MP. 03 Dynamique des fluides

ABRAMIAN
Anaïs

Bibliographie

[1] Guyon et Petit, Hydrodynamique physique
[2] Guyon et Petit, Ce que disent les fluides.
[3] Quaranta, Mécanique
- étude des fluides
- résistance des fluides.

[4] Handbook

Plan

I. Différents régimes d'écoulements [3] [1] [4]

1) Ecoulement de Poiseuille [3] et [4] pour les valeurs tabulées de l'eau
2) Retour sur les hypothèses [1]
3) Différents régimes [3]

II. Force exercée sur 1 solide dans 1 écoulement ($à$ $Re \ll 1$)

1) Dispositif expérimental et mesure du coeff de traînée
2) Retour sur les hypothèses.

III. Force exercée sur 1 solide dans 1 écoulement ($à$ $Re \gg 10^3$) [2]

1) Mesure de vitesse
2) Mesure de force
3) Détermination du coefficient de traînée
4) Principe des similitudes.

Introduction

• Outils théoriques - equation de Navier-Stokes
- théorème de Bernoulli

mais différente condition d'application et surtout hypothèses et approximation nécessaires pour simplifier NS qui n'est pas résolvable analytiqu. (un des 7 défis du millénaire, 1 million de dollars à la clé).

⟹ Aspect expérimental très important dans ce domaine et l'on va appuyer surtout sur les hypothèses (que l'on va à chaque fois vérifier a posteriori)
D'autant plus qu'il existe de nombreux domaines d'application on le verra au cours de ce montage.

• Objectifs ici : Bien comprendre l'intérêt du nombre de Reynolds, à la fois :
- dans les profils d'écoulements
- dans les forces exercées par les écoulement sur les solides.

$$\boxed{Re \sim \frac{\text{termes inertiels}}{\text{termes de viscosité}} = \frac{\rho U L}{\eta}}$$

Rq on ne cherchera pas trop à résoudre complètement le problème, mais juste en étudiant le Re, on peut en déduire déjà bcp de choses !

I. Différents régimes d'écoulements:

le nombre de Re = caractérisation des écoulemts
⇒ classer les écoulements.

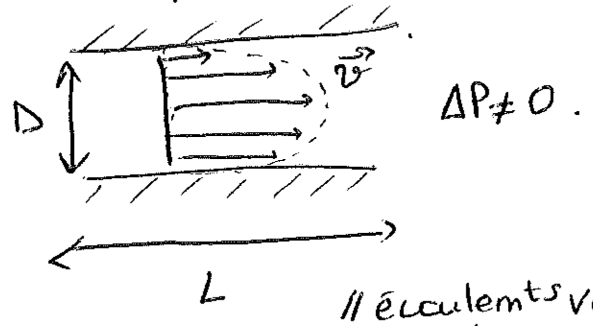
1) Loi de Poiseuille.

- parois cylindriques fixes
- impose une ≠ de pression

On commence par un écoulement qui, a priori, ne fait pas intervenir le nb de Re car pas besoin de faire d'approximation sur NS.
= cas où la géométrie de l'écoulement nous permet de résoudre analytiquement l'équation de Navier-S.

$$Q = \frac{\pi d^4 \rho}{128\eta} \frac{\overbrace{\Delta P}^{\rho g h}}{L}$$

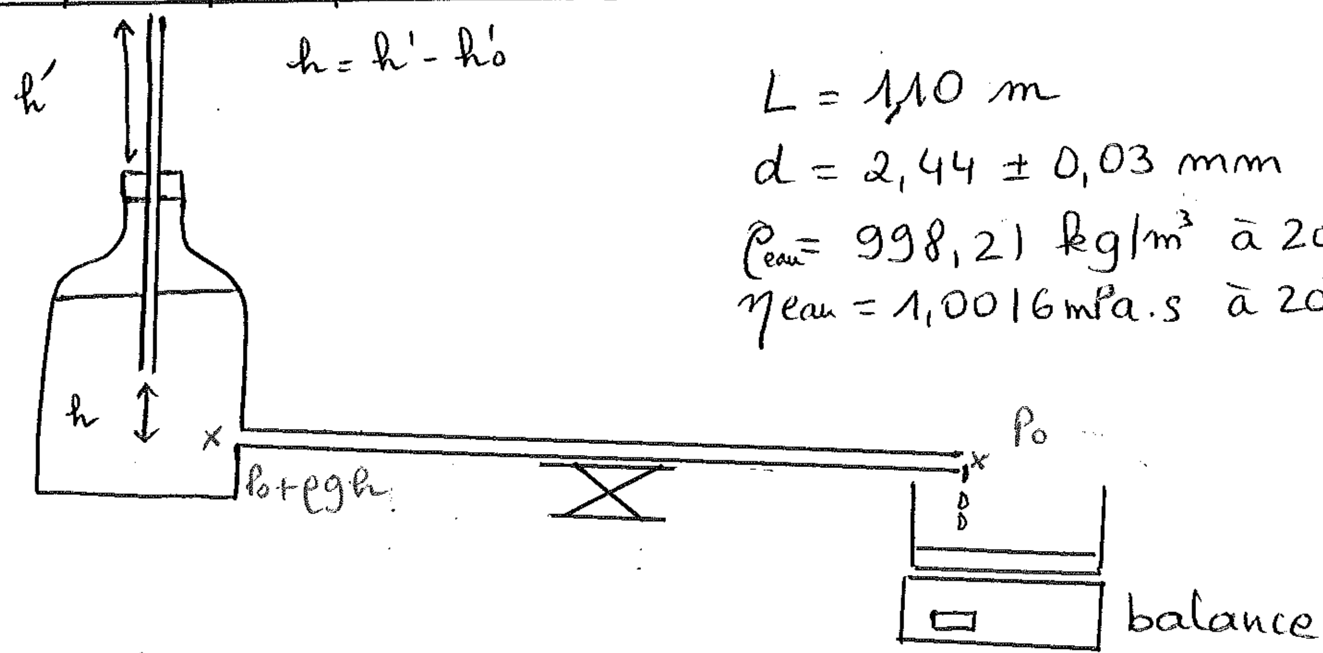
$$Q_m = \frac{\pi d^4 \rho^2 g}{128\eta} \frac{h}{L}$$



// écoulemts vaisseaux sanguins
→ Poiseuille, medecin.

Dispositif expérimental

$h = h' - h'_0$



$L = 1{,}10$ m
$d = 2{,}44 \pm 0{,}03$ mm
$\rho_{eau} = 998{,}21$ kg/m³ à 20°C
$\eta_{eau} = 1{,}0016$ mPa.s à 20°C

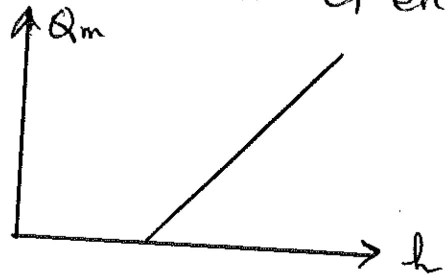
Mesures : On veut tracer Q en fonction de ΔP.
- on modifie ΔP dans le vase de Mariotte car on impose P_0 au niveau du tube.
- on laisse couler l'écoulement ⇒ on mesure le débit en mesurant la masse d'eau qui coule en 1 temps donné (chronomètre)

Determination de η

expérimentalement, on a donc mesuré un débit massique
$Q_m = \rho Q_v = \frac{\pi}{128\nu} \frac{\Delta P}{L} d^4$. avec $\Delta P = \rho g h$.

$\Rightarrow \nu = \frac{\pi}{128 Q_m} \frac{\rho g h}{L} d^4$

On trace Q en fonction de h



coefficient directeur : $\nu = \frac{\pi}{128} \frac{\rho g\, d^4}{a\, L}$

$\boxed{\nu = \frac{7{,}8.10^{-9}}{a}}$

$\Rightarrow \boxed{\nu = 1{,}25.10^{-6}\, m^2/s}$

(ordonnée à l'origine car on prend ~~une~~ la hauteur du tube qui dépasse → calcul de h_0 à l'origine éventuellem^t^)

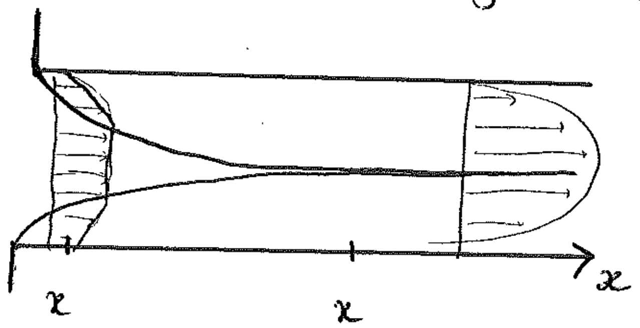
$$\Delta\nu = \nu\sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Q_m}{Q_m}\right)^2}$$

à comparer à $\nu = 1{,}003.10^{-6}$ Pa.s à 20°C

2) Retour sur les hypothèses

En fait : une hypothèse a été faite !
→ calcul du débit de Poiseuille dans le cas d'un tube infini : faux ici.

Question : le régime de Poiseuille a-t-il été établi ?



EFFETS DE BORDS

en fait, en prenant le modèle du tube ∞, on a considéré que les couches limites étaient infinies.

or $\boxed{\delta(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{Re_x}}} \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty$

→ Le Reynolds intervient en fait !

$\delta(x) \sim \sqrt{\frac{\nu x}{U}}$

Calcul de la longueur d'établissement

$\sim 10^2 \times h$

$\sim \dfrac{10 \times 10^{-9}}{10 \cdot 10^{-12} \times 1} \times h$

- calcul de la vitesse de l'écoulement (moy) :

$$U \sim \frac{\Delta P}{L} \frac{d^2}{32\eta} \Rightarrow Re \sim \rho \frac{U d}{\eta} \sim \frac{\rho^2 d^3 h g}{32 \eta^2 L}$$

$$\sim \frac{\rho g}{32 \eta L} d^2 h$$

→ prendre la valeur numérique.

- calcul de la longueur ℓ_e telle que $\delta(\ell_e) = \frac{d}{2}$

$$\Rightarrow \delta(\ell_e) = \left(\frac{d}{2}\right) = \sqrt{\frac{\nu \ell_e}{U}} \quad \text{soit} \quad \ell_e = \frac{d^2}{4}\frac{U}{\nu} = \frac{d^4}{128 \nu^2} \frac{gh}{L}$$

→ prendre

pour $\begin{cases} d = 2{,}44 \text{ mm} \\ L = 1{,}1 \text{ m} \end{cases}$

$25 < Re < 500$

$h = 1$ cm $\Rightarrow \ell_e = 15$ mm OK

$h = 20$ cm $\Rightarrow \ell_e = 300$ mm OK

$\boxed{\ell_e = 1{,}5 \times h}$

pour $\begin{cases} d = 2{,}44 \text{ mm} \\ L = 55{,}9 \text{ cm} \end{cases}$

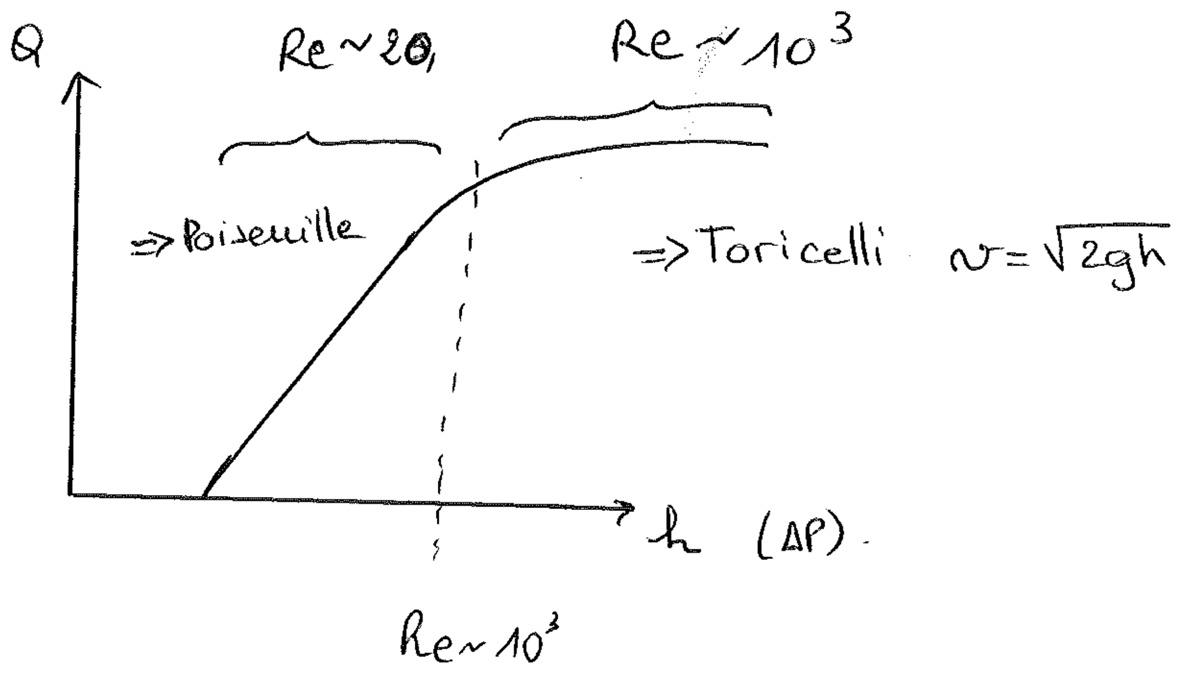
$50 < Re < 1000$

$h = 1$ cm $\Rightarrow \ell_e = 30$ mm OK

$h = 20$ cm $\Rightarrow \ell_e = 60$ mm $> L$ ⚠

$\boxed{\ell_e = 2{,}9 \times h}$

3) D'autres régimes



On a mis en évidence ≠ régimes d'écoulem^{ts}
et Re caractérise ces écoulements.
⇒ classes d'écoulements.

- **haut Re** : grands vitesse, grands dimension
  Avions, voitures...
- **Bas Re** : bons vitesses, petites dimensions
  manteau dans la croûte terrestre, ...

- simplifier Navier Stokes, simplifier le pb.
- vérifier systématiquement a posteriori les hypothèses

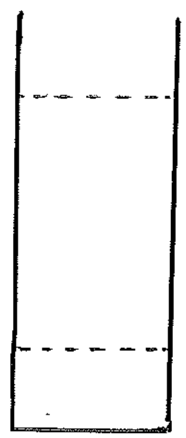
- Jusqu'à présent : uniquement l'écoulement
- Maintenant : on met un solide dans l'écoulem^t
  ⇒ Quells forces ?

Ici aussi : le Re a son importance.
= on ne connaît rien des equations du mvt
mais on peut en déduire qd m̂ des choses.

II. Force exercée par 1 écoulem^t bas Re sur 1 solide.

$\boxed{\text{Dimensionnellem}^t : F_t \propto \frac{1}{2}\rho V^2 S}$ ⇒ $F_t = C_x \frac{1}{2}\rho V^2 S$

1) Dispositif exp.



Ubbelhod
→ poiseuille

- hypothèses
  - poussée d'Archimède
    m̂ si régime dynamique
    (vitesse faible)
  - régime stationnaire
  - Re≪1.

2) Mesures.

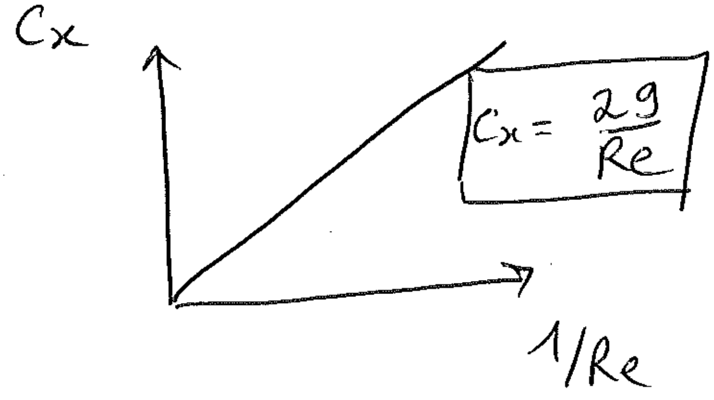
Objectif : tracer C_x en f° de $1/Re$.

- $F_{\Uparrow} = \frac{4}{3}\pi R^3 g\,(\rho_{bille} - \rho_{huile})$.

- Détermination de la vitesse de la bille = Vitesse limite.

(grandeur expérim) diamètre	(grandeur exp) temps	(calculé) Vitesse

$$\Rightarrow \quad C_x = \frac{F}{\frac{1}{2}\rho V_{lim}^2 \times \pi R^2} \qquad \text{et} \quad Re = \rho\,\frac{V_{lim} \times D}{\eta}.$$



On devrait trouver 24.

On en déduit $\boxed{F = \frac{29}{4}\pi R \eta v}$ au lieu de $6\pi R \eta v$.

0,8

temps de réflexe 0,2 s.

3) Retour sur les hypothèses

① Re << 1 : $Re \sim 10^{-6} \ll 1$ OK.

② Régime stationnaire

Equa diff (PFD) : $m\frac{dv}{dt} = -6\pi R\eta v \Rightarrow v \propto e^{-\frac{6\pi R\eta}{m}t}$

donc $\tau \sim \frac{m}{6\pi R\eta} = \frac{4/3\cancel{\pi}R^{\cancel{3}\,2}}{6\cancel{\pi}\cancel{R}\eta}\rho_{bille} \sim \frac{2R^2\rho_{bille}}{9\eta}$

$v \sim 10^{-3}$ m/s $\qquad \sim \frac{10^{-6}\times 10^4}{1{,}0}$

$\rho_{bille} = 7{,}78 \cdot 10^3 \pm 148$ kg/m³

$\Rightarrow \tau = 10^{-2}$ s. $\qquad \Rightarrow \boxed{d \sim 10^{-5}\ m} \ll 10$ cm

③ Effets de Bord.

terme correctif dans la force de Stokes

$F \simeq 6\pi R\eta v\left(1 + \underbrace{\frac{d_{bille}}{D_{tube}}}_{\sim \frac{10^{-3}}{10^{-2}} \sim 10^{-1}}\right)$. $\Rightarrow$ négligeable

⚠ pour le fond! et non pour les bords.

en fait $\frac{F}{1 - 2{,}1\frac{r}{R}}$.

erreur majoritaire surévaluation de η car effet de bord!

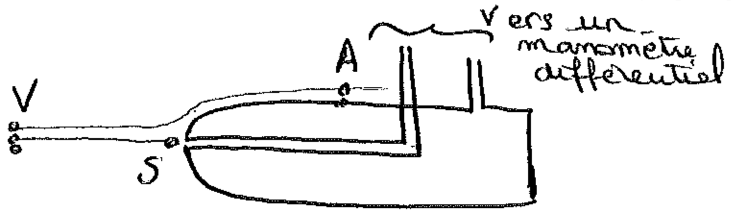
III. Force exercée par un écoulement Haut Re sur 1 solide

Ce que je veux faire : tracer c_x en fonction du Re $\Rightarrow$ Forme de la force.

$\Rightarrow$ paramètre pertinent à mesurer : – vitesse de l'écoulem^t
– Force exercée par l'écoulement.

1) Mesure de vitesse.

On utilise une sonde Pitot que l'on va calibrer à l'aide de l'anémomètre à fil chaud.

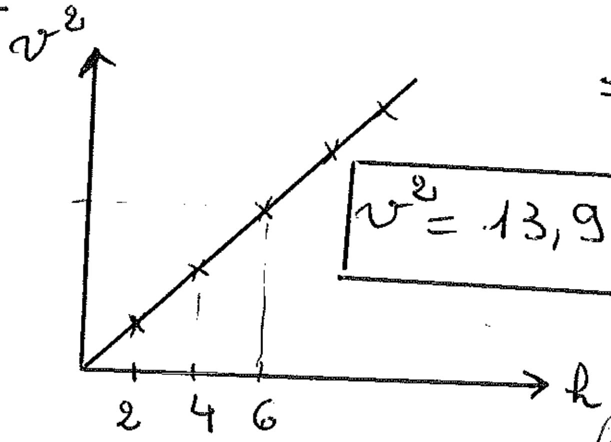


hyp : écoulement homogène, parfait, permanent et incompressible

$p + \frac{1}{2}\rho V^2 = cte$

$$\Rightarrow \Delta p = p_S - p_A = \frac{1}{2}\rho_{air} V^2 = \rho_{alcool}\, g\, h \quad \Rightarrow v^2 = \underbrace{\frac{2\rho_{air}}{\rho_{alcool}}}_{=13,9\,!} g h$$

étalonnage :



$$\boxed{v^2 = 13,9\ h}$$

h en mm d'eau.

la grille : pour homogénéiser et pour faire des Poiseuilles

2) Mesure de Force.

- On met un obstacle
- On fait le zéro (= force de rappel qui équilibre) $\Rightarrow$ graduation.
- On met en route la soufflerie
- On tourne l'aiguille tel que la force de Rappel compense la force de traînée

$\Rightarrow$ on note la graduation

$$\Rightarrow \quad F = \frac{d}{d+D} \times k \times \Delta\text{graduation} \times \frac{2\pi R}{40}$$

3) <u>Détermination de C_x</u>
et profil aérodynamique.

crise de traînée

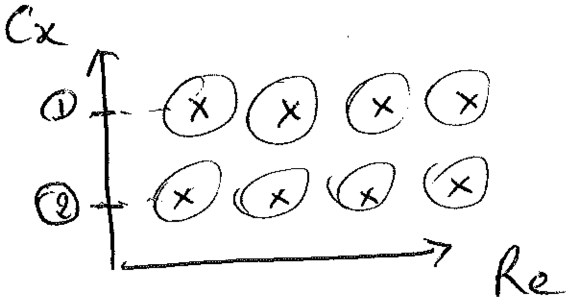
①

$L \sim 3{,}8\,cm$

②

$L \sim 3{,}8\,cm$.

$$C_x = \frac{F}{\frac{1}{2}\rho V^2 \times \pi R^2} \quad \text{en fonction de } Re = \frac{\rho V L}{\eta}.$$



$C_x = cte$!

De plus, on cherche à minimiser C_x si on veut optimiser les performances des voitures par exemple.

Un profil est + aérodynamique s'il n'y a pas de décollement de la couche limite.

Dans le cas concret d'1 écoulement autour d'une voiture, on cherche à minimiser C_x (la force de traînée) pour ne pas être obligé de fournir 1 force trop grande.

	R18	laguna
Cx	0,34	0,31
S	1,86	1,59
SCx	0,695	0,5

+ aérodynamique!

4) Principe des similitudes

concrètement, cela peut permettre de travailler à échelle réduite.

→ on cherche à montrer que C_x est constant à $Re = cte$.

On prend les mêmes profils aux dimensions ≠.

$D_3 = 2,7$ cm

$D_1 = 3,8$ cm $\quad D_2 = 3,2$ cm

$$\boxed{\begin{array}{l} F = 0,0068 \times \Delta grad \\ C_x = \dfrac{F}{1,9 \times V^2 R^2} \end{array}}$$

- $D_1 = 3,8$ cm
  $v_1 = 10,2$ m/s
  Δgraduation $= 15$ $\quad \Rightarrow Re \sim 25000$

$$\Rightarrow \begin{cases} F = 0,1 \text{ N} \\ C_x = 1,42 \end{cases}$$

- $D_2 = 3,2$ cm
  $v_2 = 12,2$ m/s
  Δgraduation $= 12$ $\quad \Rightarrow Re \sim 25000$

$$\Rightarrow \begin{cases} F = 0,081 \text{ N} \\ C_x = 1,38 \end{cases}$$

- $D_3 = 2,7$ cm
  $v_3 = 14,4$ m/s
  Δgraduation $= 14$ $\quad \Rightarrow Re \sim 25000$

$$\Rightarrow \begin{cases} F = 0,061 \text{ N} \\ C_x = 1,16 \end{cases}$$

Conclusion

- Importance du Reynolds
  - → classer les écoulements
  - → simplifier les équations de la dynamique.
  - → déterminer les expressions des forces.

- Outils de mesure qui utilisent les connaissances en dynamique des fluides.
  - viscosimètre d'Ubbelohd.
  - sonde de Pitot.
  - anémomètre à fil chaud.

- Application concrète des forces sur les solides
  - Haut Re : avions, voitures ...
  - Bas Re : micro-organismes