Montage de physique 1

Quantité de mouvement, moment cinétique et énergie en mécanique classique).

Thomas, Charlotte

22 février 2013

Table des matières

I Chute libre : étude du mouvement accéléré.[1] **2**
I.1 Dispositif expérimental . . . 2
I.2 Analyse des résultats . . . 4
I.2.1 Mesure de l'accélération de pesanteur . . . 4
I.3 Étude énergétique . . . 4

II Conservation de la quantité de mouvement. **5**
II.1 Protocol expérimental . . . 6
II.2 Analyse de résultat . . . 6

III Mouvement à force centrale [3] **7**
III.1 Analyse des résultats . . . 8

IV Mesure d'un moment d'inertie : le pendule pesant **9**
IV.1 Analyse de l'expérience . . . 9
IV.2 Etude énergétique du pendule . . . 10

Références

[1] Duffait CAPES de science physique.

[2] Pérez de mécanique.

[3] Quaranta de mécanique.

Commentaires du jury

- (2012)
- (2011) Il faut bien différencier mécanique du point et mécanique du solide pour valider un modèle théorique. Les trois aspects de l'intitulé sont d'égale importance. Les systèmes isolés ou pseudo-isolés ne sont pas les seuls pouvant illustrer ce montage.
- (2010) L'étude quantitative du moment cinétique est souvent négligée.
- (2004) Les tables à coussin d'air ne sont pas les seuls outils à la disposition des candidats pour ce montage. L'utilisation de tables à digitaliser couplées à des logiciels d'acquisition et de dépouillement des données permet une présentation plus riche, ainsi qu'un gain de temps permettant de présenter plus d'expériences abordant des phénomènes plus variés.

Introduction

La quantité de mouvement, le moment cinétique et l'énergie sont des notions de bases de la mécanique qui nous ont suivi durant toute notre scolarité de physicien. Ces notions, couplées aux lois de la dynamique (principe fondamentale de la dynamique, théorème du moment cinétique...) permettent de décrire le mouvement des corps.

C'est ce que nous tenterons d'illustrer dans ce montage.

I Chute libre : étude du mouvement accéléré.[1]

Notre première expérience consiste à étudier la chute d'un objet, ici une réglette. Nous allons à travers cette étude mesurer l'accélération de pesanteur et regarder si il y a bien conservation de l'énergie mécanique. Pour cela nous allons appliquer le principe fondamental de la dynamique à notre système, établir les équations du mouvement et voir si l'on peut remonter à l'accélération de pesanteur.

I.1 Dispositif expérimental

La réglette, dont nous allons étudier la chute libre, présente des régions alternativement opaques et transparentes. Je vous conseille de prendre celle en plexiglas où un transparent a été collé. Ce transparent présente des rayures équidistantes (rayures de 3 mm séparées de 3 mm).

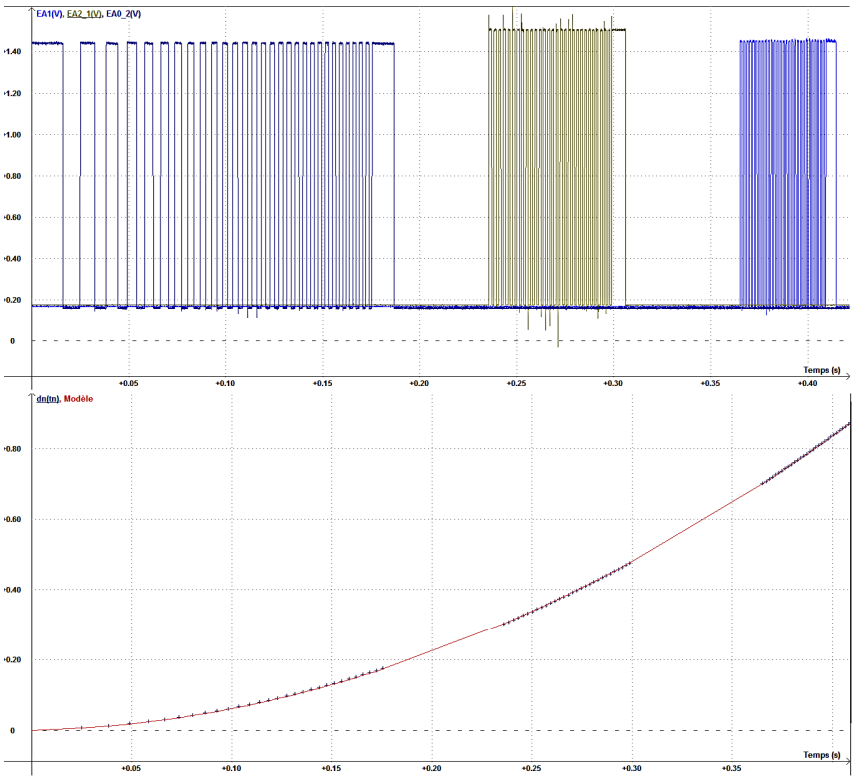

FIGURE 1 – Sur la figure du haut, on peut voir un enregistrement de la chute de la bille enregistré à l'aide du logiciel Synchronie. Le premier capteur était à 0 cm, le second à 30 cm et le dernier à 70 cm. Sur la figure du bas, on peut observer le tracé de la position de la réglette en fonction du temps.

Le dispositif expérimental est relativement simple. On maintient l'objet à l'aide d'un électro-aimant. On fait passer, pour cela, dans la bobine un courant de l'ordre de 1 A. On place différents capteurs infrarouges (3 dans mon cas) sur la règle verticale servant à mesurer la distance entre les capteurs. Le premier capteur est placé de telle façon qu'il se déclenche dès que la règlette commence à tomber, c'est-à-dire qu'on le place juste en dessous de celle-ci, lorsqu'elle est au repos. Tous les capteurs sont reliés à Synchronie qui permet à la fois de les alimenter et de réaliser la mesure.

Il ne reste plus qu'a lancer la mesure. Vous pouvez voir sur la figure 1.a un exemple de mesure. Pour effectuer celle-ci j'ai pris :

- Nombre de points : 10000,
- Total : 500 ms,
- Déclenchement : source EA0 (le capteur du haut), niveau 0,2 V, sens montant.

I.2 Analyse des résultats

I.2.1 Mesure de l'accélération de pesanteur

On considère, ici, que la réglette est simplement soumise à son propre poids. En d'autres termes on néglige les forces de frottements. On peut alors facilement écrire, à l'aide du principe fondamentale de la dynamique $\frac{d\vec{P}}{dt} = m\vec{g}$, que :

$$d(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + d_0$$

Ainsi si l'on arrive à tracer d en fonction de t (d étant la distance parcourut par la réglette lors de la chute, on pourra remonter à g en modélisant la courbe par un polynôme d'ordre 2.

Il faut donc avoir accès au temps correspondant au passage des bandes noires de la réglette devant le capteur. On comprend rapidement la pénibilité de cette étape. Heureusement il existe une fonction de synchronie permettant de faciliter notre travail : c'est la fonction **seuil**[1]. Je vous conseille d'utiliser aussi la fonction **rampe** pour les distances. Toutes ces étapes de calculs sont bien décritent dans [1].

On peut voir sur la figure 1.b la parabole que l'on à obtenu en préparation. Elle nous permet de trouve : g=$9.78 \pm 0.4\, m.s^{-2}$

Remarque : Pour le calcul d'incertitude il faut prendre tout en compte.

1. *Tout dabord sur le temps.* Il faut bien sûr que le temps d'échantillonnage soit court devant le temps de passage d'un trait devant le capteur, c'est alors lui qui fixe l'incertitude. On peut le vérifier en préparation. Pour le passage le plus rapide et en prennant les mêmes réglages que donnés précédement nous avons 10 points pour une bande noir. C'est donc le temps d'échantillonage qui fixe l'incertitude sur t soit $50\,\mu$s. Il faut prendre aussi en compte l'appareil de mesure. En regardant dans la notice on voit, qu'aux vitesses qui nous intéressent, il y a une erreur de l'ordre de $50\,\mu$s. Au total environ $70\,\mu$s.
2. *Ensuite sur la distance.* Nous prennons une incertitude de 2 mm (elle prend en compte la non verticalité de notre dispositif, l'incertitude sur la position des capteurs et le fait que la réglette ne tombe pas forcement très droite.

En rentrant ces valeurs lors de la modélisation, Synchronie nous donne l'incertitude sur g. Essayons de tirer autre chose de cette mesure.

I.3 Étude énergétique

Utiliser tout ce dispositif pour simplement étudier un objet en chute libre et mesurer g n'est peut-être pas justifié (on aurait pû prendre deux capteurs et une bille). Il faut vraiment faire cette étude énergétique qui devient très simple avec nos mesure. En effet on a accès directement à la vitesse et donc à :

1. Je vous renvoie à la documentation pour apprendre à vous en servir

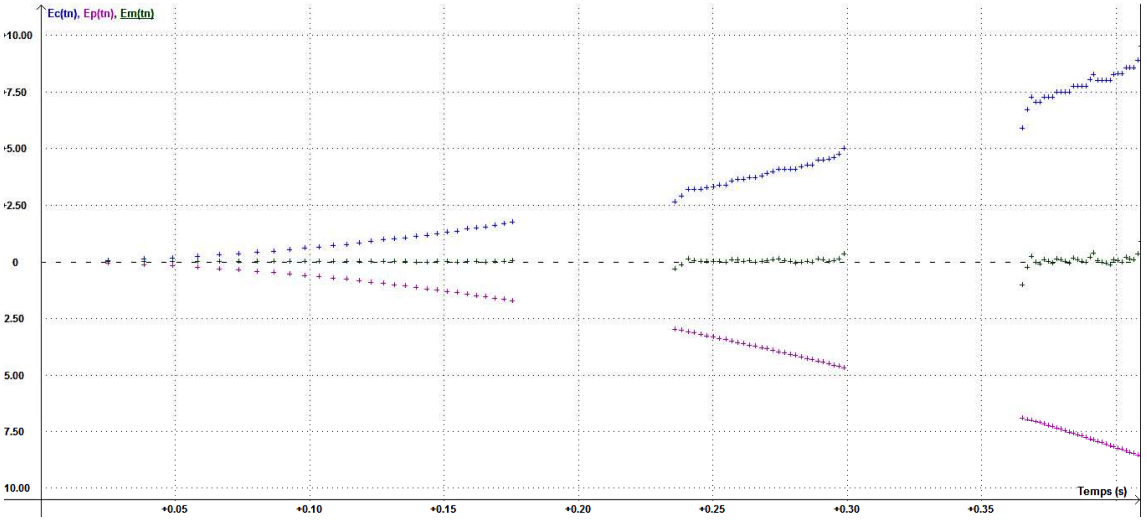

FIGURE 2 – Énergie mécanique, cinétique et potentielle en fonction du temps, lors de la chute de la réglette.

$$E_c(t) = \frac{1}{2}mv^2(t)$$

$$E_p(t) = mg(d_0 - d(t))$$

$$E_m(t) = E_c(t) + E_p(t)$$

On peut voir sur la figure 2 que l'on a bien conservation de l'énergie mécanique lors de la chute libre. Cela justifie à postériori le fait que l'on a négligé les frottements lors de notre étude.

II Conservation de la quantité de mouvement.

On dit que la quantité de mouvement d'un système matériel se conserve lorsque la somme des forces extérieures appliquées sur ce système est nulle. On utlise une table à coussin d'air afin de s'affranchir, au maximum, des frottements entre les mobiles autoporteurs et la table. Ainsi la force de pesanteur est équilibrée par la réaction exercée par le cousin d'air. On fait en sorte préalablement de régler l'horizontalité de la table. L'ali-

mentation électrique permet à la fois d'activer la soufflerie sous le mobile mais aussi de provoquer des étincelles pour marquer la feuille.

L'expérience que nous allons réaliser à pour objectif d'illustrer la conservation de la quantité de mouvement. Mais avant de la faire nous allons faire une manipulation préliminaire pour voir si le fait de ne pas prendre en compte les forces de frottements, les forces exercées par les fils... risque d'amener des biais dans nos résultats (on ne peut pas réellement parler d'incertitude ici mais bien d'écart au modèle que l'on s'est fixé). En gros on va regarder si l'hypothèse de considérer le système comme pseudo-isolé est acceptable.

Pour cela on lance simplement un des mobiles depuis l'un des côté de la table [2] et l'on fait une acquisition. Si le mobile était pseudo-isolé alors il devrait avoir un mouvement rectiligne uniforme. Or en mesurant la distance entre 3 ou 4 points et cela à différentes positions sur la trajectoire on voit que ce n'est pas le cas.

Je vous conseille de le faire correctement en préparation dans différentes directions et de faire une moyenne des écart à l'idéalité. En montage le faire dans une direction pour montrer la méthode. On obtient un écart de l'ordre de 15 %

II.1 Protocol expérimental

Passons à présent à l'expérience à proprement parlée. Elle est, comme la première, relativement simple, elle ne necessite qu'une table à coussin d'air avec deux mobiles ayant une masse différente.

Nous allons les lancer et les faire s'entrechoquer. Pour réaliser cela il convient de munir les deux mobiles autoporteurs de bagues spéciales "choc élastiques" et de rajouter une ou plusieurs masse sur l'un des deux. On lance les deux mobiles de telle sorte que le choc ait lieu dans le milieu de la feuille. Si vous faites cette expérience, je vous conseille de la faire en préparation en demandant à un technicien de vous aider à faire la mesure. En effet, il faut avoir environ trois mains pour la réaliser (deux pour lancer les mobiles et une pour faire l'étincelle). L'exploitation est elle aussi un peu longue. Montrer seulement, lors de votre passage la façon dont vous avez obtenu les points et faite l'analyse de celle que vous avez fait en préparation. Il faut peser les mobiles pour pouvoir analyser les résultats. On trouve que : m_l=695,9±0,1 g et m_L=1396,1±0,1 g.

II.2 Analyse de résultat

Nous allons voir à présent si il y a bien eu conservation de la quantité de mouvement. On peut voir sur la figure 3 le résultat d'une expérience (tirée de [1]).

Si on fait la somme vectorielle de $\vec{p}_A$ et $\vec{p}_B$ les quantités de mouvement respectivement du mobile de masse m_l et m_L.

On peut écrire que :

$$\vec{p}_A + \vec{p}_B = m_l.\vec{v}_A + m_L.\vec{v}_B = \vec{p'}_A + \vec{p'}_B = (m_l + m_L).\vec{v}_I$$

2. Essayer de lancer le mobile à la même vitesse, environ, que lors de vos manipulation d'après

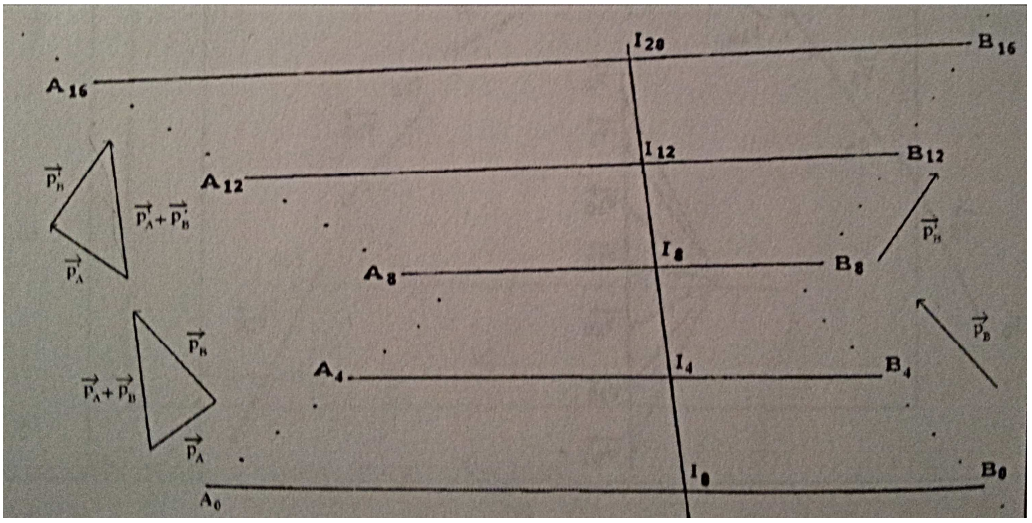

FIGURE 3 – Conservation de la quantité de mouvement dans le cas du chos entre deux mobiles. Cette image est tirée de [1].

Ceci permet de voir, que le point I, centre d'inertie du système à un mouvement rectiligne uniforme. Le point I est positionné entre A et B de telle sorte que :

$$\frac{IB}{IA} = \frac{M_l}{M_L}$$

Cette dernière expression nous permet de tracer la droite de la figure 3. On vérifie à la règle que le mouvement du centre de masse est rectiligne et uniforme (dans la limite des 15 % d'erreur). Il y a conservation de la quantité de mouvement du système (mobile 1 + mobile 2).

Si vous avez le coup de main vous pouvez aussi faire une étude énergétique et voir le transfert d'énergie cinétique entre les deux mobiles. Je n'ai pas réussi à le voir lors de mes différentes tentatives, je ne devais pas vraiment avoir le coup de main.

III Mouvement à force centrale [3]

Nous allons à présent étudier un mouvement à force centrale. La grandeur pertinente à étudier est donc le moment cinétique :$\sigma_0 = \vec{OM} \wedge \vec{p}$.

Plaçons-nous dans le cas idéal ou l'on ne considère comme seule force s'appliquant au mobile que la force de rappel du ressort. On peut donc écrire :

$$\vec{F}(r) = F(r)\vec{U}_r$$

$$\vec{\sigma_0} = \vec{OM} \wedge \vec{p} = mr^2\dot{\theta}\vec{U_z}$$

Ici nous avons $\vec{r} = r\vec{U_r}$ et $\vec{v} = \dot{r}\vec{U_r} + r\dot{\theta}\vec{U_\theta}$. Le théorème du moment cinétique nous permet d'écrire (on est dans le cas d'un système pseudo-isolée où le moment des forces est nul) :

$$\frac{d\sigma_0}{dt} = 0 \Leftrightarrow mr^2\dot{\theta} = \sigma_0 = constante$$

On définit la vitesse aréolaire comme étant la surface balayée par unitée de temps, on peut donc écrire que :

$$v_a = \frac{dS}{dt} = \frac{1}{2}r^2\dot{\theta} = \frac{\sigma_0}{2m} = constante$$

Pour faire cette expérience, concrètement on utilise deux mobiles. Un des mobiles est chargés pour servir de potence.on accroche le ressort au niveau de la ficele qui part du mobile auto-porteur. on accroche le ressort de la même façon sur l'autre mobile. Il faut faire attention de ne pas être gêné par l'interupteur des mobiles, bien réfléchir à la façon de lancer. De plus si possible essayer de limiter la rotation propre du mobile. Pour cela essayer de lancer le mobile de façon à être tangent à la trajectoire.

III.1 Analyse des résultats

Avant toute chose bien vérifier que le ressort est toujours tendu lors de la mesure. On peut le vérifier rapidement en comparant le centre des mobiles et la longueur à vide du ressort. On voit rapidement (sauf très mauvais lancer) que c'est bien le cas.

Nous avons choisi de découper les morceaux de papiers pour comparer l'aire balayée en un même temps. Pour cela on fait la découpe au cutter sur un intervalle de temps suffisant. Prendre par exemple la surface entre 3 points. Faire cette pesé pour 2 ou 3 aires à des positions bien différentes. Il faut avant de minipuler mesurer la masse surfacique du papier ou regarder, si elle est toujours présente, sur l'emballage des feuilles. On trouve dans notre cas ρ=83 g.m^{-2}.

Finalement on trouve :

$$m_1 = 0.582g \Rightarrow A = 7.01 * 10^{-3}m^2$$

$$m_2 = 0.642g \Rightarrow A = 7.73 * 10^{-3}m^2$$

$$m_3 = 0.560g \Rightarrow A = 6.75 * 10^{-3}m^2$$

Dans la limite de 15 % d'erreur, on peut considérer que l'aire balayée pendant un même temps est une constante.

Le théorème du moment cinétique nous permet, aussi, de remonter à des grandeurs intrinsèques de solide. C'est ce que nous allons voir dans la partie suivante.

IV Mesure d'un moment d'inertie : le pendule pesant

Pour terminer et en dernière application nous allons mesurer le moment d'inertie d'un pendule pesant. C'est le théorème du moment cinétique qui va nous permettre d'écrire l'équation du mouvement. Pour réaliser cette expérience nous utilisons le dispositif du pendule grand angle.

Il faut penser à faire un étalonnage donnant la tension en fonction de l'angle. Cet étallonage permettra de réaliser correctement l'étude énergétique qui suivra. Il faut prendre soin de faire en sorte que notre tige soit équilibré avnt de faire la mesure. Si on applique le théorème du moment cinétique et en notant I le moment d'inertie du système, on peut écrire :

$$I\ddot{\theta} + mglsin(\theta) = 0$$

Soit avec l'approximation des petits angles [3] :

$$I\ddot{\theta} + mgl\theta = 0$$

On définit ainsi une fréquence propre f_0 de la façon suivante :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mlg}{I}}$$

On peut réaliser une acquisition sous synchronie. On peut voir sur la figure 4 les paramètres permettant de décrire le pendule pesant. Dans notre cas on prend :

- $\rho_{Al} = 2{,}7.10^3\, kg\Delta m^{-3}$
- M = 148,4 g
- h = 52,3 cm et H = 3,01 cm
- d = 1,01 cm et D = 3,03 cm
- a = 2,12 cm et $l = \frac{h-H}{2} - 2$

IV.1 Analyse de l'expérience

L'analyse de cette acquisition nous permet de remonter à la fréquence propre du système oscillant.

On trouve f_0=0.886± 0.005 Hz, on peut remonter à la valeur du moment d'inertie et on trouve :

$$I_mes = 1.05 \times 10^{-2} \pm 0.02\, kg.m^{-2}$$

En prenant la formule de propagation des erreurs, on peut écrire :

$$\Delta I = \sqrt{\left(\frac{Mg}{4\pi^2 f_0^2}\Delta l\right)^2 + \left(\frac{Mgl}{4\pi^2 f_0^3}\Delta f_0\right)^2 + \left(\frac{gl}{4\pi^2 f_0^2}\Delta M\right)^2} = 0.02 \times 10^{-2}\, kg.m^{-2}$$

3. Moins de 1 % d'erreur si on reste à des angles inférieurs à 20 degré

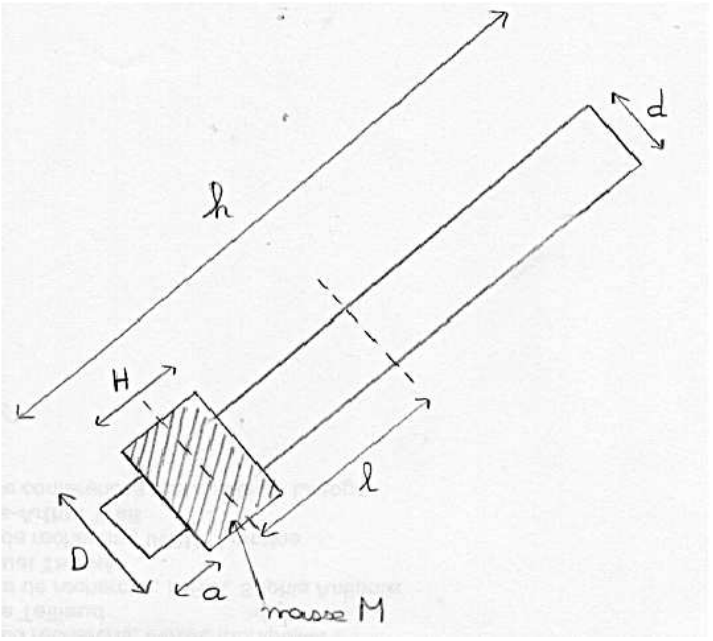

FIGURE 4 – Paramètres permettant de décrire le pendule pesant

Pour finir sur cette sous-partie on peut comparer cette valeur à la valeur théorique. On pourrait démontrer que le moment d'inertie du système peut se mettre sous ma forme suivante :

$$I = \left(\frac{1}{16}Ml^2 + \frac{1}{12}MH^2\right) + Ml^2 + \left(\frac{1}{16}md^2 + \frac{1}{12}mh^2\right)$$

Avec :

$$m = \rho_{Al}\pi h\left(\frac{d}{2}\right)^2$$

On trouve avec les valeurs données précédement que $I_t h = 1.07 \times 10^{-2}\, kg.m^{-2}$. Cette valeur reste un ordre de grandeur, par exemple la composition et la forme exacte du cylindre constituant le bras du pendule ne sont pas connues.

L'écart est faible, il est toutefois différent. Une explication peut être le fait que la descrition de la tige centrale n'est qu'une approximation. Il est difficile de faire mieux.

IV.2 Etude énergétique du pendule

Nous ne faisons pas ici une nouvelle acquisition, on part simplement des résultats précédents. On peut écrire l'énergie mécanique totale sous la forme suivante :

$$E_m = \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 + Mgl\,(1 - cos(\theta))$$

On met ainsi en évidence qu'il y a conversion d'énergie entre les formes cinétique et potentielle. Cependant, il y a clairement dissipation : on peut modéliser la courbe par une exponentielle décroissante (modèle de type frottement fluide, en réalité il y a également

ici du frottement solide sur le point d'attache).

Conclusion

La quantité de mouvement, le moment cinétique et l'énergie sont des notions complémentaires qui permettent de décrire, grâce aux lois de la dynamique, le mouvement des corps, aussi bien de l'infiniment grand (mouvement des planètes) que de celui des solides. A notre échelle ces notions nous permettent d'avoir de très bonnes approximations. Si on veut plus de précision, il faut se tourner vers la relativité.