

- MONTAGE DE DÉMONSTRATION -

MP03 - DYNAMIQUE DES FLUIDES

Rémi Menaut
31 Août 2015

"Il ne peut plus rien nous arriver d'affreux maintenant"
SANDY et BENJAMIN - La Cité de la Peur

Je présente ici le montage que j'ai présenté le jour de l'agrégation qui malgré quelques étourderies (corrigées ici) a été très bien récompensé. Pour ce rapport, je reprends le template L^AT_EX que Grimaud avait mis au point l'année dernière. On vous l'enverra par mail si ça vous intéresse mais rien ne vous oblige à l'utiliser. J'ai aussi ajouté, quelques remarques générales sur les montages.

Commentaires du jury

2009 à 2015 : Comme recommandé par les précédents rapports, les candidats pensent à évaluer le nombre de Reynolds mais les conclusions qu'ils en tirent sont souvent incomplètes ou erronées. D'autres limitations des modèles (Stokes et Poiseuille en particulier) sont ignorées. Le principe des anémomètres utilisés doit être connu. Les viscosités mesurées doivent être comparées aux valeurs tabulées aux températures des expériences réalisées. Rendre l'expérience de l'écoulement de Poiseuille quantitative nécessite certaines précautions.

2008 : La classification des écoulements passe aussi par l'évaluation du nombre de Reynolds.

2007 : Le tube de Pitot n'est pas le seul instrument permettant de mesurer la vitesse d'écoulement d'un fluide.

2000 : L'étude de l'écoulement de Poiseuille est rarement satisfaisante, car les candidats ne savent pas où il convient de mesurer la pression. Le principe du tube de Pitot est mal connu. L'expression de la force de Stokes est connue, mais son origine (calcul, modèle, formule empirique ?) et son domaine de validité le sont moins. Est-ce vraiment une simple variante des expressions donnant la résistance de l'air à l'avancement d'une automobile ou d'une aile d'avion ?

1999 : Le candidat doit avoir à l'esprit les relations ou formules les plus importantes (Euler, Bernoulli, Navier-Stokes). Il convient également d'avoir une idée des domaines dans lesquels la résistance à l'avancement d'un fluide peut être représentée par une force d'intensité proportionnelle à la vitesse ou au carré de celle-ci.

1998 : Les mesures effectuées à l'aide du tube de Pitot ne peuvent être comparées aux mesures de vitesse données par l'anémomètre que si la zone de mesure est la même dans les deux cas. Il est nécessaire que le tube et le capteur soient fixés pour la mesure et non tenus à la main, comme c'est souvent le cas.

Bibliographie

- ✦ *Hydrodynamique physique*, **Guyon, Hulin, Petit**
- ✦ *Dictionnaire de physique expérimentale, Tome I : Mécanique*, **Quaranta**
- ✦ *Physique Tout-en-un*, **Sanz** (nouveau programme)
- ✦ Un Handbook quelconque (essentiel sur ce montage pour pouvoir comparer ses résultats)
- ✦ Fiches manips en BU agreg (non disponible le jour de l'oral)

Expériences

- ☛ Viscosimètre à bille
- ☛ Ecoulement de Poiseuille
- ☛ Tube de Pitot
- ☛ Force de traînée en soufflerie

Table des matières

Quelques remarques sur les montages	2
1 Viscosimètre à bille	3
2 Ecoulement de Poiseuille	4
3 Ecoulement en soufflerie	5
3.1 Tube de Pitot	5
3.2 Force de traînée	6

Quelques remarques sur les montages ¹

- **Voici quelques rappels (non exhaustifs) sur ce qui est attendu lors des montages :**

Vous avez le choix entre deux sujets. Vous disposez de 4h de préparation. L'oral dure 40min suivi de 20min de questions.

Il faut présenter plusieurs expériences quantitatives durant l'exposé liées avec le sujet.

Chaque expérience doit être expliquée et au moins un point de mesure doit être pris devant le jury.

Il est toujours préférable de faire une droite plutôt qu'un seul point lors d'une mesure.

Chaque résultat doit être donné avec ses incertitudes. Il faut d'ailleurs détailler au moins un calcul d'incertitude durant la présentation.

Chaque résultat doit être discuté et comparé à une valeur tabulée ou attendue.

Le jury apprécie les commentaires physiques, et les applications en liens avec les expériences.

Le tableau doit être prêt avant que le jury entre dans la salle. Il doit être soigné. Pour chaque expérience, il faut un schéma, l'allure de la courbe, la loi théorique, le résultat avec incertitude et la valeur attendue. Pendant l'exposé, seuls les résultats numériques sont ajoutés au tableau.

Il est enfin important de bien préciser les objectifs du montage, à l'oral ou au tableau, et faire ressortir la cohérence des expériences entre elles.

- **Quelques remarques sur ce montage en particulier :**

Les expériences présentées ici sont très classiques. De plus, elles sont simples à monter (contrairement à une PLL...) et demandent peu de matériels (contrairement à un Van der Pol...). Il faut donc être d'autant plus soigneux lors de leurs présentations et bien justifier les hypothèses et choix faits.

Par contre, la biblio de ce montage est assez pauvre. Le Quaranta n'est pas clair tandis que le Guyon et le Sanz donnent uniquement les lois théoriques. Il faut donc connaître soi-même les protocoles et les points importants de chaque expérience pour l'oral.

Les fiches manips en BU agreg permettent de pallier ces problèmes de biblio. Elles sont très détaillées, donnent des protocoles précis et répondent à la plupart des questions que l'on peut se poser dessus. Toutefois elles ne sont pas envoyées à S^t Maur, on n'y a donc pas accès le jour de l'oral.

La majorité des quantités présentes dans ce montage (viscosité, masse volumique...) dépend de la température. Il est donc important d'utiliser un handbook pour avoir les valeurs correspondantes à la température de la salle. Il faut donc, pour chaque valeur obtenue, préciser la température de mesure.

1. Toutes ressemblances avec les conseils donnés par Charles-Edouard dans son poly de l'année dernière sont purement fortuites.

Introduction

La mécanique des fluides est une branche importante de la physique. Elle décrit un grand nombre de comportements très différents. Une des propriétés importantes d'un fluide est sa viscosité, en utilisant des fluides de viscosité de plus en plus faibles, nous allons illustrer plusieurs de ces comportements.

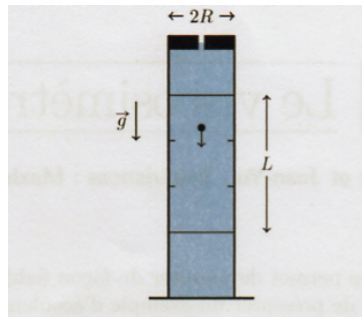
1 Viscosimètre à bille

✚ GHP, *Hydrodynamique physique*, p.448

On commence avec un fluide de viscosité élevée. On utilise du rothierme plutôt que du glycérol car sa viscosité est moins fluctuante. On va faire chuter des billes de rayon R et de masses volumiques ρ_{bille} connues dans un tube rempli de fluide. Lors de sa chute, la bille est soumise à la force de Stokes $\vec{F} = -6\pi\eta R\vec{V}$. Au bout d'un certain temps (rapide ici), la bille atteint une vitesse limite. Dans le cas d'un milieu infini (*i.e.* $R_{tube} \gg R$), cette dernière s'écrit :

$$V_l = \frac{2}{9} \frac{(\rho_{bille} - \rho_{fluide})g}{\eta} R^2$$

On va utiliser cette formule pour mesurer la viscosité η du fluide.



Protocole

☉ 45 min de prises de mesures (faites par un technicien...) - 10 min de présentation

- On prend deux repères en haut et en bas du tube assez éloignés des bords. On mesure la distance L entre eux
- On fait chuter une bille et on mesure son temps de chute Δt_{chute} .
- On refait l'expérience 10 fois avec chaque sorte de bille puis on fait une moyenne pour obtenir $\langle \Delta t_{chute} \rangle$ correspondant à chaque type de bille. Puis on en déduit $V_l = L / \langle \Delta t_{chute} \rangle$.

Exploitation : On trace sur régressi V_l en fonction de la quantité $K = \frac{2}{9}(\rho_{bille} - \rho_{fluide})gR^2$. On obtient une droite. En faisant une régression affine, on obtient une pente $a = \text{m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ d'où on déduit :

$$\eta = 1/a = \pm \text{Pa.s}$$

On peut comparer cette valeur à celle donnée par le fabricant : $\eta = 0.97 \text{ Pa.s}$ à 25°C .

Incertitude : Pour cette manip, je laisse régressi gérer le calcul d'incertitude² (je détaillerai le calcul pour Poiseuille) mais il faut quand même dire à l'oral les incertitudes que l'on se donne sur chaque grandeur initiale. L'autre chose qu'il faut dire et que l'on a fait à chaque fois 10 mesures et donc que l'incertitude sur $\langle \Delta t_{chute} \rangle$ est celle de Δt_{chute} divisée par $\sqrt{10}$.

Retour sur les hypothèses :

2. Le jour de l'oral, régressi a décidé de faire n'importe quoi (ce qui arrive relativement souvent) sur les incertitudes. Il ne voulait pas afficher les barres sur le graphe et concluait par une incertitude de l'ordre de 0.1% sur η , ce qui est beaucoup trop faible. Après un combat de quelques minutes contre l'adversité, j'ai rendu les armes et n'ai donc pas exprimé d'incertitude en expliquant que je ne comprenais pas ce qu'il se passait. Heureusement, régressi a fonctionné normalement sur les autres manip.

- La formule donnant V_l n'est valable qu'à bas Reynolds, vérifions que c'est bien le cas ici. On a :

$$Re \sim \frac{V_l \rho_{\text{fluide}} R}{\eta} \sim \frac{10^{-2} \times 10^3 \times 10^{-3}}{1} \sim 10^{-2} \ll 1$$

- Il faut aussi s'assurer que lors de nos mesures le régime permanent était bien atteint. Pour cela, on peut suivre temporellement la chute d'une bille en notant des temps intermédiaires (par exemple ceux de chaque graduations du tube). En traçant la distance parcourue en fonction de temps, on constate que le graphe est bien une droite donc la chute était bien à vitesse constante.

2 Ecoulement de Poiseuille

♣ GHP, *Hydrodynamique physique*, p.166

♣ Quaranta, *Dictionnaire (...) Mécanique*, p.153

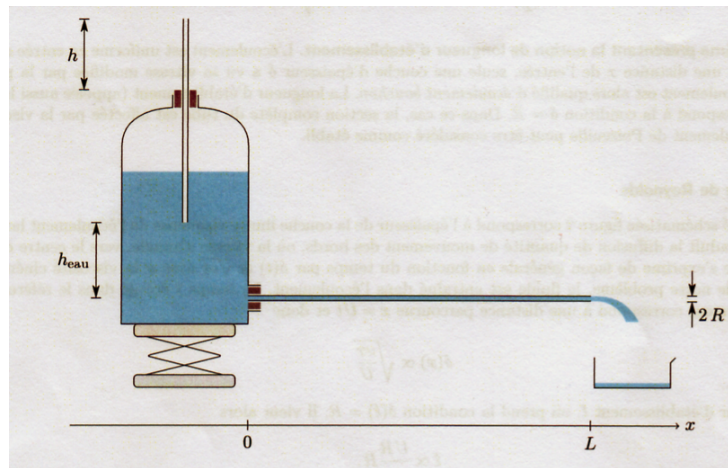
On va maintenant passer à un autre type d'écoulement, celui de Poiseuille. On étudie ici l'écoulement d'eau dans un capillaire de diamètre d et de longueur L . En imposant une différence de pression entre chaque extrémité du capillaire, on forme un profil de vitesse parabolique à l'intérieur. Pour imposer une différence de pression, on utilise un vase de Mariotte. L'intérêt de celui-ci est de pouvoir imposer une différence de pression $\rho g h_{\text{eau}}$ constante même lorsque le niveau d'eau dans le vase varie. Le débit volumique en sortie du capillaire est alors :

$$Q = \frac{\pi}{128\eta} \frac{\rho g h_{\text{eau}}}{L} d^4$$

La hauteur h_{eau} étant difficile à mesurer, on mesure plutôt la hauteur h (voir schéma). Puisqu'on a $h_{\text{eau}} = h + cste$, on peut réécrire Q :

$$Q = \frac{\pi}{128\eta} \frac{\rho g h}{L} d^4 + Q_0$$

On va essayer de vérifier cette relation entre Q et h et en déduire la viscosité de l'eau. Pour obtenir le débit volumique, on mesure la masse Δm qui sort du capillaire en un temps Δt : $Q = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t}$. On choisit $\Delta t = 30$ s pour avoir un temps grand devant la période du goutte à goutte en sortie du capillaire. De cette façon on réduit l'incertitude sur la masse.



Protocole

⊕ 40 min de manip - 10 min de présentation

- On mesure avec un mètre h .
- On prélève l'eau qui sort du tube dans un bécher taré pendant la durée Δt . Puis on pèse la masse Δm correspondante.
- On refait la mesure pour diverses valeurs de h .

Exploitation : On trace Q en fonction de h . On obtient (mon dieu quel suspens...) une droite de pente $a = \pm \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. On en déduit alors :

$$\eta = \pm \text{ Pa.s}$$

Que l'on peut comparer à la valeur tabulée : $\eta = 0.93 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$ à 23°C .

Incertitude : Pour cette manip, on peut détailler le calcul d'incertitude. A partir de l'incertitude sur a donnée par regressi, on a : $\delta\eta = \sqrt{(\delta L/L)^2 + [4(\delta d/d)]^2 + (\delta a/a)^2}$. Ici, l'incertitude largement prédominante est celle sur d^4 de l'ordre de 20%. On peut donc négliger celle sur L de l'ordre de 0.1%.

Retour sur les hypothèses : On peut tout d'abord évaluer le Reynolds. Si on prend comme vitesse caractéristique $Q/[\pi(d/2)^2]$, on obtient :

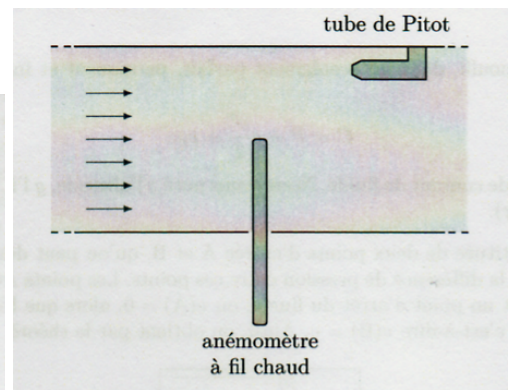
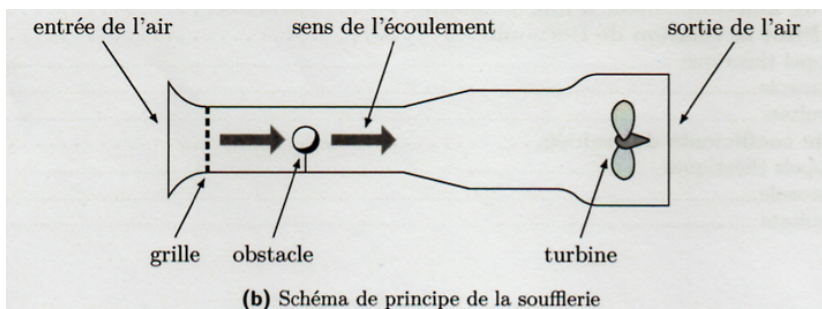
$$Re \sim \frac{4\rho Q}{\pi\eta d} \sim \frac{10^3 \times 10^{-7}}{10^{-3} \times 10^{-3}} \sim 10^2$$

Une chose intéressante à vérifier est la longueur d'établissement du profil. En effet, pour que l'expérience est du sens, il faut que le profil parabolique soit établi avant la sortie du capillaire. On peut montrer (Sanz, *Tout-en-un*, p.342)³ que cette distance $\mathcal{L}$ est telle que :

$$\mathcal{L} \sim (d/2)Re \sim 10^{-3} \times 10^2 \sim 0.1 \text{ m}$$

Ainsi, on vérifie bien $\mathcal{L} < L$.

3 Ecoulement en soufflerie



3.1 Tube de Pitot

Quaranta, *Dictionnaire (...) Mécanique*, p.145

On va maintenant étudier un écoulement faisant intervenir de l'air à l'aide d'une soufflerie. L'air étant très peu visqueux ($\eta \sim 10^{-5} \text{ Pa.s}$), on est dans un régime de haut Reynolds. Ici typiquement on a :

$$Re \sim \frac{VL\rho}{\eta} \sim \frac{10 \times 10^{-1} \times 1}{10^{-5}} \sim 10^5 \gg 1$$

On considère donc l'écoulement comme étant parfait.

Le tube de Pitot est un dispositif permettant de mesurer la vitesse de l'écoulement d'air. Il est utilisé par exemple dans les avions pour connaître la vitesse de celui-ci par rapport à l'air. La relation de Bernoulli permet de lier la vitesse de l'écoulement V de l'air à la différence de pression ΔP dans le tube de Pitot via $\Delta P = \frac{1}{2}\rho_{air}V^2$. Le tube de Pitot possède une graduation en mm d'eau ainsi $\Delta P = \rho_{eau}gh_p$. On peut dès lors obtenir la vitesse de l'écoulement en lisant la hauteur de liquide dans le tube avec la relation :

$$V^2 = 2 \frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}} gh_p$$

3. Sanz ajoute un facteur empirique 1/15 dans l'évaluation de $\mathcal{L}$. Ce facteur sortant un peu de nul part et étant dispensable ici, je préfère le passer sous silence.

Nous allons utiliser cette relation pour essayer de mesurer ρ_{air} . Pour mesurer la vitesse de l'écoulement, nous allons utiliser un anémomètre à fil chaud. Ce dernier est un dispositif asservi en température. Lorsque le fluide s'écoule sur le fil, celui-ci refroidit, il fournit alors un courant électrique pour le maintenir à température fixée. La mesure de ce courant lui permet de remonter à la vitesse du fluide.

Protocole

☉ 20 min de prises de mesures (faites par un technicien...) - 10 min de présentation

- On place l'anémomètre à fil chaud (tenu par une potence) dans la soufflerie.
- On allume la soufflerie à une certaine vitesse. Et on mesure la vitesse correspondante avec l'anémomètre.
- On retire l'anémomètre. Puis on relève la hauteur d'eau du tube de Pitot une fois celui-ci stabiliser.
- On refait l'expérience pour diverses vitesses en faisant attention de toujours replacer l'anémomètre au même endroit.

Exploitation : On trace dans régressi V^2 en fonction de h_p . Puis on fait une régression affine. On peut alors extraire de la pente de la droite la valeur de ρ_{air} en connaissant ρ_{eau} . L'ordonnée à l'origine de la droite correspond à l'erreur sur le zéro de h_p dans l'étalonnage du tube. On obtient finalement :

$$\rho_{air} = \quad \pm \quad \text{kg.m}^{-3}$$

On peut comparer ce résultat à la valeur tabulée $\rho_{air} = 1.2 \text{ kg.m}^{-3}$ à 25°C . Et normalement, on n'obtient pas la bonne valeur (en tout cas je n'ai jamais réussi...). Cela peut s'expliquer par le fait que l'anémomètre n'est pas positionner exactement au même endroit que l'entrée du tube de Pitot. Quoiqu'il en soit, on obtient bien la linéarité entre V^2 et h_p .

Incertitude : Cette fois encore, je laisse régressi gérer les calculs. Je prends juste une graduation comme incertitude sur h_p . Et pour la mesure de vitesse, je prends l'incertitude donnée par la notice de l'anémomètre ($\pm 3\% \pm 0.2 \text{ m.s}^{-1}$).

3.2 Force de traînée

✚ Quaranta, *Dictionnaire (...) Mécanique*, p.362

A haut nombre de Reynolds, la force de frottement sur un objet peut être décrite sous la forme :

$$F = \frac{1}{2} C_x \rho S V^2$$

Avec C_x le coefficient de traînée, S la surface apparente de l'objet et V la vitesse de l'écoulement.

Le dispositif de l'ENS n'étant pas génial (faire une mesure propre de force est compliqué avec la corde qui s'enroule mal...), on va juste chercher à mettre en évidence la dépendance en V^2 de la force. Pour ce faire, on va juste se servir du fait que la force exercée par le ressort est proportionnelle à l'angle θ qu'on lit sur le rapporteur.

Protocole

☉ 20 min de prises de mesures (faites par un technicien...) - 5 min de présentation

- On fixe l'obstacle dans la soufflerie. On place l'anémomètre à côté de l'obstacle.
- On allume la soufflerie à une certaine vitesse. On mesure la vitesse correspondante avec l'anémomètre.
- On tend le ressort afin d'équilibrer les force s'exerçant sur l'obstacle. On lit l'angle θ d'enroulement du fil correspondant.
- On refait l'expérience pour diverses vitesses.

Exploitation : On trace θ en fonction de V^2 . On doit obtenir une droite qui traduit bien la dépendance en V^2 de la force. Etant donné le côté bancal du dispositif ENS, je ne fait pas de quantitatif ici (et je ne traite pas des incertitudes), la simple forme de la loi suffit⁴.

4. De mon point de vue, cette manip est une manip d'appoint. Les trois manip précédentes étaient assez détaillées (quantitatives avec

Conclusion

On a vu ici trois régimes d'écoulements en faisant varier la viscosité. Chaque régime à ses propres propriétés comme par exemple la force de frottement fluide qui est passée de linéaire en vitesse au début à quadratique dans la dernière expérience. Comme on l'a vu, le nombre de Reynolds permet de discriminer ses différents comportements. En fait, puisque toutes les expériences avaient la même taille caractéristique, diminuer la viscosité revenait à augmenter le Reynolds à chaque fois. La caractérisation par le Reynolds est importante dans les études en soufflerie. Par exemple lors d'étude de l'aérodynamisme des avions, les chercheurs vont vouloir jouer sur les caractéristiques du fluide qu'ils utilisent pour conserver le nombre de Reynolds entre leurs maquettes et l'avion taille réelle se déplaçant en l'air.

Questions posées le jour de l'oral

Le jury m'a posé ces questions :

- **Sur le viscosimètre :**

Pourquoi avoir divisé l'incertitude par racine de 10 ?

Avez vous calculé l'écart type de vos mesures ? Ce n'est pas mieux de prendre cet écart type comme incertitude ?

Comment obtenir théoriquement l'expression de la vitesse limite ?

ODG du temps d'établissement de la vitesse final ?

Pourquoi, physiquement, avoir pris une ordonnée à l'origine dans la régression ?

ODG de la taille de la couche limite sur la bille ?

- **Sur Poiseuille :**

Dans le vase de Mariotte avant le capillaire, comment être sûr que la pression est la même sur toute la largeur du vase à la hauteur de l'entrée du capillaire ?

Pourquoi peut on raccorder, au niveau des pression, un régime d'hydrostatique dans le vase à un régime de Poiseuille dans le capillaire à l'entrée de celui ci ?

D'où vient la formule de la longueur d'établissement du profil de Poiseuille ?

Il y a-t-il aussi un temps d'établissement ? L'avez vous pris en compte, ODG ?

- **Sur Pitot :**

Que pensez vous de votre résultat ? (j'avais trouvé une masse volumique de l'air de 1.7 au lieu de 1.2).

Sur l'étiquette noir de la soufflerie est indiqué que le tube de Pitot donne la pression en millimètre d'eau avec le mélange d'alcool-eau à 0.835, votre erreur ne viendrait-elle pas de là, n'auriez pas vous dû utiliser la densité de l'alcool ? (*Non car les graduations sont bien étalonnées en mm d'eau*).

incertitudes et regression) pour ici se contenter d'une simple illustration. De plus, le jour de l'oral, en cas de manque de temps, on peut la zapper sans soucis. Dans le cas contraire, on peut discuter de l'influence de la géométrie 3D de l'obstacle sur C_x en prenant une sphère au lieu d'un cylindre. On peut aussi faire un lien avec la première expérience où la force était en V et non en V^2 . Ainsi cette partie est très modulable en fonction des besoins.