J.C. Geminard
V. Grenard

MP 1 : Quantité de mouvement, moment cinétique et Énergie en mécanique classique

Clément
Christophe

Biblio : [1] QI - La mécanique
[2] Duffait CAPES
[3] Perez Méca
[4] Bellier CAPES → intéressant à la lecture -

Intro : La quantité de mouvement, le moment cinétique et l'énergie sont des notions de base en mécanique qui, utilisées conjointement aux lois de la dynamique permettent de décrire le mvt des corps - C'est ce que nous allons illustrer -

Plan. I - Quantité de mvt et PFD

1) Conservation de la qté de mvt

2) Mesure de g : cas d'1 système non isolé

II - Moment cinétique et TMC

1) Conservation du moment cinétique : loi des Aires

2) Mesure d'un moment d'inertie

III - Energie

I- Quantité de mouvement et PFD

1) Conservation de la qté de mvt

Les lois de la mécanique s'écrivent différemment dans un référentiel inertiel et un ref. en rotation ⟹ point clé ds étude d'1 syst. méca : bien définir et caractériser le ref. d'étude. Pour ça :

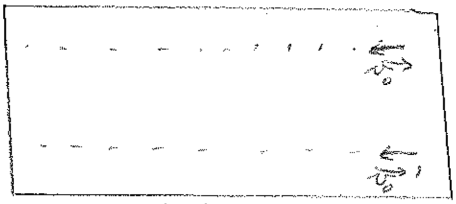
2nde loi de Newton : Dans un ref. galiléen, $\boxed{\sum \vec{f}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$

Syst étudié : mobile autoporteur = système pseudo-isolé (syst soumis de la part du milieu ext. à une somme de forces nulle) grâce à 1 coussin d'air.

Manip 1 On lance 1 mobile autoporteur d'1 bout de la table. Une aiguille sous le mobile crée une étincelle toute les 60 ms (à condition de fermer le circuit via la table) ... ⚠ Haute Tension.

① Lacher mobile fixe. Ajuster horizontalité de table avec 1 niveau puis en minimisant la dérive du mobile. Tester la dérive en 2 ou 3 endroit de la table.
Vitesse de dérive ds directᵉ la + petite de table : 1,7 cm/s
⟹ étudier mvt principalemᵗ ds l'autre directᵉ (selon la + gde longueur de la table.

② Donner 1 vitesse initiale selon la + gde largeur de table. Faire 2 lancers :



montrer que mvt rectiligne (pts sur 1 droite) et uniforme (mesurer distance dᵢ entre 2 pts car $v = \frac{d}{\Delta t}$ et $\Delta t = 60 ms$)

⟹ En déduire où il sera le + pertinent de faire les manips.

Ccl : $\vec{p} = \vec{cte}$ donc le Référentiel est galiléen.
On fait moyenne entre tous les d_i et on trouve $d_{moy} = 2,26$ cm avec un écart à la valeur moyenne allant jusqu'à 16%.
⟹ on ne s'attendra pas à meilleure précision ds la suite !

Maintenant qu'on a caractérisé notre référentiel d'étude on peut y appliquer le PFD à un ~~système~~ pseudo-isolé composé.

MANIP 2 [2] Système : {2 mobiles de masse différentes m et M}
Pour obtenir M on ajoute une bague en métal.
$m_1 = 695,12 g = m$
$m_2 = 1038,88 g = M$

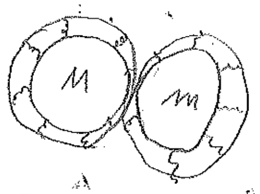
PFD $\Rightarrow \dfrac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = \text{cte}$ avec $\vec{P} = \vec{p_1} + \vec{p_2}$

$\vec{p_1} = m\vec{v_1}$

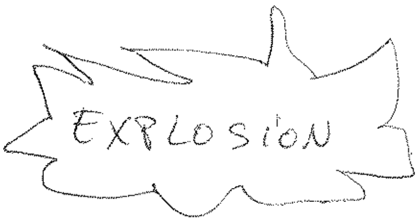
$\vec{p_2} = M\vec{v_2}$

On munit les 2 palets d'1 anneau monté sur ressort à spires non jointives. Coller les 2 mobiles tq ressorts soient contractés.

<u>Conseil</u> : pour éviter qu'au moment de l'explosion une composante tangentielle existe, assurer 1 pt de contact éloigné du ressort ;



Pour tenir les mobiles utiliser 1 corde.



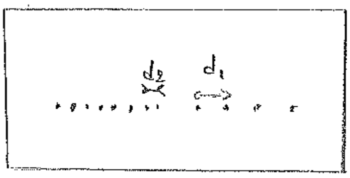
Couper le fil qui tient attaché les 2 mobiles.

Vérifier : → pts sur 1 m̂ direction

→ sens opposé

→ comme $\boxed{\dfrac{m}{M} = \dfrac{v_2}{v_1}}$ et $v_i = \dfrac{d_i}{\Delta t}$ avec $\Delta t = 60\,ms$

$\boxed{m\vec{v_1} = -M\vec{v_2}}$



On vérifie que $\boxed{\dfrac{m}{M} = \dfrac{d_2}{d_1}}$

⚠ On travaille ici avec vitesses moyennes.

Moyenne d_1 (sur 10 mesures) : $d_1 = 2{,}08 \pm 0{,}07$ cm (3,4%)

Moyenne d_2 (sur 10 mesures) : $d_2 = 1{,}33 \pm 0{,}07$ cm (5,3%)

$\Rightarrow \dfrac{m}{M} = \underline{0{,}64 \pm 0{,}06}$ (9%)

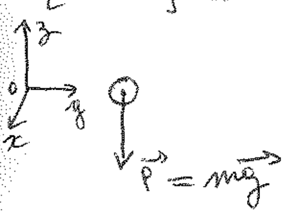
Valeur théorique : $\dfrac{m}{M} = 0{,}67 \pm (3 \times \text{rien})$.

2) Mesure de l'accélération de pesanteur : cas d'un système non isolé : étude d'1 chute.

Pour ceux qui n'aiment pas notre manip cf. [2]

Pour les autres : adapter [2].

En mécanique, on aime bien relier un mouvement à sa cause (oui... bref c'est ça la physique...). On étudie maintenant la chute d'une {bille} sur 1 mètre de hauteur.



PFD : $\dfrac{d\vec{P}}{dt} = m\vec{g} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{g}}$ (si chute libre i.e. sans frottem^{ts})

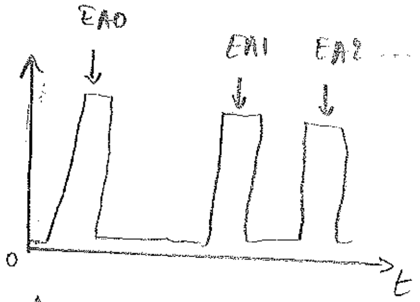
d'où $z(t) = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + z_0$

MANIP 3: [2] ③

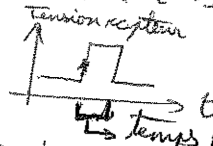
* Matériel : les 4 capteurs IR
  - 2 compteurs chronomètres (essentiellem^t pr alimenter les capteurs)
  - 1 alimentat° stabilisé en courant qui monte à 1,5A pour alimenter électroaimant qui tient la bille en l'air.
  - 1 **grosse** bille de diamètre **D = 2,1 cm.** (mesuré au palmer !) ↳ minimise erreur sur Δt.

Rq : ⚠ Bien relier masses entre elles.

* Principe : On coupe courant ds électroaimant.

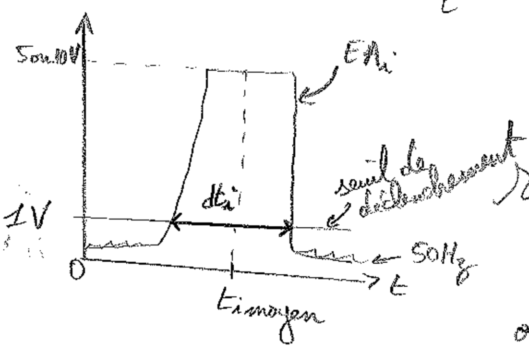


⟹ bille tombe verticalement en passant devant 4 capteurs. Au passage de bille, rayon infrarouge des capteurs est coupé ⟹ tension de 5V ou 10V selon alim en sortie.



↳ temps occultat° du faisceau IR.

Points ds monté du carré montre tps réponse des capteurs négligeable devant incertitudes de mesure.



Mouvement bille est donné par :

$$\boxed{z(t) = \frac{1}{2} g (t-t_0)^2 + v_0 (t-t_0)}$$

où z est la distance d'1 capteur au 1^er capteur.

⚠ On laisse **fixe** le premier capteur. On ne déplacera que les 3 suivant pr faire 1 maximum de pts.

* Synchronie :
  * calibre ± 10V
  * 10 000 pts
  * Durée totale 35 ms
  * Déclenchement : Source EA0
    Niveau 0,3 V
    Sens montant

* Traitement Synchronie :

t_0 = SEUIL(EA0, T, 1, 0) → 0 : sens montant et descendant ; 1 : seuil de 1 V = c'est notre critère pour évaluer tps caractéristique du passage de la bille devant capteur.
t_1 = idem avec EA1
t_2 = ...
t_3 = ...

Calcul de la moyenne

t_{0m} = MOY(t_0)
t_{1m} = idem avec t_1
t_{2m} = ...
t_{3m} = ...

et

dt_0 = MAX(t_0) − MIN(t_0)
dt_1 = idem avec t_1
dt_2 = ...
dt_3 = ...

Rq : Critère d'évaluation du tps de passage est arbitraire ds la mesure ou ne sert qu'à comparer. Prendre néanmoins juste au-dessus du bruit électronique permet d'avoir 1 bonne idée du véritable tps de passage de la bille devant le capteur --- sert à la fin.

* Incertitudes : → sur z ± 2 mm au moins.

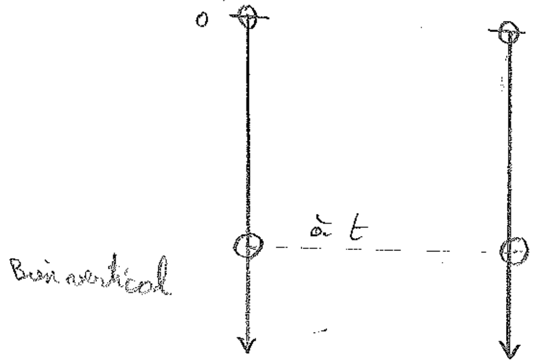
→ sur t : tps réponse du capteur > tps d'échantillonnage puisque 2 points rentrent ds montée ou descente.
Pour s'assurer que seuil de déclenchement initial ne modifie pas repérage du 0 des tps : faire 3 acquisitions à la suite et constater que tom dont et dto aussi à $0{,}01 \cdot 10^{-3}$ s près pour tom et $0{,}01 \cdot 10^{-2}$ s près pour dto.
⇒ OK !

⊕ incertitude supplémentaire liée à non verticalité parfaite. On reviendra dessus.

/!\ ① Passer 1 peu de tps à faire verticalité avec 1 niveau... de ça dépend la qualité des résultats !

② Astuce ! Placer le banc vertical sur 1 planche en bois si le sol est 1 peu meuble (ĉ ds salles de TP).

③ Il est ⊕ correct de prendre le temp moyen t_{moyen} plus qu'1 autre car si verticalité mal faite, tps de passage bille devant capteur sera + faible ms t_{moyen} représente tjrs l'instant où le centre de la bille passe devant (centre) capteur ⇒ ainsi on garde tjrs le m̂ critère pour déterminer t : t_i représente l'instant mis par le centre de la bille pour passer du milieu du capteur 1 au milieu du capteur i.



mal réglé ⇒ dt plus court ms m̂ t moyen.

* Sous Regressi : Sister Abadia je cite : « On veut des DROITES ».
Sister Binôme 2 : « Tu veux des droites... OK ».

$$z(t) = \frac{1}{2} g (t-t_0)^2 + v_0 (t-t_0)$$
$$= \frac{1}{2} g \left[(t-t_0) + \frac{v_0}{g}\right]^2 - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g}$$
$$= \frac{1}{2} g \left[\left(t-t_0+\frac{v_0}{g}\right)^2 - \left(\frac{v_0}{g}\right)^2\right]$$

$$\boxed{z(t) = \frac{1}{2} g \left[X^2 - X_0^2\right]} \quad \text{avec} \begin{cases} X = t - t_0 + \frac{v_0}{g} \\ X_0 = \frac{v_0}{g} \end{cases}$$

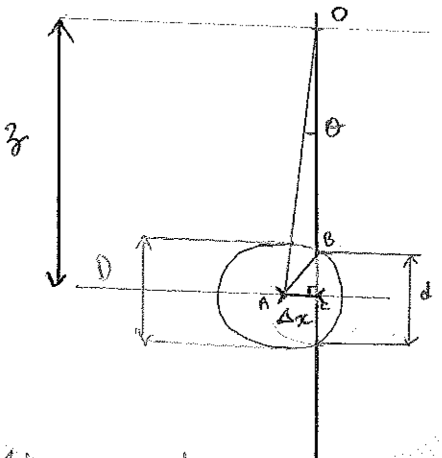
$\Rightarrow$ <u>Méthode itérative</u> : ① on fit par une parabole. On en tire 1 première estimation de $\begin{cases} g = 9{,}81\ m.s^{-2} \pm 0{,}12 \\ v_0 = 1{,}21\ m.s^{-1} \pm 0{,}03 \end{cases}$

On trace alors $z(t)$ en fonction de X^2.

On trouve alors $\underline{g = 9{,}80\ m.s^{-2} \pm 0{,}02}$ Binôme 2 Power !!!

On pourrait refaire la manip pour converger encore vers la bonne valeur. En pratique, 1 itérat° suffit pour affiner grandement la valeur de g.

<u>Le pb c'est qu'on en veut encore !</u> La verticalité était-elle bonne ???



$\begin{cases} D = \text{diamètre bille} \\ d = \text{"} \quad \text{apparent de bille} \end{cases}$

$\tan\theta \simeq \theta \simeq \frac{\Delta x}{z} \Rightarrow \underline{\Delta x = z\theta}$

Triangle ABC : $\frac{D^2}{4} = \Delta x^2 + \frac{d^2}{4} \Rightarrow d = \sqrt{D^2 - 4\Delta x^2}$

Avec courbe parabole on estime la pente en 1 point pour z gd (c'est la vitesse de bille) : $\underline{v = 3{,}87\ m.s^{-1}}$ pour $\underline{z = 65\ cm}$ $\Delta t = 5{,}28.10^{-3}\,s$

(Ici Δt_i correspond au dt_i précédent). $\Rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{\sqrt{D^2 - d^2}}{2}} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta x}{z} = \theta}$ et $\boxed{d = v\Delta t}$ *

On trouve $\underline{\theta \simeq 0{,}6°}$

* ⚠ On voit ici qu'on surestime θ à cause du critère à 1V qu'on avait pris pour évaluer le $dt_i (= \Delta t)$... ne pas l'oublier... m̂ si critère à 0,5 V chge pas gd chose à θ.

$\Rightarrow \boxed{\theta \leq 0{,}6°}$

Le souci c'est que le PFD tel quel n'est pas vraiment adapté à l'étude de mouvement de rotation autour d'un axe fixe $\Rightarrow$ TMC !

II - Moment cinétique et TMC

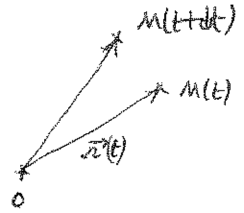
1) Conservation du moment cinétique : loi des Aires [1]

Etude d'un mouvement ds le cas d'1 force centrale. Pour cela grandeur pertinente à étudier : moment cinétique $\sigma_0 = \vec{OM} \wedge \vec{p}$ pour un point matériel de masse m avec $\vec{p} = m\vec{v}$.

Cas idéal : $\vec{F}(r) = F(r)\,\vec{u_r}$

$\vec{\sigma_0} = \vec{OM} \wedge m\vec{v} = m r^2 \dot{\theta}\,\vec{u_z}$ avec $\vec{r} = r\,\vec{u_r}$

$\vec{v} = \dot{r}\,\vec{u_r} + r\dot{\theta}\,\vec{u_\theta}$



Syst. pseudo isolé $\Rightarrow$ TMC $\frac{d\vec{\sigma_0}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{\sigma_0} = \vec{cte}$ (mvt plan)

$\Rightarrow \boxed{m r^2 \dot{\theta} = \sigma_0 = cte}$

Surface balayée en dt : $dS = \frac{1}{2} r^2 d\theta$

$\Rightarrow$ vitesse aréolaire : $\boxed{\frac{dS}{dt} = \frac{r^2}{2}\dot{\theta} = \frac{\sigma_0}{2m} = cte}$

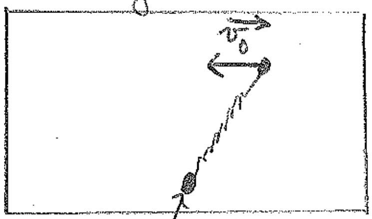
Loi des Aires

MANIP 4 [1]

* Pour étudier force centrale : ressort à spire non jointive avec 1 mobile auto-porteur.

⚠ Il faut que pt d'applicat° de force soit ≃ centre du mobile et ressort horizontal.

Astuces : · 1 mobile lourd et fixe qui sert de potence et 1 mobile qui sera en mvt.
· Attacher ressort à petite ficelle qui s'accroche autour de la prise des mobiles.
· ⚠ bien réfléchir à posit° des interrupteurs pr qu'ils ne gênent pas !
· ⚠ Ressort doit tjrs être tendu.
· Pour éviter au max que mobile tourne sur lui-m̂ faire ainsi :



Δt entre 2 points : 40 ms

* Exploitation : ① Vérifier que $\|\vec{OM}\| > l_0 \sim 20$ cm tjrs.

② Soit ρ_S masse surfacique du papier.

$\frac{dS}{dt}\rho_S = cte \Leftrightarrow \boxed{\frac{dM}{dt} = cte} \Rightarrow$ vérifier que S = cte ds tps réguliers

est équivalent à vérifier que des masses de papier cte sont balayé ds tps réguliers. Comme $\Delta t = 40$ ms entre 2 points, il faut que masse balayée entre 2 pts soit égale.

③ Pour peser masse conséquente (et diminuer erreur relative) on découpe 2 intervalles de Δt plutôt qu'un (+ pratique pr pesée).
Astuce : utiliser 1 cutter.

Rq : quel critère choisir pour la découpe ? L'expérience montre que couper droit entre 3 points n'induit pas d'erreur décelable au vu des incertitudes à prendre en compte.
On trouve une moyenne de $m = 1{,}094\ g \pm 6\%$ ⇒ 12 % d'erreur !

Incertitudes : Méthode de découpe : $\pm 0{,}01\ g$
homogénéité de feuille : $\pm 1\ mg$ } négligeable
⇒ Reste incertitude sur mauvaise horizontalité table qui induit 15 % d'erreur au max (manip du début).
⇒ ok pour 12 % du coup...

⇒ applicat° aux mvt des planètes
Le TMC permet aussi de remonter à gdeurs intrinsèques de solides.

2) Mesure d'un moment d'inertie [1]

Étude du pendule pesant : solide (S) mobile autour d'un axe Δ horizontal et pouvant osciller de part et d'autre d'1 posit° d'éq. stable def ici par la verticale.

Hyp : pendule non amorti.

TMC : $J_\Delta^* \ddot{\theta} + mgr\sin\theta = 0$ où J_Δ = moment d'inertie par rapport à Δ de l'ensemble du pendule.
r = distance au centre de gravité.

Pb : On ne sait pas où est le point G !
⇒ on équilibre le pendule (sans masse au bout) : dans n'importe quelle position il ne doit pas bouger ⇒ $G \equiv O$.
On rajoute la masse ⇒ le poids s'applique tjs en G mais la distance qui intervient ds TMC est distance l à la masse maintenant (dans le moment du poids) car $J_\Delta \ddot{\theta} = \vec{OG} \wedge m\vec{g} + \underbrace{\vec{OO} \wedge m_{tige}\vec{g}}_{\vec{0}}$

$$\boxed{J_\Delta \ddot{\theta} + mgl\sin\theta = 0}$$

↪ approx petits angles : $J_\Delta \ddot{\theta} + mgl\theta = 0$

⇒ $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{mgl}{J_\Delta}}$ ⇒ $\boxed{J_\Delta = \frac{mgl}{4\pi^2} T_0^2}$ gdeur intrinsèque cool !

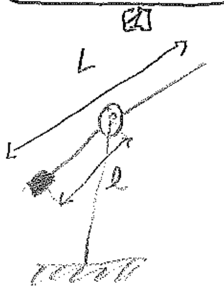
Rq : approx des petits angles : en faisant DL_3 de $\sin x$ ds eq précédente et après intégrat° d'une intégrale elliptique on trouve la formule de Borda (je crois qu'elle s'appelle c° ça) : $T = T_0\left(1+\frac{\theta^2}{16}\right)$

⇒ on observe 1 dériat° de 1 % de la période si $\theta = 23°$!!!

Ccl° : approx des petits angles valable jusqu'à $\theta \simeq 20°$.

!! traités pas fou, 5, devais 6 manips !!

MANIP 5 : * Sous synchronie faire 1 acquisition.



$T_0 = 1,16\ s$ $\qquad L = 52,4\ cm$

$m = 148,75\ g$ $\qquad l = 24,7\ cm$

$\Rightarrow J_\Delta = 1,23.10^{-2}\ kg.m^2$

Que se cache sous ce J_Δ ?

$J_\Delta = J'_\Delta + J_{masse}$ avec J'_Δ = moment d'inertie selon Δ du pendule équilibré sans la petite masse.

Th de Huygens : $J_{masse} = J^G_{masse} + m l^2$

masse = cylindre de diamètre 3 cm

J^G_{masse} selon Δ $= \frac{1}{4} m R^2 + \frac{1}{12} m d^2 \sim 2.10^{-5}\ kg.m^2$

($\Rightarrow J_{masse} \simeq m l^2$)

Comme la tige du pendule est composée de 2 cylindres probablement en aluminium, 1 gros et 1 petit.
Δ masse en fer aimantable.

$J_{\Delta}' = \frac{1}{4} M_1 R_1^2 + \frac{1}{12} M_1 L^2 + \frac{1}{2} M_2 R_2^2$

Aluminium : $\rho = 2700\ kg/m^3 \pm 200\ kg/m^3$ + type d'alu...

$R_1 = 0,5\ cm$

$M_1 = 111\ g$

⇒ on estime $J'_\Delta \sim 2,66.10^{-3}\ kg.m^2$

↳ pas d'incertitude car ordre de grandeur.

* A petits angles on a donc $T_0^2 = \frac{4\pi^2}{mgl} J''_\Delta + \frac{4\pi^2}{g} l$

où $J''_\Delta = J'_\Delta + J^G_{masse} \simeq J'_\Delta$

⇒ on trace $\boxed{l T_0^2 = \frac{4\pi^2}{mg} J''_\Delta + \frac{4\pi^2}{g} l^2}$

$l T_0^2$ en fonction de l^2 pour plusieurs l (gd de préférence) (pour que hyp ok)

On trouve $\frac{4\pi^2}{mg} J''_\Delta = 74.10^{-3}$ USI ± 4 USI

$\simeq \frac{4\pi^2}{mg} J'_\Delta$

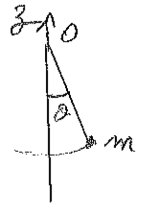
En ordre de gdeur on trouve : $\underline{J_\Delta' \simeq 2,74 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot m^2}$

$\Rightarrow$ très bon accord avec valeur trouvée + haut par mesure.
Ecart : on ne sait pas exactement en quoi est fait le cylindre central !

Bien souvent on utilise Théorèmes énergétiques pour retrouver Eq. du mvt. L'approche énergétique est de tte façon sous-jacente. Comment manipule-t-on les grandeurs énergétiques ? Ex du pendule.

III - Energie [2]

Cette partie consiste principalement en une exploitation des données précédentes. Exactement même système étudié : pendule pesant.
Rq : approche NRJ permet de retrouver J_Δ aussi !



$$\begin{cases} E_c = \frac{1}{2}\vec{\Omega}\,\bar{\bar{I}}\,\vec{\Omega} = \frac{1}{2}J_\Delta \dot{\theta}^2 \\ E_p = mg(1-\cos\theta)\,l \text{ avec } E_p = 0 \text{ si } \theta = 0 \end{cases}$$

l = distance au pt G de la masse du bout pr mêmes raisons que + haut.

Approche exacte : Syst isolé : $E_m = E_c + E_p = cte = mgl$ si $\boxed{\theta_0 = \frac{\pi}{2}}$

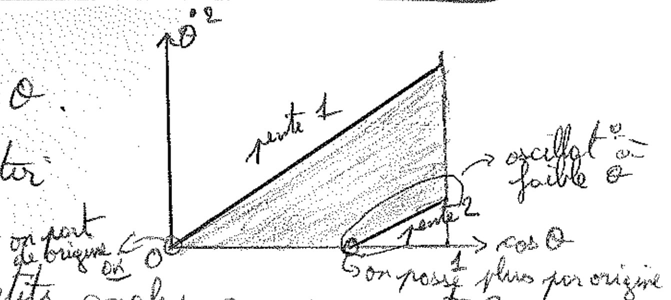
$$\Rightarrow \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2 - mgl\cos\theta = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{\theta}^2 = \frac{2mgl}{J_\Delta}\cos\theta} \text{ et } \boxed{\theta_0 = \frac{\pi}{2}}$$

MANIP 6 : [2]

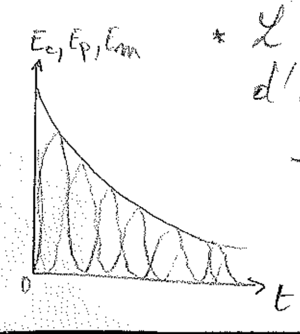
* On trace $\dot{\theta}^2$ en fct° de $\cos\theta$.
On pourra retrouver J_Δ à partir de la pente 1 et 2.

$$\boxed{\text{Pente} = \frac{2mgl}{J_\Delta}}$$



Approx petits angles que sur pente 2.

pente 1 = 58,42 SI $\Rightarrow J_\Delta = 1,26 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot m^2$
pente 2 = 58,90 SI $\Rightarrow J_\Delta = 1,25 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot m^2 \Rightarrow$ mieux !



* L'évolut° du graphe précédent s'explique par pertes d'énergie. On trace E_c, E_p et E_m
→ qd E_c min, E_p max et inversement
→ E_m = cte sur qq périodes.
→ ∃ pertes d'NRJ

$E_m = mgl - \alpha\tau$
$\Rightarrow \dot{\theta}^2 = \frac{2mgl}{J_\Delta}\cos\theta - \underbrace{\frac{\alpha\tau}{J_\Delta}}_{\text{frottem}^t}$

Th de l'Em : $\frac{dE_m}{dt} = \mathcal{P}_{ext}^{NC} + \mathcal{P}_{int}^{NC}$
↳ frottement solide
↳ frottement visqueux.

→ on fit Em par $A\exp[-Bt]$ et ça MATCH !

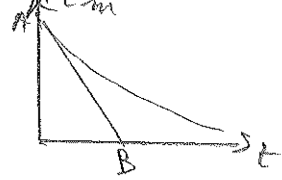
⇒ frottement visqueux prédomine ou θ à gd angle (masse va à $l\dot{\theta} \simeq 2\,m/s$!).
⇒ on sent l'air ⇒ vent !

Rq ici on fait TF (enfin + haut) ⇒ Nb point sous Synchronie = 8192 !!!
Si frottement solide : décroissance serait linéaire.

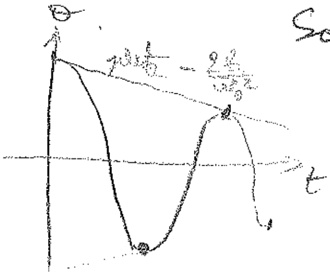
Pour les intéressés novices (moi !) : frottem^t fluide ⇒ $\vec{F} = -\alpha\vec{v}$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{2\alpha}{J_\Delta}\dot{\theta} + \frac{mgl}{J_\Delta}\sin\theta = 0$$

⇒ solut$^\circ$ sinusoïdale amortie en $e^{-\frac{\alpha}{\Delta}t} = e^{-\beta t}$
Pour modélisation il faut l'aider :
lui donner A et B à peu près.



Pour les motivés : frottem^t solide ⇒ $\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = \varepsilon k$
$\varepsilon = \pm 1$ de sorte que force s'oppose au mvt.



Solut$^\circ$: $\theta^{(1)}(t) = A^{(1)}\cos(\omega_0 t) + \frac{k}{\omega_0^2}$ ⇒ branches de sinusoïdes

avec $\theta_0 = A + \frac{k}{\omega_0^2}$

$$\Rightarrow \theta^{(1)}(t) = \left(\theta_0 - \frac{k}{\omega_0^2}\right)\cos(\omega_0 t) + \frac{k}{\omega_0^2}$$ valable sur 1/ de période.

Ensuite $\theta^{(2)}(t) = A^{(2)}\cos(\omega_0 t + \varphi) - \frac{k}{\omega_0^2}$

$$\Rightarrow -\theta_0 + \frac{k}{\omega_0^2} = A^{(2)} - \frac{k}{\omega_0^2} \Rightarrow A^{(2)} = -\left(\theta_0 - \frac{2k}{\omega_0^2}\right)$$

⇒ finalement $A^{(n)} = \left(\theta_0 - \frac{(2n+1)k}{\omega_0^2}\right)$ avec $n \in \mathbb{N}$ pour les max tq $\theta > 0$ / max > 0

⇒ suite $x_n = -\frac{2n+1\,k}{\omega_0^2} + \theta_0$ ⇒ $\boxed{x_{n+1} - x_n = -\frac{2k}{\omega_0^2}}$

⇒ Décroissance des max est linéaire si frott. solide. Je sais pas si tt ça est juste… si vous trouvez biblio là-dessus ça m'intéresse !
↳ si petits angles d'ailleurs… ms cool car à + de 20° ⇒ frott visqueux surtout.

Conclusion : La qté de mvt, le moment cinétique et l'NRJ sont des notions complémentaires qui permettent de décrire, grâce aux lois de la dynamique, le mvt des corps, aussi bien de l'infiniment gd (mvt planètes) que celui des solides… si important en ingénierie. C'est 1 formidable outils d'investigat$^\circ$ inversement permettant caractériser le type d'int$^\circ$ à l'origine du mvt… utilisé en astro et q salabong.