

# Audition pour le poste de Maître de Conférence

---

Adrien Durier

23 mai 2023

Université Paris-Saclay - Laboratoire des Méthodes Formelles

# Parcours de Recherche

- **Concurrence** : Thèse ENS Lyon – Bologne 2016 – 2019
  - **Compilation Sécurisée** : INRIA – Inst. Max Planck 2019 – 2021
  - **Systèmes Cyber-Physiques** : IRT SystemX – Saclay 2022 – 2023
-

# Parcours de Recherche

- **Concurrence** : Thèse ENS Lyon – Bologne 2016 – 2019
  - Nouvelle *technique de preuve* coinductive [1]
  - Résolution d'un problème ouvert par Robin Milner [2]
- **Compilation Sécurisée** : INRIA – Inst. Max Planck 2019 – 2021
- **Systèmes Cyber-Physiques** : IRT SystemX – Saclay 2022 – 2023

---

[1] *Divergence and unique solution of equations* : [CONCUR](#), [LMCS](#)  
*Towards 'up to context' reasoning about higher-order processes* : [TCS](#)  
🔗 [Coq](#) 1700 lignes

[2] *Eager functions as processes* : [LICS](#), [TCS](#)

# Parcours de Recherche

- **Concurrence** : Thèse ENS Lyon – Bologne 2016 – 2019
  - Nouvelle *technique de preuve* coinductive [1]
  - Résolution d'un problème ouvert par Robin Milner [2]
- **Compilation Sécurisée** : INRIA – Inst. Max Planck 2019 – 2021
  - Technique coinductive pour la cybersécurité [3]
  - Compilateur compartementalisé avec partage mémoire [4]
- **Systèmes Cyber-Physiques** : IRT SystemX – Saclay 2022 – 2023

---

[3] *Trace-Relating Compiler Correctness...* : [ESOP](#), [TOPLAS](#)

🔗 [Coq](#) 3000 lignes

[4] *SecurePtrs : Proving Secure Compilation...* : [CSF](#)

🔗 [Coq](#) Projet 32000 lignes *total* + Backend 1700 lignes

# Parcours de Recherche

- **Concurrence** : Thèse ENS Lyon – Bologne 2016 – 2019
  - Nouvelle *technique de preuve* coinductive [1]
  - Résolution d'un problème ouvert par Robin Milner [2]
- **Compilation Sécurisée** : INRIA – Inst. Max Planck 2019 – 2021
  - Technique coinductive pour la cybersécurité [3]
  - Compilateur compartementalisé avec partage mémoire [4]
- **Systèmes Cyber-Physiques** : IRT SystemX – Saclay 2022 – 2023
  - Sûreté de fonctionnement du *véhicule autonome*
  - Réalisation d'un modèle pour systèmes cyber-physiques [5]

---

[5] Rapport technique **3SA** (*Interne, IRT SystemX*)

 Librairie HOL-CyberPhy (**Isabelle/HOL**, 3000 lignes)

Projet de dépôt open-source sur *Archive of Formal Proofs*

# Parcours de Recherche

- **Concurrence** : Thèse ENS Lyon – Bologne 2016 – 2019
  - Nouvelle *technique de preuve* coinductive [1]
  - Résolution d'un problème ouvert par Robin Milner [2]
- **Compilation Sécurisée** : INRIA – Inst. Max Planck 2019 – 2021
  - Technique coinductive pour la cybersécurité [3]
  - Compilateur compartementalisé avec partage mémoire [4]
- **Systèmes Cyber-Physiques** : IRT SystemX – Saclay 2022 – 2023
  - Sûreté de fonctionnement du *véhicule autonome*
  - Réalisation d'un modèle pour systèmes cyber-physiques [5]

- 
- 4 publications en conférences (LICS, CONCUR, ESOP, CSF)
  - 4 publications dans des journaux (LMCS, TCS, TOPLAS)
  - 1 rapport technique (IRT SystemX)

## Deux traditions de la concurrence



Tony Hoare (*Prix turing 1980*)

**1978 : CSP**

*Communicating Sequential Processes*

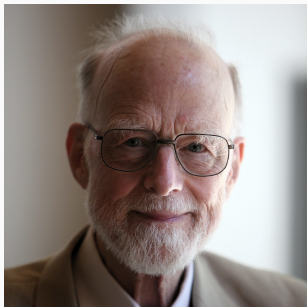


Robin Milner (*Prix turing 1991*)

**1980 : CCS**

*Calculus of Communicating Systems*

## Deux traditions de la concurrence



Tony Hoare (*Prix turing 1980*)

**1978 : CSP**

*Communicating Sequential Processes*

Modèles dénotationnel,  
Outils de Model-Checking



Robin Milner (*Prix turing 1991*)

**1980 : CCS**

*Calculus of Communicating Systems*

$\pi$ -calcul (1989)  
communication + sophistiquée



**Programmation Fonctionnelle** :  $\lambda$ -calcul [Church, 1936]

**Appel par nom**

Algol 60,  $\sim$ Haskell, R

**Appel par valeur**

C++, Python, OCaml...

[Milner, 1990]

**Concurrence** :  $\pi$ -calcul [Milner, 1989]

**Programmation Fonctionnelle** :  $\lambda$ -calcul [Church, 1936]

**Appel par nom**

Algol 60,  $\sim$ Haskell, R

**Appel par valeur**

C++, Python, OCaml...

[Milner, 1990]

Preuve 1992 (Sangiorgi)

**Concurrence** :  $\pi$ -calcul [Milner, 1989]

**Programmation Fonctionnelle** :  $\lambda$ -calcul [Church, 1936]

**Appel par nom**

Algol 60,  $\sim$ Haskell, R

**Appel par valeur**

C++, Python, OCaml...

[Milner, 1990]

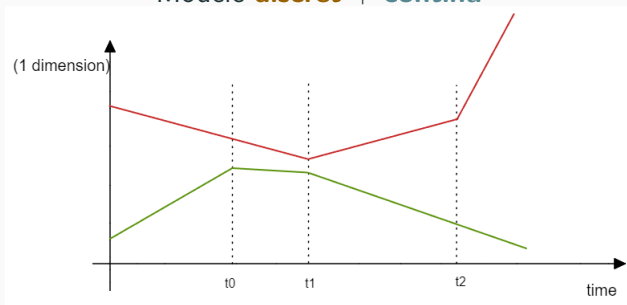
Preuve 1992 (Sangiorgi)

Preuve 2018 (ma thèse)

**Concurrence** :  $\pi$ -calcul [Milner, 1989]

# Post-doctorat (LMF/IRT SystemX) : HOL-CyberPhy

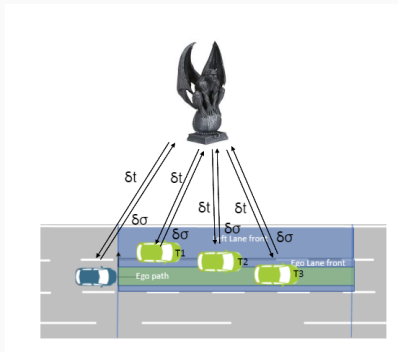
Modèle **discret** + **continu**



- Notre librairie **HOL-CyberPhy** utilise **CSP**
- **CSP** représente la composante **discrète** ('cyber') du modèle.

# Post-doctorat (LMF/IRT SystemX) : HOL-CyberPhy

- Discrétisation du temps par un **programmes CSP**
- Les **agents** sont des **programmes CSP**



- La sûreté de fonctionnement est représentée par un raffinement de programmes CSP.

# Projet de Recherche

# Deux Axes de Recherche

Intégration au pôle **Preuves et Langages**

**Appliqué** : Sûreté des Systèmes Cyber-Physiques

- Partenaires industriels : Renault, Stellantis, Valeo, Airbus. . .
- Équipes :
  - *Preuves de programmes*
  - Liens thématiques pôle **Modèles** (*Systèmes critiques*)

**Théorique** : Programmation Fonctionnelle et Concurrence

- Équipes :
  - *Fondements du calcul, langages et compilation*
  - Liens thématiques pôle **Modèles** (*Concurrence et distribué*)

# 1er Axe : Systèmes Cyber-Physiques

- **Intégration**

- Collaboration avec **Burkhart Wolff** (Preuves de programmes)
- Équipe **Systèmes critiques**

- **Transfert technologique**

- A travers la collaboration avec l'IRT **SystemX** (projet **CVH**)
- **Renault, Stellantis, Valeo**
- **Validation** et **standardisation** (SOTIF)



# Roadmap

Pour homologuer et certifier : exigences **réelles** et **industrielles**.

- **Objectif à court terme :**

1. Équations différentielles et cinématiques arbitraires
2. Facteurs externes (vent...)
3. Composition de stratégies de conduite

- **Objectif à long terme :**

1. Dangers de sortie de route
2. Génération de plans de test, génération de code
3. **Exigences industrielles pour le plan de conception**

## 2e Axe : Appel Par Valeur et Concurrence

### Encodages :

- ✓ Appel par nom
  - ✓ Équivalences de programmes
- ✓ Appel par valeur (**langages de programmation réels** : OCaml...)

## 2e Axe : Appel Par Valeur et Concurrence

### Encodages :

- Appel par nom
  - Équivalences de programmes
- Appel par valeur (**langages de programmation réels** : OCaml...)
  - Équivalences de programmes

## 2e Axe : Appel Par Valeur et Concurrence

### Encodages :

- Appel par nom
  - Équivalences de programmes
- Appel par valeur (**langages de programmation réels** : OCaml...)
  - Équivalences de programmes
  - Réduction forte
- Appel par nécessité

## 2e Axe : Appel Par Valeur et Concurrence

### Encodages :

- Appel par nom
  - Équivalences de programmes
- Appel par valeur (**langages de programmation réels** : OCaml...)
  - Équivalences de programmes
  - Réduction forte
- Appel par nécessité

---

Collaboration possible avec *Thibault Balabonski*

# Enseignement

# Enseignement à l'ENS et à l'Université (Lyon)

## ENS Lyon (L3) :

176h

- Théorie de la programmation (3 ans) 3x32h
- Projet de Programmation (1 an) 24h
- Algorithmique (1 an) 32h

## Université Lyon 1 (L2) :

- TP Algorithmique et programmation avancée (1 an) 16h

---

192 heures équivalents TD

## Création de sujets :

- Exercices TD
- Sujets TP (fiches OCaml, Coq...)
- Devoirs à la maison et corrections

# Implication dans l'enseignement

## Autres activités d'enseignement (ENS Lyon) :

- Jury de soutenance de stages (L3, M1) eq. TD : 6h
- Organisation de cours de soutien
  - Soutien général / Remise à niveau L3 eq. TD : 10h
  - Par matière, à la demande +h

## Mediation et engagement :

- Encadrement du stage de programmation pour lycéennes  
**Girls Can Code !**
- Engagement dans le soutien scolaire en mathématiques  
(collège, lycée)



# Projet d'Enseignement

## Projets Hors Recherche

- **POPLmark Challenge** : Terminaison du Système F Coq
- **etherweb.fr** : Création et de gestion de sites web PHP/JS
- **Algorithme de Buchberger** : Bases de Gröbner OCaml
- **Compilation** : Pascal  $\mapsto$  SPIM OCaml
- **TL2** : Mémoire partagée efficace Java
- **latexifier** : décompilation PDF vers LaTeX C++/Web

# Projet d'enseignement

## Besoins principaux :

- Cours appliqués en Licence
- Responsabilités administratives

## Cours :

- Génie Logiciel L2/L3 (Avancé)/M1 MIAGE
- Système L2 (Architecture)/L3 (OS)
- Web L3/M1 (Sécurité)
- Programmation fonction., objet, C, projets – L1/L2/L3
- Algorithmique L1/L2/L3/M

→ Prise en charge **dès septembre**

# Nouveaux Cours Proposés

**Dans un ou deux ans** : cours à l'interface entre applications et méthodes formelles :

## 1. **Projet de Compilateur** (Programmation)

- Niveau Master
- Possibilité d'adapter le langage aux besoins du département

## 2. **Compilation Sécurisée**

- Sujet moderne, enjeux importants (navigateurs)
- Appliqué, mais nécessite des propriétés mathématiques
- Pas de preuve formelle

## 3. **Concurrence et coinduction**

- Informatique fondamentale

# Questions

Merci pour votre attention !

# Appendices

1. Conclusion/Résumé 1
2. Publications 2
3. Equivalences de programmes 3
4. Encodage de Milner 4
5. Call-by-name vs call-by-value 5
6. Compilation sécurisée 6
7. Cyber-Physical Systems 7

# Conclusion

- Thèse à l'ENS Lyon et l'Università di Bologna
- Post-doc à l'INRIA et l'institut Max Planck
- Post-doc au LMF

## Enseignement

- 192 heures en ACE
- Principalement envers des élèves d'une ENS
- Investissement pédagogique

## Recherche

- Calculs de processus, sémantique  
Assistants de preuves (Coq, désormais Isabelle)  
Compilation sécurisée
- 5 articles, 4 dans des conférences de rang A ou A+, 4 dans des journaux réputés

## Parcours

**2014 : M1** Informatique fondamentale, ENS Lyon

**2015 : M2** Recherche MPRI

**2016-2020 : Doctorat** en cotutelle LIP, ENS Lyon et Università di Bologna, sous la direction de Daniel Hirschhoff et Davide Sangiorgi

**2019-2021 : Post-doc** avec Catalin Hritcu (INRIA puis Institut Max Planck, Bochum)

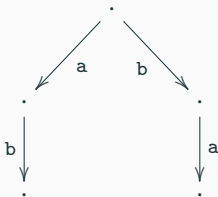
**2022 - : Post-doc** joint IRT SystemX/LMF, avec Paolo Crisafulli, Safouan Taha, Burkhardt Wolff



## Publications

- 2017 *Divergence and unique solution of equations*  
CONCUR 2017, LMCS 2019
- 2018 *Eager Functions as Processes*  
LICS 2018, Theoretical Computer Science 2022
- 2020 *Towards 'up to context' reasoning about HO processes*  
Theoretical Computer Science 2020
- 2020 *Trace-Relating Compiler Correctness and Secure Compilation*  
ESOP 2020, TOPLAS 2021
- 2022 *SecurePtrs : Proving Secure Compilation with Data-Flow  
Back-Translation and Turn-Taking Simulation*  
CSF 2022

# Concurrence



- **a** et **b** peuvent avoir lieu dans n'importe quel ordre
- Pas de lien de **causalité**
- Ce sont des évènements **concurrents**

# Equivalence de Programme

## Contexte : Étude formelle des langages de programmation

```
1 type expr =
2   | Tint of int (* 2 *)
3   | Tadd of expr * expr (* 2+2=4 *)
4   | Tmul of expr * expr (* 2*2=4 *)
5   | Tdiv of expr * expr (* 4/2=2 *)
6
7 let is = Tadd(Tint 5, Tmult(Tint 3, Tint 5))
8 let is2 = Tmult(Tint 15, Tint 3)
9 let is3 = Tmult(Tint 15, Tint 3)
10
11 exception Div_by_Zero
12
13 let eval : expr -> int = fun e ->
14
15 (* is *)
16 let _ = eval is
17 let _ = eval is2
18 let _ = try eval is3 with Div_by_Zero -> 55
19
20 let eval_count : expr -> int * int = fun e ->
21
22 (* is *)
23 let _ = eval_count is
24 let _ = eval_count is2
25 let _ = try eval_count is3 with Div_by_Zero -> 55
26
27 type expr =
28   | Tint of int (* 2 *)
29   | Tadd of expr * expr (* 2+2=4 *)
30   | Tmul of expr * expr (* 2*2=4 *)
31   | Tdiv of expr * expr (* 4/2=2 *)
32   | Tlet of string * expr * expr (* let x = 40 in x+1 *)
33   | Tvar of string (* 2 *)
34
35 (** Examples of expressions **)
36 let is = Tadd(Tint 5, Tmult(Tint 3, Tint 5))
37 let is2 = Tmult(Tint 15, Tmult(Tint 3, Tint 5))
38 let is3 = Tmult(Tint 15, Tmult(Tint 3, Tint 5))
39 let is4 = Tmult(Tint 15, Tmult(Tint 3, Tint 5))
40
41 let eval : int * int -> expr -> int * int * int * int =
42
43 (** variable locale @ une fonction **)
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
```

### Objectifs

- **Vérifier** une optimisation
- **Prouver** qu'on peut remplacer un programme par un autre



# Equivalence de Programmes

## Contextes

Si le contexte  $C$  est :

```
int x;  
[.]  
x = x ++;
```

Si le programme (partiel)  $P$  est

```
.  
x = 3;  
.
```

Alors  $C[P]$  est le programme :

```
int x;  
x = 3;  
x = x ++;
```

# L'encodage de Milner en appel par valeur

une **exécution** est modélisé comme une **interaction** entre

**le programme**

(en train d'être évalué)

**le contexte**

(dans lequel il est évalué)

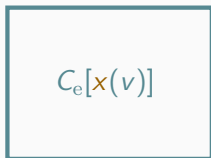
Les **valeurs** sont stockées par le **contexte**

Le **programme** **les demande** lorsqu'ils deviennent nécessaires

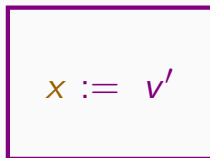
# L'encodage de Milner en appel par valeur

une **exécution** est modélisé comme une **interaction** entre

le programme



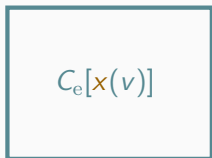
le contexte



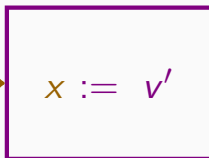
# L'encodage de Milner en appel par valeur

une **exécution** est modélisé comme une **interaction** entre

le programme



le contexte



demande  $x$



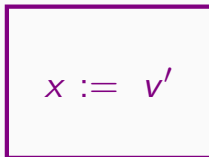
# L'encodage de Milner en appel par valeur

une **exécution** est modélisé comme une **interaction** entre

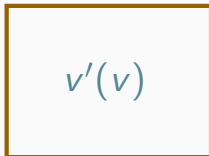
le programme



le contexte



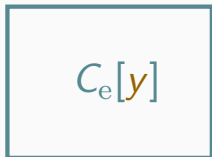
l'évaluation de  $x(v)$  débute dans un nouvel emplacement



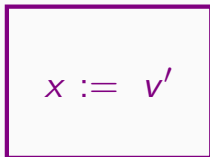
# L'encodage de Milner en appel par valeur

une **exécution** est modélisé comme une **interaction** entre

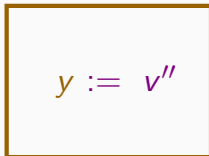
le programme



le contexte



une fois évalué, il est stocké dans une nouvelle variable  $y$



## L'appel par nom et par valeur

On étudie le problème d'**Abstraction Complète** :  
Caractériser l'**équivalence  $\approx$  induite** par l'encodage :

$$M \approx N \text{ iff } \llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$$

*(Pour comparer  $M$  et  $N$ , je compare leurs encodages)*

## L'appel par nom et par valeur

On étudie le problème d'**Abstraction Complète** :  
Caractériser l'**équivalence  $\approx$  induite** par l'encodage :

$$M \approx N \text{ iff } \llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$$

*(Pour comparer  $M$  et  $N$ , je compare leurs encodages)*

En *appel par nom* :

- Résolu [Sangiorgi92]
- Correspond aux **arbres de Lévy-Longo** (Équivalence classique)
- La preuve repose sur les **techniques modulo**

## L'appel par nom et par valeur

On étudie le problème d'**Abstraction Complète** :  
Caractériser l'**équivalence  $\approx$  induite** par l'encodage :

$$M \approx N \text{ iff } \llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$$

*(Pour comparer  $M$  et  $N$ , je compare leurs encodages)*

En *appel par nom* :

- Résolu [Sangiorgi92]
- Correspond aux **arbres de Lévy-Longo** (Équivalence classique)
- La preuve repose sur les **techniques modulo**  
→ **sensible à "l'efficacité"**

En *appel par valeur* :

- *Durier, Hirschkoff, Sangiorgi 2018*
- Les équivalences ne sont pas aussi bien étudiées/comprises
- Introduit de l'**inefficacité**  
→ **échec des techniques modulo**

**efficacité** : nombre de réductions

# Complétude de l'encodage

## Théorème

$M \simeq_{e\eta} N$  si et seulement si  $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

# Complétude de l'encodage

## Théorème

$M \simeq_{e\eta} N$  si et seulement si  $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

## Lemme (Complétude de l'encodage)

Si  $M \simeq_{e\eta} N$  alors  $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

# Complétude de l'encodage

## Théorème

### Définition : Unicité des solutions

$$X \simeq f(X)$$

$f$  vérifie l'**unicité des solutions** si :

Quand  $P \simeq f(P)$  et  $Q \simeq f(Q)$

Alors

$$P \simeq Q$$



# Complétude de l'encodage

## Théorème

$$M \simeq_{e\eta} N \quad \text{si et seulement si} \quad \llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$$

## Lemme (Complétude de l'encodage)

$$\text{Si } M \simeq_{e\eta} N \quad \text{alors} \quad \llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$$

1. Construire un système d'équation
2. Prouver que  $\llbracket M \rrbracket$  et  $\llbracket N \rrbracket$  sont solutions
3. Prouver que le système a une unique solution

# Complétude de l'encodage

## Théorème

$$M \simeq_{e\eta} N \quad \text{si et seulement si} \quad \llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$$

## Lemme (Complétude de l'encodage)

$$\text{Si } M \simeq_{e\eta} N \quad \text{alors} \quad \llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$$

1. Construire un système d'équation
2. Prouver que  $\llbracket M \rrbracket$  et  $\llbracket N \rrbracket$  sont solutions
3. Prouver que le système a une unique solution

# Complétude de l'encodage

## Théorème

$M \simeq_{e\eta} N$  si et seulement si  $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

## Lemme (Complétude de l'encodage)

Si  $M \simeq_{e\eta} N$  alors  $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

1. Construire un système d'équation
2. Prouver que  $\llbracket M \rrbracket$  et  $\llbracket N \rrbracket$  sont solutions
3. Prouver que le système a une unique solution

# Complétude de l'encodage

## Théorème

$M \simeq_{e\eta} N$  si et seulement si  $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

## Lemme (Complétude de l'encodage)

Si  $M \simeq_{e\eta} N$  alors  $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

1. Construire un système d'équation
2. Prouver que  $\llbracket M \rrbracket$  et  $\llbracket N \rrbracket$  sont solutions
3. Prouver que le système a une unique solution

# Complétude de l'encodage

## Théorème

$M \simeq_{e\eta} N$  si et seulement si  $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

## Lemme (Complétude de l'encodage)

Si  $M \simeq_{e\eta} N$  alors  $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

1. Construire un système d'équation
2. Prouver que  $\llbracket M \rrbracket$  et  $\llbracket N \rrbracket$  sont solutions
3. Prouver que le système a une unique solution

# Complétude de l'encodage

## Théorème

$M \simeq_{e\eta} N$  si et seulement si  $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

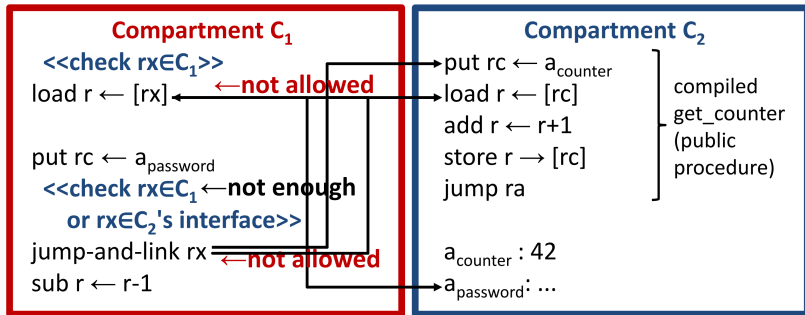
## Lemme (Complétude de l'encodage)

Si  $M \simeq_{e\eta} N$  alors  $\llbracket M \rrbracket \simeq \llbracket N \rrbracket$

1. Construire un système d'équation
2. Prouver que  $\llbracket M \rrbracket$  et  $\llbracket N \rrbracket$  sont solutions
3. **Prouver que le système a une unique solution**
  - Nouvelle technique de preuve
  - Fondée sur les théories existantes d'unicité des solutions  
Hoare[1978], Milner [1980], Roscoe [1982], Sangiorgi [2015]...

# Liens avec la Compilation Sécurisée

- Sécurité par **compartementalisation** :



- **Interactions** entre modules : programme et contexte
- Preuve de **sécurité** par techniques coinductives (**CompCert**)

# Trace-Relating Compiler Correctness and Secure Compilation (2020)

**Contexte** : Correction d'un compilateur par preuve de simulation.

Toute trace produite par le *programme compilé*

peut être produit par le *programme source*

**Compilation correcte** :

$$\forall P. \forall t. P \downarrow \rightsquigarrow t \Rightarrow P \rightsquigarrow t$$

**CompCert** : La preuve de correction inverse une preuve de simulation entre la *source* et la *cible*.



# Trace-Relating Compiler Correctness and Secure Compilation (2020)

**Relations de traces** : Si la **cible** et la **source** produisent des traces différentes ; pour prendre en compte les comportements indéfinis (C), etc.

**Un exemple simple** : Compilation d'un langage avec **booléens** et **entiers** vers un langage avec **seulement des entiers**

Relation sur les entiers (étendue aux traces) :

$$n \sim n$$

$$true \sim n \text{ si } n > 0$$

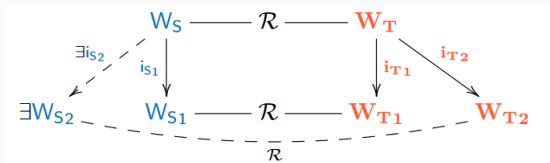
$$false \sim 0$$

**Compilation correcte** :

$$\forall P. \forall t. P \downarrow \rightsquigarrow t \Rightarrow \exists t' \sim t. P \rightsquigarrow t'$$

# Trace-Relating Compiler Correctness and Secure Compilation (2020)

- la technique d'inversion de simulation ne fonctionne plus si la relation n'est pas injective
- il faut une condition supplémentaire (**prouvée en coq**, avec une nouvelle technique de simulation faible)



## Application à la compilation sécurisée :

Introduire des **contextes arbitraires** dans la propriété de correction (propriétés de compilation sécurisées RTP, RTC...)

# Safety Properties

**Example** : for autonomous vehicles,  $P = \text{no}_{\text{collision}}$

# Safety Properties

**Example :** for autonomous vehicles,  $P = \text{no}_{\text{collision}}$

Abstract process that captures every scene where  $P$  (for instance,  $\text{no}_{\text{collision}}$ ) is respected. ( $\rightarrow$  agents might jump around!)

## Definition : safe process

$$\begin{aligned} \text{Traces}(\text{safe\_process sid } P) = & \\ & e_{\text{time}}(\delta t_1); e_{\text{scene}}(\sigma_1); e_{\text{time}}(\delta t_2); e_{\text{scene}}(\sigma_2); \dots \\ & (\text{for all } \sigma_i \text{ st } P \text{ sid } \sigma_i \text{ is true}) \end{aligned}$$

# Safety Properties

**Example :** for autonomous vehicles,  $P = \text{no}_{\text{collision}}$

Abstract process that captures every scene where  $P$  (for instance,  $\text{no}_{\text{collision}}$ ) is respected. ( $\rightarrow$  agents might jump around!)

## Definition : safe process

$$\begin{aligned} \text{Traces}(\text{safe\_process sid } P) = \\ e_{\text{time}}(\delta t_1); e_{\text{scene}}(\sigma_1); e_{\text{time}}(\delta t_2); e_{\text{scene}}(\sigma_2); \dots \\ \text{(for all } \sigma_i \text{ st } P \text{ sid } \sigma_i \text{ is true)} \end{aligned}$$

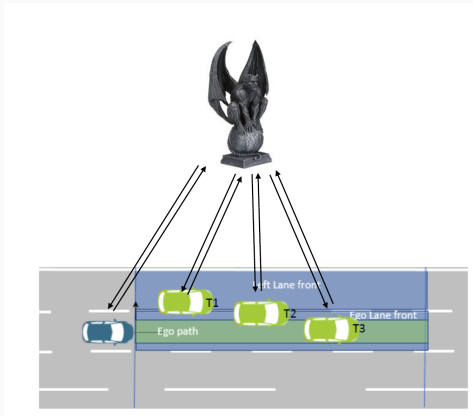
## Definition : Safety of a scenario

Safety of a scenario is defined as **process refinement**  $\leq$  :

$$\text{safe\_process sid } P \leq \text{scenario sid motion } \Delta t \sigma_0$$

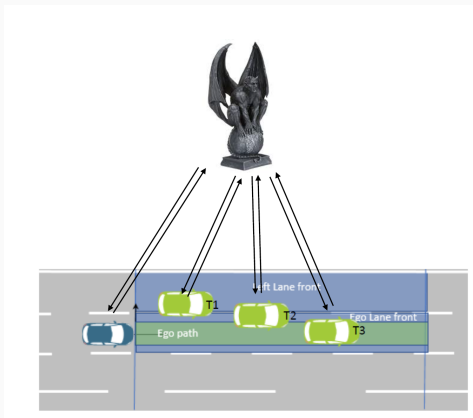
$\rightarrow$  **safe\_process sid no<sub>collision</sub>** is the collision-free world.

## Example : Autonomous Cars



- **Property** : Avoid collisions (at all costs !)
- **Invariant** : ?

## Example : Autonomous Cars



- **Property** : Avoid collisions (at all costs!)
- **Invariant** : RSS-based safety distance preservation

# Invariant-based Proofs

## Main Theorem

If, for all  $\sigma$ ,  $P_1 \text{ sid } \sigma \Rightarrow P_2 \text{ sid } \sigma$ , then :

$$\text{safe\_process sid } P_2 \leq \text{safe\_process sid } P_1$$

## Property

If :

1.  $P \text{ sid } \sigma_0$
2. For all  $\sigma, \delta t < \Delta t$ ,  $P \text{ sid } \sigma$  implies  $P \text{ sid } (\text{motion } \sigma \delta t)$

Then :

$$\text{safe\_process sid } P \leq \text{scenario sid motion } \Delta t \sigma_0$$



# Invariant-based Proofs

## Main Theorem

If, for all  $\sigma$ ,  $P_1 \text{ sid } \sigma \Rightarrow P_2 \text{ sid } \sigma$ , then :

$$\text{safe\_process sid } P_2 \leq \text{safe\_process sid } P_1$$

## Corollary

If, for some  $P_{inv}$  :

1. For all  $\sigma$ ,  $P_{inv} \text{ sid } \sigma \Rightarrow P \text{ sid } \sigma$
2.  $P_{inv} \text{ sid } \sigma_0$
3. For all  $\sigma, \delta t < \Delta t$ ,  $P_{inv} \text{ sid } \sigma$  implies  $P_{inv} \text{ sid } (\text{motion } \sigma \delta t)$

Then :

$$\text{safe\_process sid } P \leq \text{scenario sid motion } \Delta t \sigma_0$$

## Framework formalized in Isabelle/HOL

→ Why this approach ? We lose a lot !

- **Untractable.**
- **Hard.**

## Framework formalized in Isabelle/HOL

→ Why this approach ? We lose a lot !

- **Untractable.**
- **Hard.**

But we gain a lot :

- **Exact.** *No approximations* : transcendental functions. . . ★
- No **differential equation** solving ★.
- No potential limit to the **complexity** of scenario, number of agents, external forces, etc.
- **HOL-Analysis**
- **Oversampling** (next slide).

## Framework formalized in Isabelle/HOL

→ Why this approach ? We lose a lot !

- **Untractable.**
- **Hard.**

But we gain a lot :

- **Exact.** *No approximations* : transcendental functions. . . ★
- No **differential equation** solving ★.
- No potential limit to the **complexity** of scenario, number of agents, external forces, etc.
- **HOL-Analysis**
- **Oversampling** (next slide).

★ *As long as you can prove the invariant !*

## Other goals

→ We get, **for free**, properties when removing agents :

$$\text{demon} \parallel \text{agent}_1 \parallel \text{agent}_2 \leq \text{demon} \parallel \text{agent}_1$$

→ Explore relationship between **driving strategies** and **kinematics** :

$$\text{agent}_1(\text{kinematics}_1, \text{strategy}_1) \leq \text{agent}_1(\text{kinematics}_2, \text{strategy}_2)?$$

- for instance, if  $\text{strategy}_1 \subseteq \text{strategy}_2$  (less possible choices) :

$$\text{agent}_1(\text{kinematics}, \text{strategy}_1) \leq \text{agent}_1(\text{kinematics}, \text{strategy}_2)$$

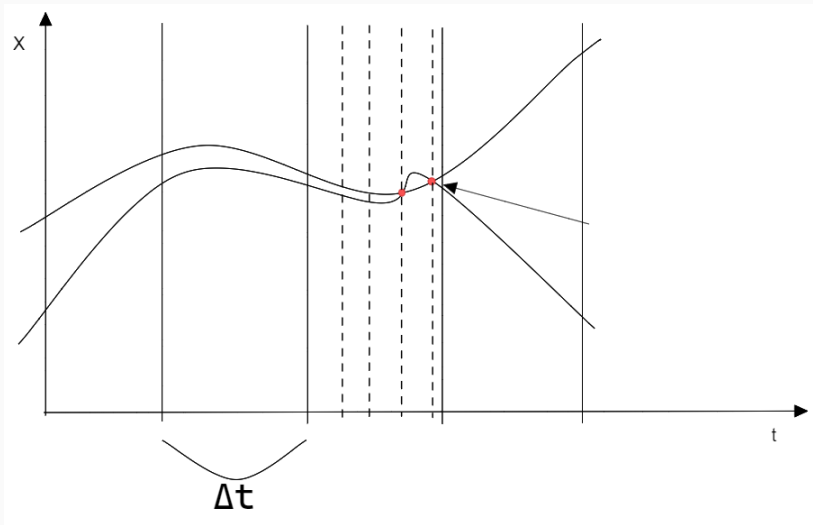
- And thus :

$$\text{scenario}_1 \cdots \leq \text{scenario}_2 \cdots$$

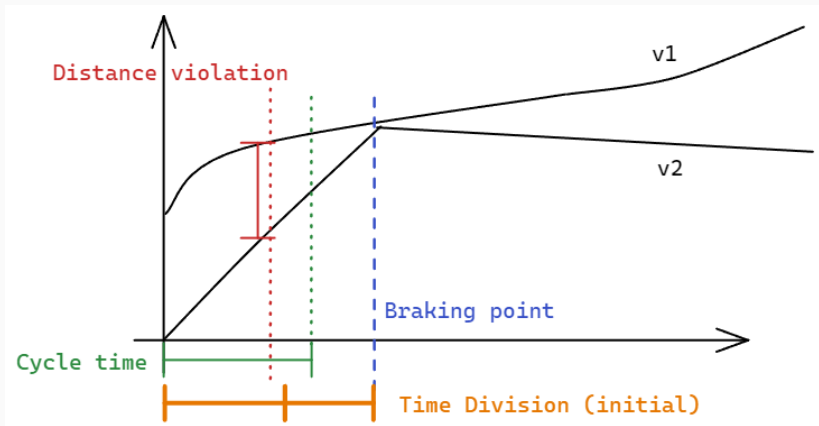
→ **Combining** kinematics, strategies and **properties** in multiple dimensions :

$$\text{kinematics}_x \oplus \text{kinematics}_y = \text{kinematics}_{2D}$$

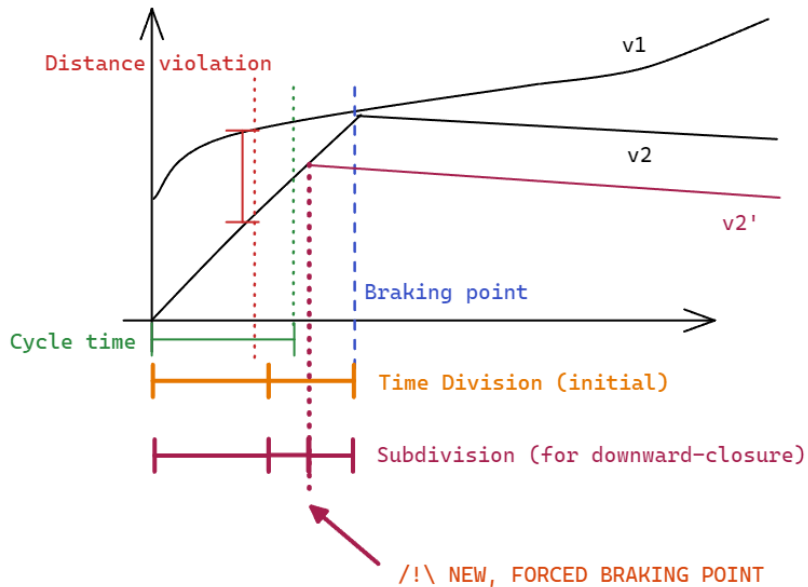
# Collisions



## Collisions 2



## Collisions 3





# Trace Stability Properties

## Definition

- $\text{time}(\mathbf{T})$  is the set of all *global* times sampled on  $\mathbf{T}$
- $\mathbf{T}(t)$  is the corresponding scene
- $\mathbf{T}_2$  is an oversampling of  $\mathbf{T}_1$  if  $\text{time}(\mathbf{T}_1) \subseteq \text{time}(\mathbf{T}_2)$  and, for all  $t \in \text{time}(\mathbf{T}_1)$ ,  $\mathbf{T}_1(t) = \mathbf{T}_2(t)$

## Conjecture

1.  $\forall P \text{ sid. safe\_process sid } P$  is **closed by oversampling**

# Trace Stability Properties

## Definition

- $\text{time}(\mathbf{T})$  is the set of all *global* times sampled on  $\mathbf{T}$
- $\mathbf{T}(t)$  is the corresponding scene
- $\mathbf{T}_2$  is an oversampling of  $\mathbf{T}_1$  if  $\text{time}(\mathbf{T}_1) \subseteq \text{time}(\mathbf{T}_2)$  and, for all  $t \in \text{time}(\mathbf{T}_1)$ ,  $\mathbf{T}_1(t) = \mathbf{T}_2(t)$

## Conjecture

1.  $\forall P$  sid. safe\_process sid  $P$  is **closed by oversampling**
2. Similarly, **scenario sid motion  $\Delta t \sigma_0$  is closed by oversampling**

# Trace Stability Properties

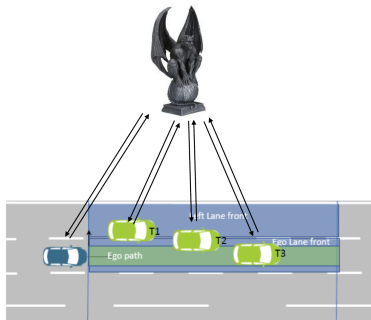
## Definition

- $\text{time}(\mathbf{T})$  is the set of all *global* times sampled on  $\mathbf{T}$
- $\mathbf{T}(t)$  is the corresponding scene
- $\mathbf{T}_2$  is an oversampling of  $\mathbf{T}_1$  if  $\text{time}(\mathbf{T}_1) \subseteq \text{time}(\mathbf{T}_2)$  and, for all  $t \in \text{time}(\mathbf{T}_1)$ ,  $\mathbf{T}_1(t) = \mathbf{T}_2(t)$

## Conjecture

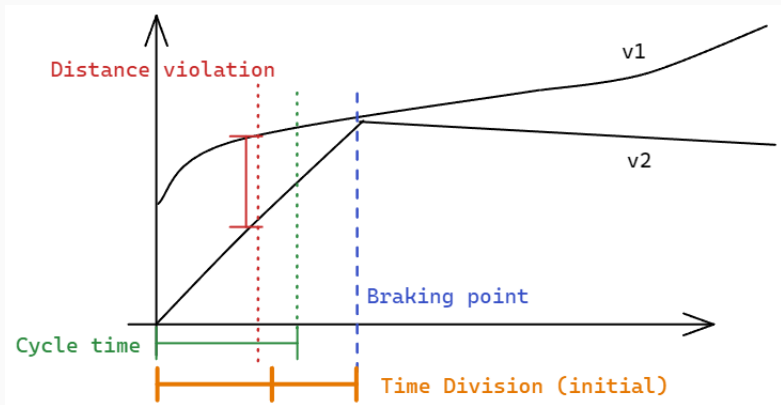
1.  $\forall P$  sid. safe\_process sid  $P$  is **closed by oversampling**
2. Similarly, ~~scenario sid motion  $\Delta t \sigma_0$~~  is **closed by oversampling**

# Desynchronization

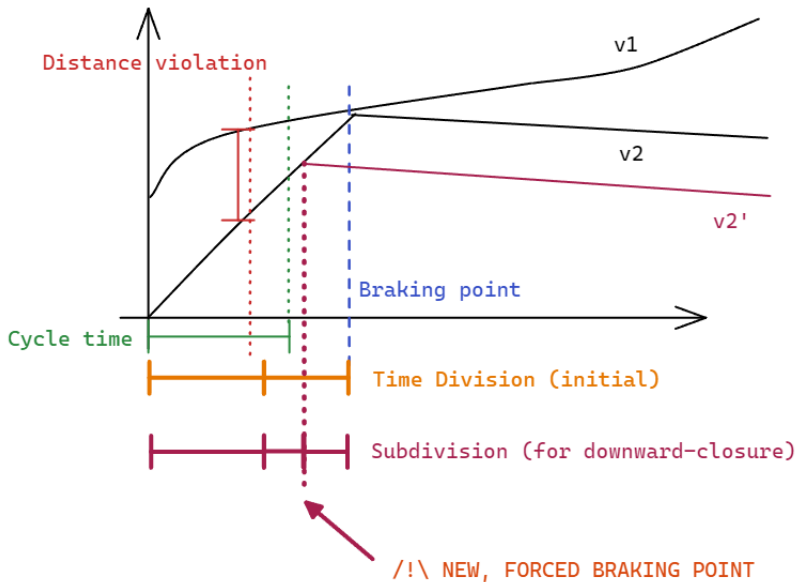


- $T_0, T_1, T_2 \dots$  shouldn't make their decisions at the same time
- vehicles should be allowed to make no decision at all... (*until their reaction time is reached*)

# Cycle times



# Cycle times



# Trace Stability Properties

## Prefix sample-closeness

For any  $\delta t < \Delta t$  and for any **finite** prefix  $T_0$  of  $\mathbf{T} \in \mathcal{Traces}(\text{scenario})$ , there is a **finite prefix**  $T'_0$  of  $\mathbf{T}' \in \mathcal{Traces}(\text{scenario})$  such that :

- $\text{time}(T'_0) = \text{time}(T_0) + \delta t$
- $T'_0$  is an **extension** of  $T_0$

# Trace Stability Properties

## Prefix sample-closeness

For any  $\delta t < \Delta t$  and for any **finite** prefix  $T_0$  of  $\mathbf{T} \in \mathcal{T}races(\text{scenario})$ , there is a **finite prefix**  $T'_0$  of  $\mathbf{T}' \in \mathcal{T}races(\text{scenario})$  such that :

- $\text{time}(T'_0) = \text{time}(T_0) + \delta t$
- $T'_0$  is an **extension** of  $T_0$

**With prefix closeness, we can always 'zoom-in' to check if there is no collision !**