

MP 01 : DYNAMIQUE DU POINT ET DU SOLIDE

11 janvier 2018

Jeanne Bernard & Anne Missiaen

Poing tilde tilde poing
S.R.

Commentaires du jury

2017 : L'énoncé du titre de ce montage ouvre vers un large champ d'expérimentation. [...] l'étude de la dynamique des systèmes complexes, des objets en rotation, ou de la dynamique dans un référentiel non galiléen est autorisée.

2016 : (*Dynamique newtonienne*) Contrairement à une idée apparemment répandue chez les candidats, les mesures précises en mécanique ne sont pas nécessairement hors d'atteinte, et il est possible de discuter quantitativement une loi de conservation en prenant en compte les incertitudes expérimentales. Par ailleurs, le jury constate que les mobiles autoporteurs donnent le plus souvent lieu à des expériences trop simples, mal exploitées quantitativement et coûteuses en temps, au détriment d'expériences plus en accord avec le niveau attendu à l'agrégation ; une informatisation de ces expériences serait profitable pour éviter des erreurs de mesures et limiter leurs durées.

Bibliographie

- ✦ Duffait, **Expériences de physique** →
- ✦ FLTCLD, **Physique expérimentale** →
- ✦ Pérez, **Cap Prépa PCSI, MPSI, PTSI** → pour la démonstration de la loi des aires

Expériences

- ☞ Chute d'une bille
- ☞ Pendule pesant
- ☞ Mobiles autoporteurs
- ☞ Viscosimètre à billes

Table des matières

1 Principe fondamental de la dynamique	2
1.1 Etude dynamique	2
1.2 Etude énergétique	2
2 Théorème du moment cinétique	3
2.1 Etude dynamique	3
2.2 Etude énergétique aux grands angles	3
3 Mouvement dans un champ de force central	4
4 Application : mesure de viscosité avec un viscosimètre à billes	4

Introduction

Ce montage est l'occasion de vérifier plusieurs lois de la dynamique : principe fondamental de la dynamique, théorème du moment cinétique, loi des aires de Kepler, ...

Ces relations peuvent parfois être appliquées à un objet considéré comme ponctuel mais il s'agit d'une approximation que l'on s'attachera à démontrer dans la suite.

1 Principe fondamental de la dynamique

1.1 Etude dynamique

Soit un point P ponctuel de masse m_i :

$$m_i \frac{d\vec{v}}{dt} = m_i \vec{g} \quad (1)$$

Soit une bille constituée d'un ensemble de N volumes élémentaires assimilés à des points de masse $m_i = \frac{m}{N}$. Ces points vont tous à la même vitesse et subissent tous la même force :

$$\sum_{i=1}^N m_i \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{g} \quad (2)$$

$$\Rightarrow m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \vec{g} \quad (3)$$

On peut alors considérer que le mouvement de la bille est dicté par le mouvement du centre de masse et donc qu'il s'agit du mouvement d'un point. On a l'équation du mouvement :

$$z = \frac{g}{2}t^2 + v_0t + z_0 \quad (4)$$



Vérification du PFD et détermination de g par la chute d'une bille

🔗 Duffait p.241

⊖ Temps nécessaire à l'expérience : 5min

Matériel nécessaire : support de 1m, capteurs de mouvement, électroaimant pour retenir la bille en haut, bille
Lâcher la bille du haut du support et mesurer le temps de chute en fonction de plusieurs espacements entre les capteurs. On réalise plusieurs mesures pour chaque hauteur h afin de moyenner et donc de réduire les incertitudes. On peut ensuite tracer la hauteur en fonction du temps de parcours et l'on ajuste par : $h = at^2 + bt$. On remonte à $g = 2a = \pm \text{ m.s}^{-2}$. Or on s'attend à $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$, l'écart est probablement dû au fait que l'on a négligé les frottements de l'air sur la bille.

On peut réaliser une étude énergétique pour voir l'amortissement dû aux frottements.

1.2 Etude énergétique

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad (5)$$

$$E_p = -mgh \quad (6)$$

$$E_m = E_c + E_p \quad (7)$$



🔗

⊖

On trace les trois énergies, on voit que E_m se conserve.

2 Théorème du moment cinétique

2.1 Etude dynamique

Pendule de moment d'inertie J_0 , on fixe une masselotte M à une distance L du centre de la tige. Moment cinétique du pendule autour de son axe fixe :

$$\overrightarrow{L_{\Delta}(tige)} = J_0 \frac{d\theta}{dt} \vec{u}_y \quad (8)$$

Moment cinétique de la masse par rapport au centre de la tige :

$$\overrightarrow{L_{\Delta}(masse)} = L\vec{u}_r \wedge ML \frac{d\theta}{dt} \vec{u}_{\theta} = ML^2 \frac{d\theta}{dt} \vec{u}_y \quad (9)$$

Moment du poids :

$$\overrightarrow{M_{Poids}} = L\vec{u}_r \wedge -Mg\vec{u}_z = -MgL \sin(\theta) \vec{u}_y \quad (10)$$

On a donc :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2 \sin(\theta) = 0 \text{ avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{MgL}{(J_0 + ML^2)}} \quad (11)$$

Aux petits angles :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2 \theta = 0 \quad (12)$$



Détermination du moment d'inertie du pendule pesant

⚡ FLTCLD p. 479

⊖ Temps nécessaire à l'expérience : 5min

Matériel nécessaire : pendule pesant, capteur potentiométrique, masselotte, ordinateur, multimètre

Étalonnage : On branche le potentiomètre sur un multimètre et on mesure la tension pour des angles variant de 0° à 60° pour le gain max du potentiomètre (Si on réduit le gain, on reste en régime linéaire pour des plus grands angles. Cependant pour l'étude aux petits angles que l'on va mener, cet étalonnage suffit.). On obtient : $\theta = aU + b$ avec $a = \pm \text{ }^\circ \cdot \text{V}^{-1}$ et $b = \pm \text{ }^\circ$.

Relier le pendule à l'oscilloscope et pour différentes longueurs L , mesurer la fréquence. Remonter à ω_0 et tracer $\frac{MgL}{\omega_0^2}$ en fonction de L^2 . On obtient une droite : $y = ax + b$ avec $a = M$ et $b = J_0$. On trouve $J_0 = \pm \text{ kg.m}^2$. On s'attend à $J_0 = 2.844 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$.

2.2 Etude énergétique aux grands angles

On peut réaliser une étude énergétique aux grands angles pour mettre en évidence l'amortissement des oscillations due aux frottements dont on va déterminer la nature.

$$E_m = E_c + E_p = (J_0 + ML^2)\dot{\theta}^2 + MgL(1 - \cos(\theta)) \quad (13)$$



Amortissement des oscillations

⚡

⊖ 5min

On lance le pendule aux grands angles et on fait l'acquisition avec Latis Pro pendant quelques minutes pour observer l'amortissement. On trace E_m et on en prend l'enveloppe. On remarque que la décroissance est exponentielle (on peut fitter pour s'en assurer) ce qui est caractéristique des frottements fluides.

3 Mouvement dans un champ de force central

✎ Cap Prépa p.73

Le moment cinétique d'un mouvement à force centrale est conservé au cours du mouvement et vaut :

$$L = mr^2 \frac{d\theta}{dt} = mC \quad (14)$$

Or l'aire balayée par $\vec{r}$ pendant dt est :

$$dA = \frac{1}{2} |\vec{r} \wedge \vec{v}| dt = \frac{1}{2} |\vec{r}| r \frac{d\theta}{dt} dt = \frac{C}{2} dt \quad (15)$$

D'où :

$$\frac{dA}{dt} = \frac{C}{2} \quad (16)$$



Vérification de la loi des aires avec les mobiles autoporteurs

✎ Duffait p.233 pour les mobiles mais pas cette manip ☹ Temps nécessaire à l'expérience : 10 min

Matériel nécessaire : mobile autoporteurs, appareil photo, appareil photo *À quoi ça sert d'utiliser un reflex quand la qualité Latis ne dépasse pas celle d'un téléphone des années 2000 .. ?*

En préparation : Fixer un des 2 mobiles sur la table et lancer l'autre autour. Faire une photo avec un étalon sur la photo. Faire le pointage complet sur Latis Pro et exporter les valeurs dans Regressi.

En direct : Fixer un des 2 mobiles sur la table et lancer l'autre autour. Reprendre le pointage fait en préparation et ne pointer que les derniers points devant le jury. Calculer l'aire balayée par le rayon-vecteur

$$\int Y dX - \frac{XY}{2}$$

et la tracer en fonction du temps, elle doit varier linéairement. On peut remonter à la constante des aires C mais ça ne sert pas à grand chose.

4 Application : mesure de viscosité avec un viscosimètre à billes

On étudie la chute d'une bille de rayon r et de masse volumique ρ_b dans un fluide de masse volumique ρ_f et de viscosité dynamique η . Le PFD donne :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + \vec{\pi} + \vec{F} \quad (17)$$

avec :

- $\vec{F} = 6\pi\eta \frac{r}{1-2.1\frac{r}{R}} v \vec{u}_z$ donnée par le formule de Stokes
- $\vec{\pi} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_f g \vec{u}_z$
- $m\vec{g} = -mg \vec{u}_z$

On trouve en régime stationnaire :

$$v = \frac{2}{9} \frac{\rho_b - \rho_f}{\eta} r^2 g \left(1 - 2.1 \frac{r}{R} \right) \quad (18)$$

Approximations faites :

- écoulement incompressible
- régime permanent atteint au bout de 1 cm
- $R_e \ll 1$



Détermination de la viscosité dynamique grâce à un viscosimètre à billes

⚡ Jolidon

⊖ Temps nécessaire à l'expérience : 5 min

Matériel nécessaire : éprouvette, bille, huile de silicone Laisser tomber une bille dans une éprouvette contenant de l'huile de silicone avec du papier millimétré scotché dessus. Mesurer la vitesse de chute pour plusieurs taille de billes. Ajuster v par un modèle en $ar^2 - br^3$ et on remonte à η .

Conclusion

C'est chouette les lois de la dynamique sont vérifiées ! Et puis l'approximation de l'objet ponctuel, ça marche pas si mal :)

Questions, commentaires, brouillon pour le DM, signature d'une pétition pour baisser le chauffage en amphi G