MP03 - Dynamique des fluides

Emmanuel Lombard & Gauthier Rousseau

2012/2013

Rapports de Jury :

2012 “Comme recommandé par les précédents rapports, les candidats pensent à évaluer le nombre de Reynolds mais les conclusions qu’ils en tirent sont souvent incomplètes ou erronées. Rendre l’expérience de l’écoulement de Poiseuille quantitative nécessite certaines précautions. Le principe des anémomètres utilisés doit être connu.”
2011, 2010 “Comme recommandé par les précédents rapports, les candidats pensent à évaluer le nombre de Reynolds mais les conclusions qu’ils en tirent sont souvent incomplètes ou erronées. D’autres limitations des modèles (Stokes et Poiseuille en particulier) sont ignorées. Le principe des anémomètres utilisés doit être connu.”
2009 “Comme recommandé par les précédents rapports, les candidats pensent à évaluer le nombre de Reynolds mais les conclusions qu’ils en tirent sont souvent incomplètes ou erronées.”
2008 “La classification des écoulements passe aussi par l’évaluation du nombre de Reynolds.”
2007 “Le tube de Pitot n’est pas le seul instrument permettant de mesurer la vitesse d’écoulement d’un fluide.”
2005 “Il serait bon que les candidats recherchent dans un handbook la valeur de la viscosité du corps étudié et sa dépendance en fonction de la température.”
2004 “Il s’agit bien ici de dynamique des fluides et non pas seulement d’expériences sur les fluides : statique et diffusion de particules sont donc exclues. Par ailleurs l’utilisation d’un appareil dédié à l’étude de la loi de Poiseuille doit être menée avec discernement avec le contrôle précis des conditions de validité (voir à ce sujet la composition de physique de cette année).”

Biblio

[1] Guyon, Hulin, *Hydrodynamique physique*
[2] Quaranta tome 1 *Mécanique*
[3] Handbook quelconque

Table des matières

Introduction
I/ Etude d’une chute dans un fluide visqueux:écoulement laminaire à faible nombre de Reynolds
II/ Ecoulement de Poiseuille : Le vase de Mariotte
III/ Etude d’écoulements turbulents à grand nombre de Reynolds via une soufflerie
Conclusion

Introduction

L'étude du mouvement des fluides a fait l'objet de nombreux travaux, de Poiseuille qui cherchait à comprendre le mouvement du sang dans le corps humain à l'étude du mouvement des masses d'air au voisinage d'un avion. Nous avons vu dans le cours de mécanique des fluides que les écoulements de fluides newtoniens incompressibles visqueux obéissaient à l'équation de Navier-Stokes. De plus, nous avons vu que les écoulements pouvaient être séparés en deux types : écoulements laminaire ou turbulent en fonction entre autres du nombre de Reynolds, qui quantifie l'importance des effets de convection sur les effets de diffusion. Nous allons illustrer ces comportements à travers 3 expériences associées à différents nombres de Reynolds, et nous allons vérifier les lois vues en cours en comparant les résultats aux valeurs de viscosité tabulées.

Dans un premier temps, nous allons nous intéresser à un écoulement rampant, de nombre de Reynolds très faible, puis à un écoulement de type Poiseuille où la définition même de nombre de Reynolds est à préciser, pour enfin discuter des écoulements turbulents associés aux grands nombres de Reynolds.

I/ Etude d'une chute dans un fluide visqueux : écoulement laminaire à faible nombre de Reynolds ([2] Chute ralentie)

Nous considérons ici une bille d'acier sphérique, de rayon R qui chute lentement dans un fluide : le glycérol. Lors de cette chute, la bille est soumise à la force de pesanteur, la poussée d'Archimède et une force de frottement modélisée par la force de Stokes $\overrightarrow{F_{Stokes}} = -6\pi\eta R\vec{v}$ dans l'approximation des faibles vitesses.

En attendant suffisamment longtemps, le régime stationnaire s'installe, et dans ce cas, nous pouvons écrire :

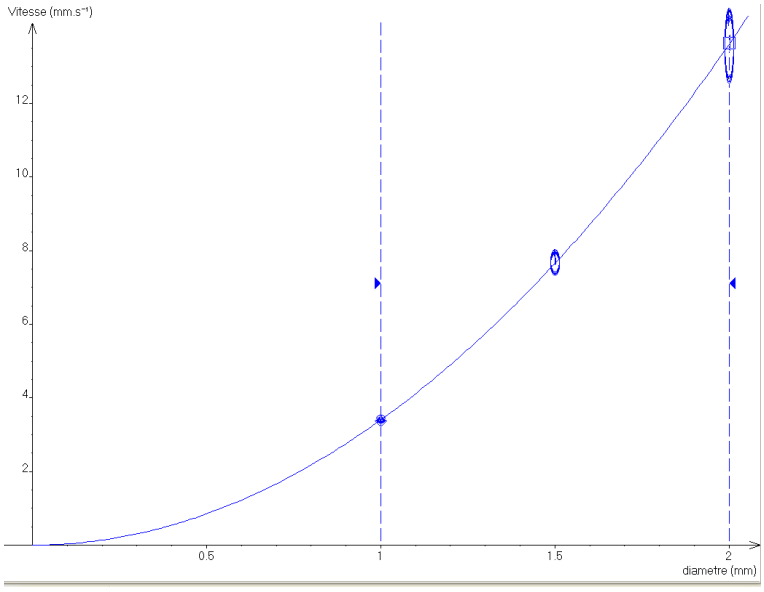
$$\vec{O} = m\vec{g} - \rho_{fluide} V_{imm}\vec{g} - 6\pi\eta R\vec{v}_l \quad \text{, avec} \quad V_{imm} = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad .$$

On exprime ainsi la vitesse limite du régime stationnaire :

$v_l = \frac{2R^2 g}{9\eta} * (\rho_{bille} - \rho_{fluide})$, et on peut déduire de la mesure de v_l la viscosité du fluide.

On mesure le temps de chute pour tomber d'une hauteur de h=20cm et ce pour les 3 tailles de billes de rayons $R = (0{,}50 \pm 0{,}01)\cdot 10^{-3} m$, $R = (0{,}75 \pm 0{,}01)\cdot 10^{-3} m$ et $R = (1{,}00 \pm 0{,}01)\cdot 10^{-3} m$. On moyenne le temps de chute des billes de même rayon sur 10 chutes, ce qui permet de diminuer les erreurs. De plus, la précision de la mesure du chronomètre est limitée par l'expérimentateur Manu, qui n'est précis qu'à 1,5 s.

En traçant $v_l = f(R^2)$, on extrait de la valeur $a = \frac{2g}{9\eta} * (\rho_{bille} - \rho_{fluide}) = (3{,}40 \pm 0{,}01)\cdot 10^3 m^{-1} s^{-1}$ la viscosité $\eta = (1{,}05 \pm 0{,}01) Pa\cdot s$, avec $\rho_{bille} = (7{,}83 \pm 0{,}005)\cdot 10^3 kg\cdot m^{-3}$ et $\rho_{fluide} = (1{,}264 \pm 0{,}001)\cdot 10^3 kg\cdot m^{-3}$.



On peut comparer cette valeur à celle tabulée pour T=25°C pour le glycérol pur $\eta_{tab}=0{,}954\,Pa\cdot s$ ([3]). Notre valeur est donc au-dessus de celle tabulée, ce qui peut s'expliquer par différents arguments. Tout d'abord, la pureté du glycérol n'est pas exactement de 100%, mais sans doute légèrement inférieure, ce qui a tendance à diminuer encore cette valeur. Cependant, la température mesurée lors des expériences était de 24.5°C, ce qui a tendance à augmenter la viscosité. Ces deux effets opposés peuvent peut-être expliquer en partie le comportement que nous observons.

De plus, les effets de la parois, et du contre-écoulement du liquide déplacé par la sphère a un effet de freinage sur celle-ci ([1] p.468), qui peut être modélisée par une force: $\overrightarrow{F_{Stokes}}=-6\pi\eta\frac{R^2}{r}\vec{v}$, avec r le rayon du cylindre contenant le glycérol ou même la distance au fond (que l'on va négliger, car elle est supérieure à la distance à la paroi latéral à tout instant de la mesure).

On modifie alors la force de Stokes telle que:

$$\overrightarrow{F_{Stokes}}=-6\pi\eta R\left(1+\frac{R}{r}\right)\vec{v}$$

Or $R_{max}=1.0\cdot10^{(-3)}m$ et $r=(35\pm2)\cdot10^{(-3)}m$ donc la correction et de l'ordre de 3.0 %, ce n'est donc pas cet effet qui pourrait expliquer la différence de viscosité observée.

II/ Ecoulement de Poiseuille : Le vase de Mariotte ([1] p.200, [2] fluides réels)

Le cas des faibles nombres de Reynolds de l'écoulement rampant peut être complété par les écoulements laminaires parallèles tels qu'ils existent dans un capillaire rectiligne. Dans ce cas, l'écoulement dans le capillaire a une géométrie telle que la partie associée à la convection est nulle ($(\vec{v}\cdot\overrightarrow{grad})\cdot\vec{v}=\vec{0}$), et de fait la définition du nombre de Reynolds est plus délicate. Cependant un tel nombre peut être évalué via la vitesse limite de l'écoulement, que nous calculerons aussi dans cette expérience, pour valider l'hypothèse de l'écoulement laminaire. Dans un tel écoulement, la viscosité domine

systématiquement (quelque soit le nombre de Reynolds) tant que les composantes transverses locales de la vitesse sont nulles.

Pour faire l'étude d'un tel écoulement, nous utilisons un vase de Mariotte qui a l'avantage d'avoir une pression au niveau du robinet constante quelque soit le niveau de l'eau, tant qu'il est au-dessus du tube vertical. Au niveau du bas du tube, le liquide est à la pression atmosphérique, tout comme la pression à la fin du capillaire. Pour ce faire, on insère le tube avec le robinet ouvert tel qu'il n'y a plus d'écoulement ($P_{robinet} = P_{atm}$), puis on ferme le robinet, et l'on monte le tube d'une hauteur h: la pression au niveau du robinet est alors:

$$P = P_0 + \rho g h$$

Schéma: (à faire vous-même, comme à l'école):

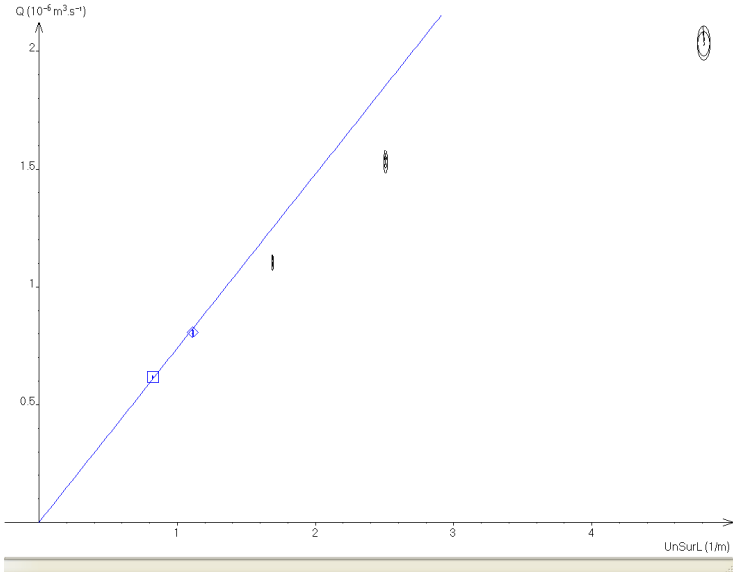
Cet écoulement est régi par l'équation de Nabvier-Stokes, avec la dérivée particulaire qui est nulle en régime stationnaire. On étudie une ligne de courant partant du bas du tube vertical pour aller dans le capillaire et ressortir à l'autre extrémité. Dans ce cas, on peut montrer que le débit volumique obéit à la relation :

$$Q = \frac{\pi \Delta P}{126 \eta L} d^4$$

avec L la longueur du capillaire et d son diamètre. De plus, la variation de pression entre les deux extrémités du capillaire est $\Delta P = \rho g h$.

Nous allons mesurer Q pour différentes longueurs de capillaires, et tracer Q=f(1/L). Pour ce faire, nous mesurons grâce à un chronomètre le temps que met 100g d'eau à s'écouler du vase de Mariotte par le capillaire. L'incertitude sur la mesure du chronomètre est toujours de 1,5 s. On mesure la longueur de chaque capillaire avec une précision de 2 mm.

Notons qu'avant chaque mesure on a vérifié que l'écoulement était bien permanent en mesurant le débit volumique pour des intervalles successifs d'écoulements d'une masse de 10g.



Les résultats valident bien la dépendance en 1/L du débit volumique, mais uniquement pour les longs capillaires. Pour les capillaires plus courts (L<70cm), la courbe s'infléchit, et la dépendance en 1/L n'est plus linéaire.

On peut améliorer le modèle en prenant les capillaires les plus longs possibles. En effet, la relation du débit volumique issu de la loi de Poiseuille est valable uniquement si la distance d'écoulement dans le tube capillaire est supérieure à la distance nécessaire pour que la couche limite atteigne le centre du capillaire, et dont l'épaisseur évolue en $\sqrt{\nu t}$. Dans ce cas, le profil de vitesse est parabolique. Cette longueur limite est donc exprimée par $L_l = \frac{2Q}{\pi \nu} = \frac{Rey * d}{2}$, avec $Rey = \frac{4Q}{\pi \nu d}$ le nombre de Reynolds (défini par la vitesse limite d'écoulement dans le capillaire, et donc par le débit volumique). On peut tracer $L = f(Rey * d/2)$ pour chaque longueur de capillaire pour déterminer L_l .

La valeur de la pente de cette droite est : $a = \frac{\pi \rho g h}{126 \eta} d^4 = (740 \pm 10) \cdot 10^{-9} m^4 \cdot s^{-1}$, avec le diamètre $d = (2{,}40 \pm 0{,}02) \cdot 10^{-3} m$, et la hauteur $h = (10{,}1 \pm 0{,}1) \cdot 10^{-2} m$ et donc la viscosité dynamique est donnée par $\nu = \frac{\eta}{\rho} = (1{,}08 \pm 0{,}16) \cdot 10^{-6} m^2 s^{-1}$. On peut comparer cette valeur à celle tabulée à 25°C dans le Handbook [3] : $\nu_{eau} = 0{,}896 \cdot 10^{-6} m^2 s^{-1}$.

On vérifie ainsi que pour les différents écoulements le nombre de Reynolds varie entre 250 et 1200 environ, ce qui permet de valider l'approximation de l'écoulement laminaire. De plus, la longueur du capillaire est suffisante pour atteindre L_l uniquement à partir de celui de longueur 89,9 cm, ce qui justifie les points utilisés pour la linéarisation.

III/ Etude d'écoulements turbulents à grand nombre de Reynolds via une soufflerie ([2] résistance des fluides)

L'équation de Navier-Stokes peut être écrite de manière à être adimensionnée, et elle ne dépend alors que de nombres qui sont entre autres des rapports de vitesse et de longueur. Ainsi, dans les souffleries, il est possible de modéliser l'écoulement autour d'un objet comme un avion en diminuant sa taille d'un facteur 10, et en augmentant la vitesse du vent du même facteur. Nous allons ici utiliser une petite soufflerie pour vérifier expérimentalement la relation de Bernoulli via le système de sonde Pitot, ainsi que l'expression de la force de trainée : $F=\frac{1}{2}C_x S\rho v^2$.

A/ La sonde Pitot

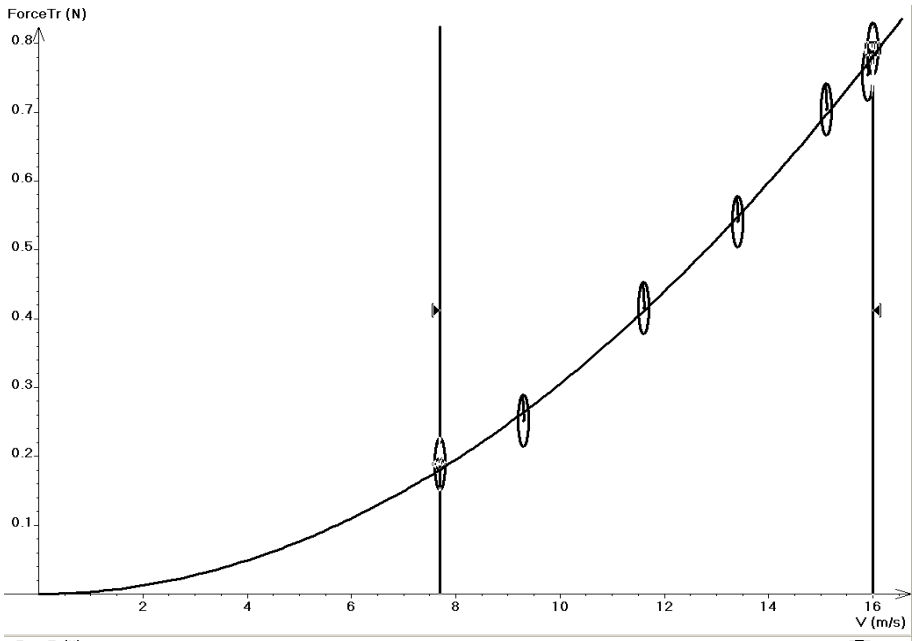
La vitesse de l'écoulement dans cette soufflerie étant de l'ordre de 10 m/s, elle est très nettement subsonique, et l'air peut être considéré comme un fluide incompressible. On considère de plus l'écoulement comme parfait.

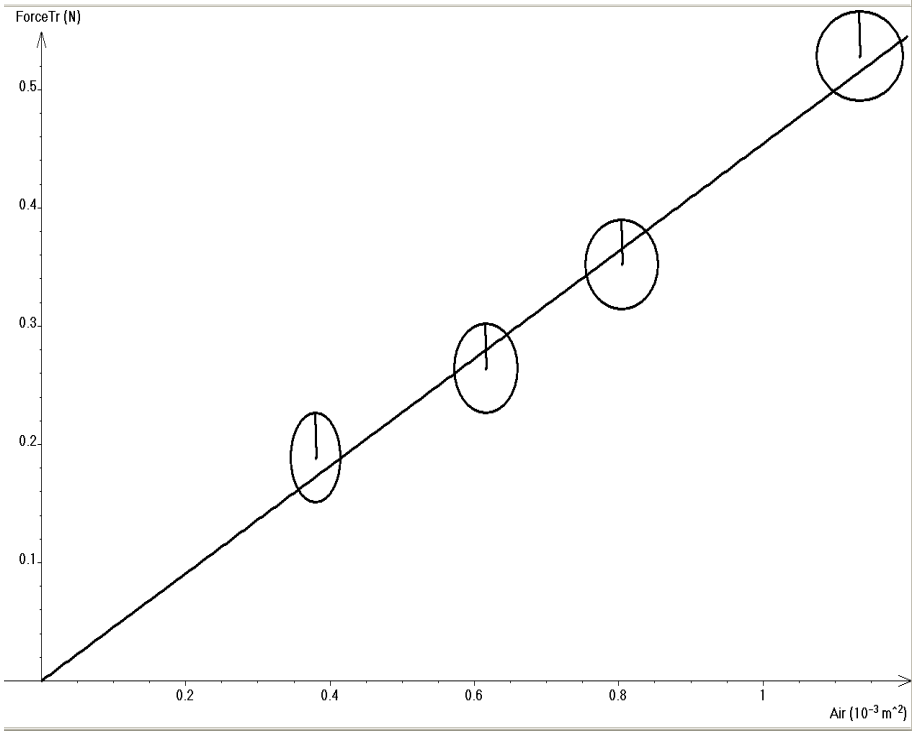
Dans un premier temps, nous comparons la vitesse mesurée par la sonde Pitot, visualisée par une différence de niveau d'un manomètre à alcool, à celle mesurée par un anémomètre à fil chaud. L'anémomètre à fil chaud fonctionne sur le principe d'une résistance dont la température diminue avec la vitesse du vent et qui est asservie en courant pour que le chauffage par effet Joule compense exactement les pertes thermiques dues au vent. On obtient les résultats suivants pour cette comparaison. A une constante additive près, cette vitesse et celle mesurée par la sonde Pitot ont le même comportement.

B/ La force de trainée

On peut envisager pour la force de trainée trois expériences différentes et réalisables avec le matériel disponible : la dépendance de F avec le maître couple ($F\propto S$), avec la vitesse ($F\propto v^2$) et avec le coefficient de frottement ($F\propto C_x$). Si les deux premières marchent bien, et valident bien la dépendance attendue en S et v², la troisième est plus difficile. Certainement parce que les coefficients de traînée donnés par le Quaranta (regarder à résistance des fluides) ne correspondent pas exactement aux objets que nous avons, et que les maîtres-couples des objets que nous utilisons ne sont peut être pas uniformes. De plus, des effets de bord de la paroi peuvent aussi entrer en ligne de compte (comme pour la première partie).

On mesure la force de traînée via le dynamomètre qui a été préalablement étalonné. Pour ce faire, nous mesurons la constante de raideur du ressort via des masses suspendues. Nous avons mesuré qu'une variation d'une graduation correspondait à une variation de force de $\Delta F=2.52\cdot 10^{-2}N$. Ensuite, nous mesurons la force exercée par l'écoulement turbulent en essayant de mettre la tige de l'ojet utilisé au centre de l'ouverture par laquelle il passe. Le système d'ampoule qui s'allume quand la tige conductrice touche le support est peu précis: à déconseillé. Notons que les incertitudes sur la mesure de la force sont estimées à 1.5 graduations.


ForceTr (N)
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
2
4
6
8
10
12
14
16
V (m/s)


ForceTr (N)
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.2
0.4
0.6
0.8
1
Air (10^-3 m^2)

Conclusion