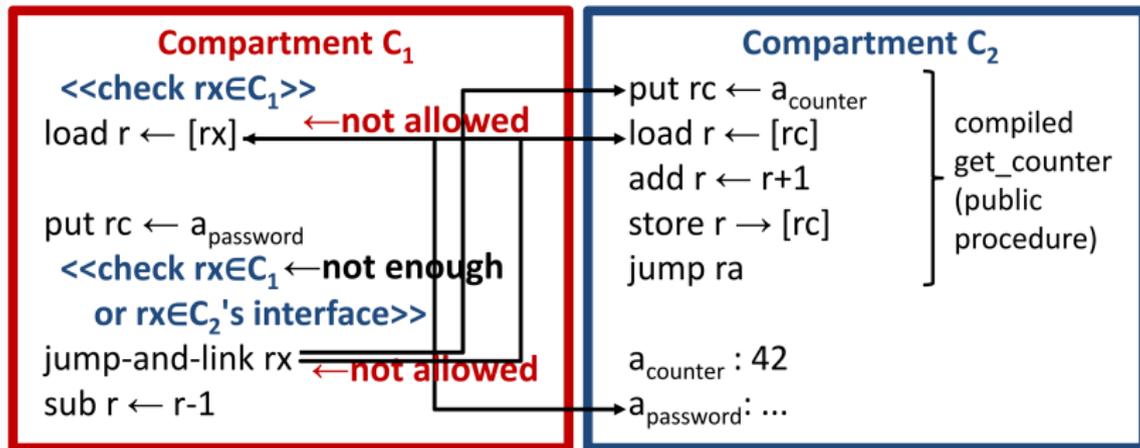
Lemme (Complétude de l'encodage)

Si $M \simeq_{e\eta} N$ alors $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

1. Construire un système d'équation
2. Prouver que $\llbracket M \rrbracket$ et $\llbracket N \rrbracket$ sont solutions
3. **Prouver que le système a une unique solution**
 - Nouvelle technique de preuve
 - Fondée sur les théories existantes d'unicité des solutions
Hoare[1978], Milner [1980], Roscoe [1982], Sangiorgi [2015]...

Liens avec la Compilation Sécurisée

- Sécurité par **compartementalisation** :



- **Interactions** entre modules : **programme** et **contexte**
- Preuve de **sécurité** par techniques **coinductives** (**CompCert**)

Trace-Relating Compiler Correctness and Secure Compilation (2020)

Contexte : Correction d'un compilateur par preuve de simulation.

Toute trace produite par le *programme compilé*

peut être produit par le *programme source*

Compilation correcte :

$$\forall P. \forall t. P \downarrow \rightsquigarrow t \Rightarrow P \rightsquigarrow t$$

CompCert : La preuve de correction inverse une preuve de simulation entre la *source* et la *cible*.

Trace-Relating Compiler Correctness and Secure Compilation (2020)

Relations de traces : Si la **cible** et la **source** produisent des traces différentes ; pour prendre en compte les comportements indéfinis (C), etc.

Un exemple simple : Compilation d'un langage avec **booléens** et **entiers** vers un langage avec **seulement des entiers**

Relation sur les entiers (étendue aux traces) :

$$n \sim n$$

$$true \sim n \text{ si } n > 0$$

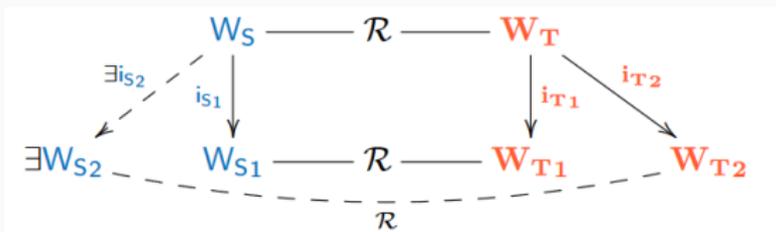
$$false \sim 0$$

Compilation correcte :

$$\forall P. \forall t. P \downarrow \rightsquigarrow t \Rightarrow \exists t' \sim t. P \rightsquigarrow t'$$

Trace-Relating Compiler Correctness and Secure Compilation (2020)

- la technique d'inversion de simulation ne fonctionne plus si la relation n'est pas injective
- il faut une condition supplémentaire (**prouvée en coq**, avec une nouvelle technique de simulation faible)



Application à la compilation sécurisée :

Introduire des **contextes arbitraires** dans la propriété de correction (propriétés de compilation sécurisées RTP, RTC...)

Safety Properties

Example : for autonomous vehicles, $P = \text{no}_{\text{collision}}$

Safety Properties

Example : for autonomous vehicles, $P = \text{no}_{\text{collision}}$

Abstract process that captures every scene where P (for instance, $\text{no}_{\text{collision}}$) is respected. (\rightarrow agents might jump around!)

Definition : safe process

$$\begin{aligned} \text{Traces}(\text{safe_process sid } P) = \\ e_{\text{time}}(\delta t_1); e_{\text{scene}}(\sigma_1); e_{\text{time}}(\delta t_2); e_{\text{scene}}(\sigma_2); \dots \\ \text{(for all } \sigma_i \text{ st } P \text{ sid } \sigma_i \text{ is true)} \end{aligned}$$

Safety Properties

Example : for autonomous vehicles, $P = \text{no}_{\text{collision}}$

Abstract process that captures every scene where P (for instance, $\text{no}_{\text{collision}}$) is respected. (\rightarrow agents might jump around!)

Definition : safe process

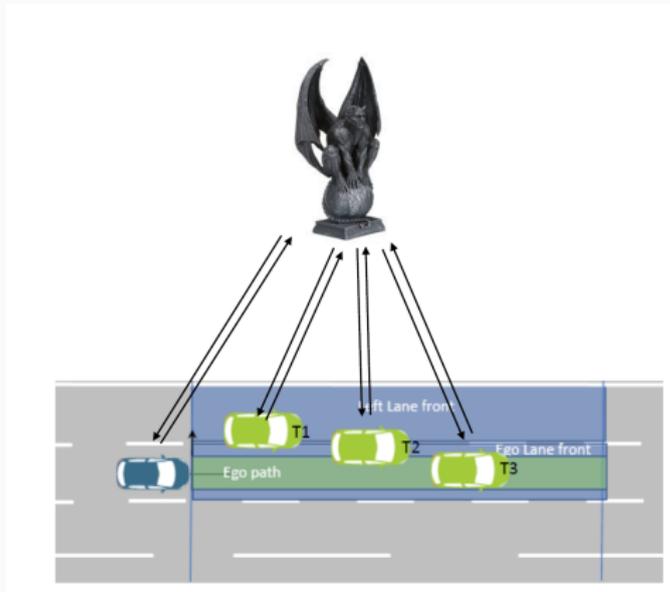
$$\begin{aligned} \text{Traces}(\text{safe_process sid } P) = \\ e_{\text{time}}(\delta t_1); e_{\text{scene}}(\sigma_1); e_{\text{time}}(\delta t_2); e_{\text{scene}}(\sigma_2); \dots \\ \text{(for all } \sigma_i \text{ st } P \text{ sid } \sigma_i \text{ is true)} \end{aligned}$$

Definition : Safety of a scenario

Safety of a scenario is defined as $\text{process refinement } \leq :$
 $\text{safe_process sid } P \leq \text{scenario sid motion } \Delta t \sigma_0$

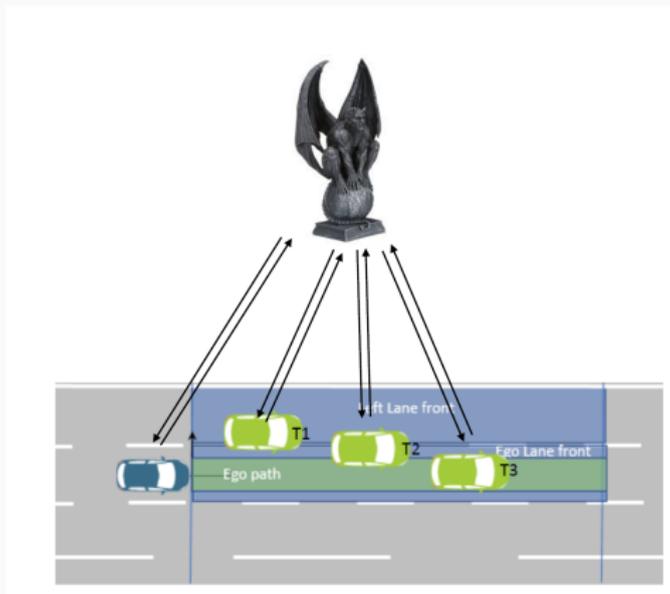
$\rightarrow \text{safe_process sid } \text{no}_{\text{collision}}$ is the collision-free world.

Example : Autonomous Cars



- **Property** : Avoid collisions (at all costs !)
- **Invariant** : ?

Example : Autonomous Cars



- **Property** : Avoid collisions (at all costs!)
- **Invariant** : RSS-based safety distance preservation

Invariant-based Proofs

Main Theorem

If, for all σ , $P_1 \text{ sid } \sigma \Rightarrow P_2 \text{ sid } \sigma$, then :

$$\text{safe_process sid } P_2 \leq \text{safe_process sid } P_1$$

Property

If :

1. $P \text{ sid } \sigma_0$
2. For all $\sigma, \delta t < \Delta t$, $P \text{ sid } \sigma$ implies $P \text{ sid } (\text{motion } \sigma \delta t)$

Then :

$$\text{safe_process sid } P \leq \text{scenario sid motion } \Delta t \sigma_0$$

Invariant-based Proofs

Main Theorem

If, for all σ , $P_1 \text{ sid } \sigma \Rightarrow P_2 \text{ sid } \sigma$, then :

$$\text{safe_process sid } P_2 \leq \text{safe_process sid } P_1$$

Corollary

If, for some P_{inv} :

1. For all σ , $P_{inv} \text{ sid } \sigma \Rightarrow P \text{ sid } \sigma$
2. $P_{inv} \text{ sid } \sigma_0$
3. For all $\sigma, \delta t < \Delta t$, $P_{inv} \text{ sid } \sigma$ implies $P_{inv} \text{ sid } (\text{motion } \sigma \delta t)$

Then :

$$\text{safe_process sid } P \leq \text{scenario sid motion } \Delta t \sigma_0$$

Framework formalized in Isabelle/HOL

→ Why this approach ? We lose a lot !

- **Untractable.**
- **Hard.**

Framework formalized in Isabelle/HOL

→ Why this approach ? We lose a lot !

- **Untractable.**
- **Hard.**

But we gain a lot :

- **Exact.** *No approximations* : transcendental functions. . . ★
- No **differential equation** solving ★.
- No potential limit to the **complexity** of scenario, number of agents, external forces, etc.
- **HOL-Analysis**
- **Oversampling** (next slide).

Framework formalized in Isabelle/HOL

→ Why this approach ? We lose a lot !

- **Untractable.**
- **Hard.**

But we gain a lot :

- **Exact.** *No approximations* : transcendental functions. . . ★
- No **differential equation** solving ★.
- No potential limit to the **complexity** of scenario, number of agents, external forces, etc.
- **HOL-Analysis**
- **Oversampling** (next slide).

★ *As long as you can prove the invariant !*

Other goals

→ We get, **for free**, properties when removing agents :

$$\text{demon} \parallel \text{agent}_1 \parallel \text{agent}_2 \leq \text{demon} \parallel \text{agent}_1$$

→ Explore relationship between **driving strategies** and **kinematics** :

$$\text{agent}_1(\text{kinematics}_1, \text{strategy}_1) \leq \text{agent}_1(\text{kinematics}_2, \text{strategy}_2)?$$

- for instance, if $\text{strategy}_1 \subseteq \text{strategy}_2$ (less possible choices) :

$$\text{agent}_1(\text{kinematics}, \text{strategy}_1) \leq \text{agent}_1(\text{kinematics}, \text{strategy}_2)$$

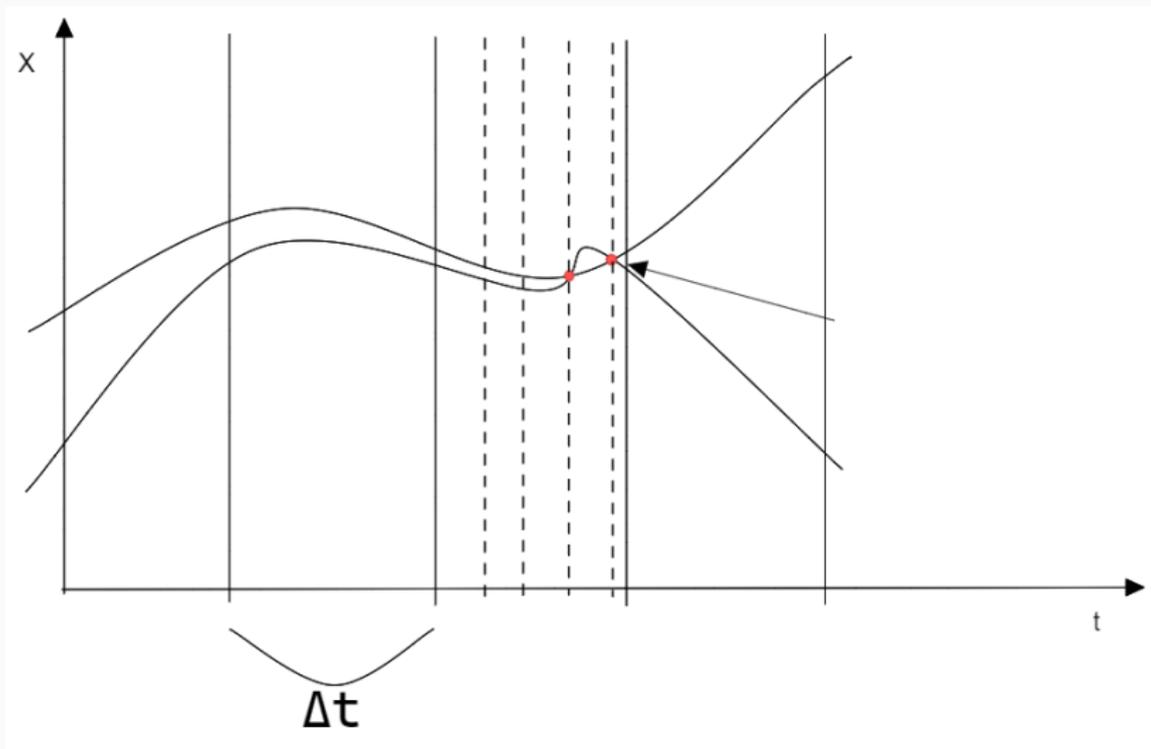
- And thus :

$$\text{scenario}_1 \cdots \leq \text{scenario}_2 \cdots$$

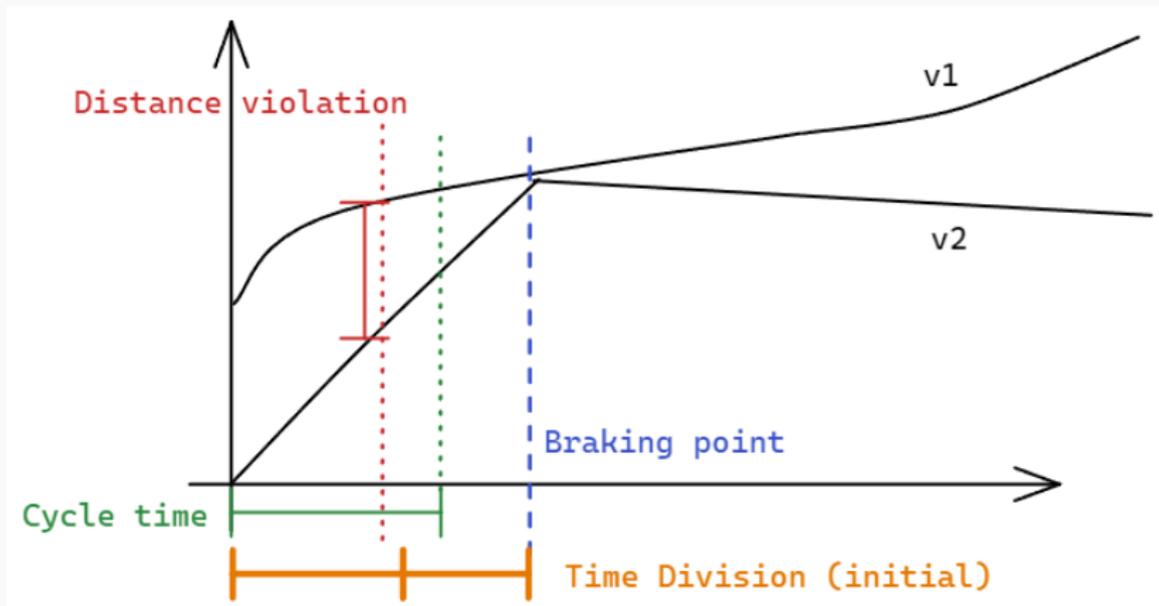
→ **Combining** kinematics, strategies and **properties** in multiple dimensions :

$$\text{kinematics}_x \oplus \text{kinematics}_y = \text{kinematics}_{2D}$$

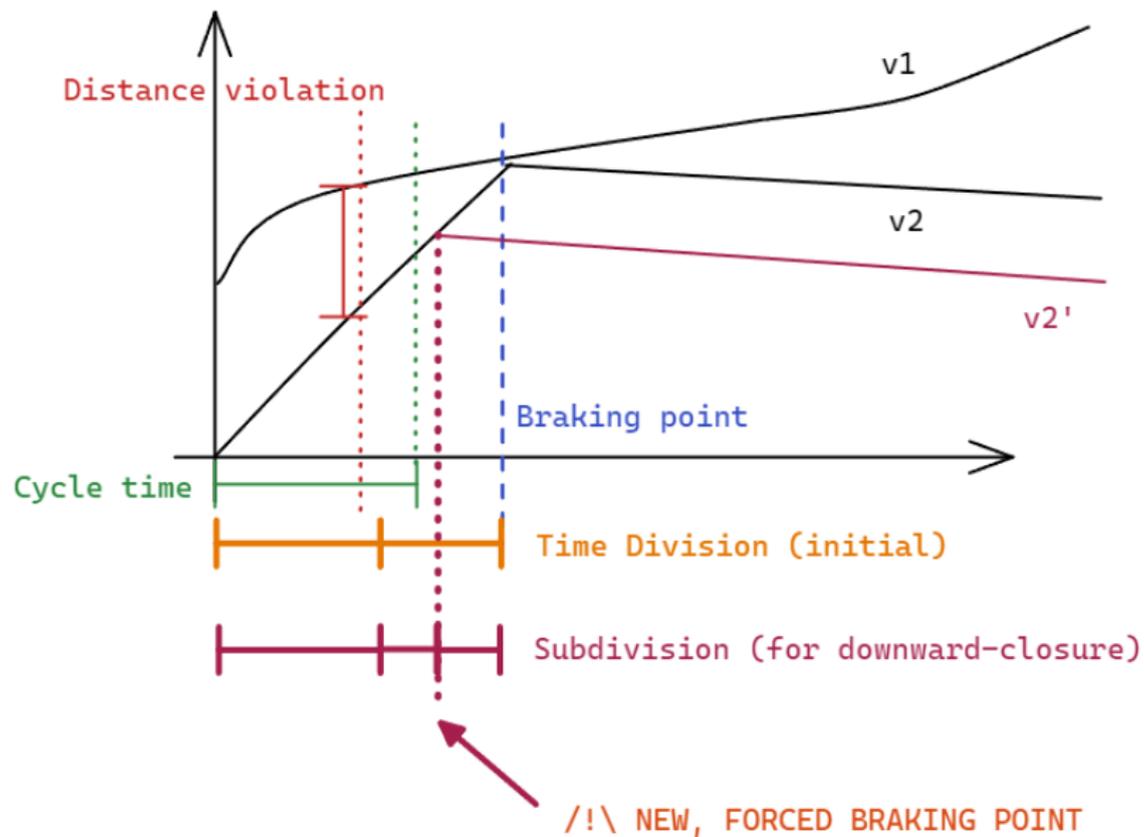
Collisions



Collisions 2



Collisions 3



Trace Stability Properties

Definition

- $\text{time}(\mathbf{T})$ is the set of all *global* times sampled on \mathbf{T}
- $\mathbf{T}(t)$ is the corresponding scene
- \mathbf{T}_2 is an oversampling of \mathbf{T}_1 if $\text{time}(\mathbf{T}_1) \subseteq \text{time}(\mathbf{T}_2)$ and, for all $t \in \text{time}(\mathbf{T}_1)$, $\mathbf{T}_1(t) = \mathbf{T}_2(t)$

Conjecture

1. $\forall P \text{ sid. safe_process sid } P$ is **closed by oversampling**

Trace Stability Properties

Definition

- $\text{time}(\mathbf{T})$ is the set of all *global* times sampled on \mathbf{T}
- $\mathbf{T}(t)$ is the corresponding scene
- \mathbf{T}_2 is an oversampling of \mathbf{T}_1 if $\text{time}(\mathbf{T}_1) \subseteq \text{time}(\mathbf{T}_2)$ and, for all $t \in \text{time}(\mathbf{T}_1)$, $\mathbf{T}_1(t) = \mathbf{T}_2(t)$

Conjecture

1. $\forall P$ sid. safe_process sid P is **closed by oversampling**
2. Similarly, **scenario sid motion $\Delta t \sigma_0$ is closed by oversampling**

Trace Stability Properties

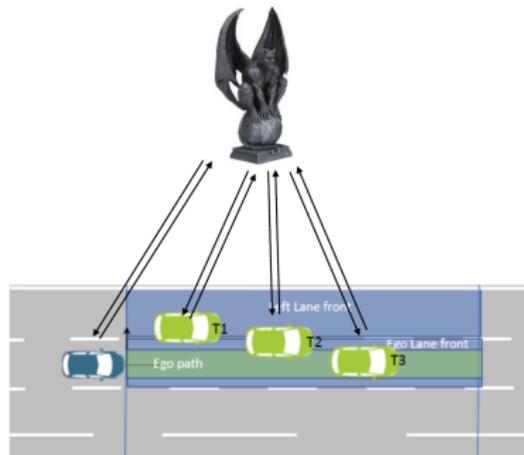
Definition

- $\text{time}(\mathbf{T})$ is the set of all *global* times sampled on \mathbf{T}
- $\mathbf{T}(t)$ is the corresponding scene
- \mathbf{T}_2 is an oversampling of \mathbf{T}_1 if $\text{time}(\mathbf{T}_1) \subseteq \text{time}(\mathbf{T}_2)$ and, for all $t \in \text{time}(\mathbf{T}_1)$, $\mathbf{T}_1(t) = \mathbf{T}_2(t)$

Conjecture

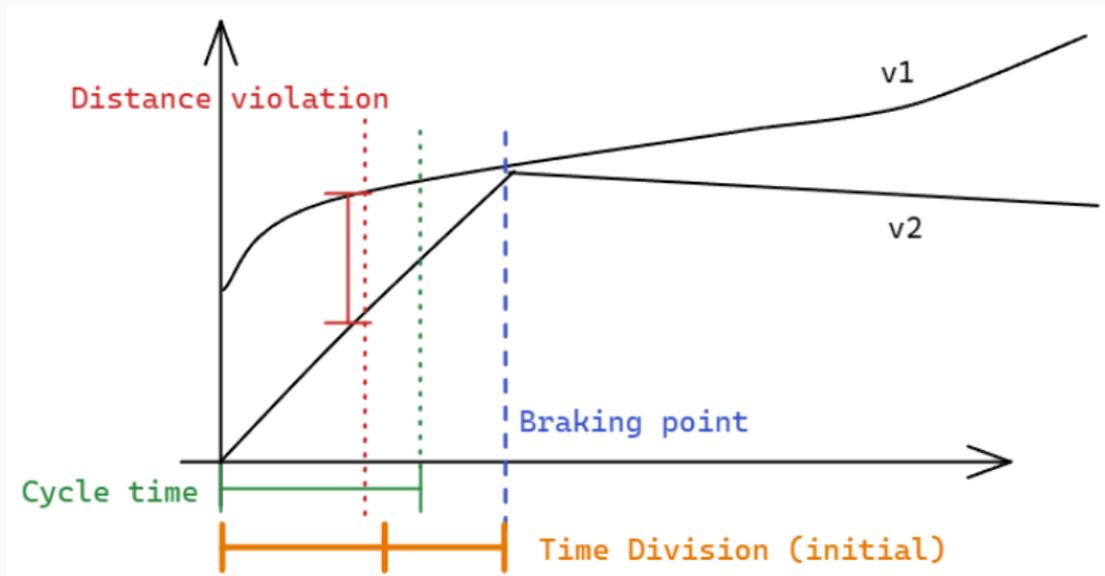
1. $\forall P$ sid. safe_process sid P is **closed by oversampling**
2. Similarly, ~~scenario sid motion $\Delta t \sigma_0$~~ is **closed by oversampling**

Desynchronization

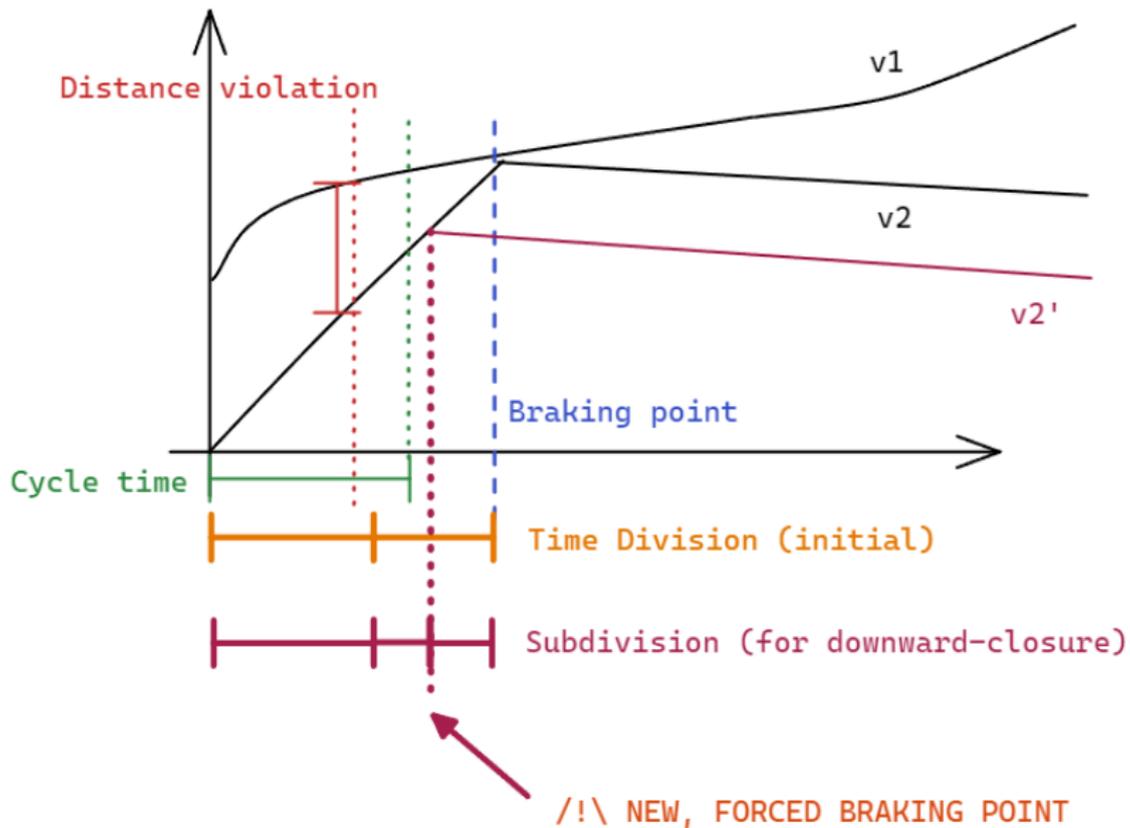


- $T_0, T_1, T_2 \dots$ shouldn't make their decisions at the same time
- vehicles should be allowed to make no decision at all... *(until their reaction time is reached)*

Cycle times



Cycle times



Trace Stability Properties

Prefix sample-closeness

For any $\delta t < \Delta t$ and for any **finite** prefix T_0 of $\mathbf{T} \in \mathcal{Traces}(\text{scenario})$, there is a **finite prefix** T'_0 of $\mathbf{T}' \in \mathcal{Traces}(\text{scenario})$ such that :

- $\text{time}(T'_0) = \text{time}(T_0) + \delta t$
- T'_0 is an **extension** of T_0

Trace Stability Properties

Prefix sample-closeness

For any $\delta t < \Delta t$ and for any **finite** prefix T_0 of $\mathbf{T} \in \mathcal{T}races(\text{scenario})$, there is a **finite prefix** T'_0 of $\mathbf{T}' \in \mathcal{T}races(\text{scenario})$ such that :

- $\text{time}(T'_0) = \text{time}(T_0) + \delta t$
- T'_0 is an **extension** of T_0

With prefix closeness, we can always 'zoom-in' to check if there is no collision !