

**MP 08**

**Diffraction d'ondes lumineuses**

**Niveau requis :CPGE**

**Suites/perspectives à donner à la leçon :**

**Commentaires particuliers du Jury :**

09 : La diffraction de Fraunhofer est souvent évoquée sans que ses conditions d'obtention soient bien connues. Rappelons que les phénomènes de diffraction peuvent s'observer avec d'autres sources lumineuses que des lasers

08 : (...) les figures sont de bien meilleure qualité quand les appareils sont convenablement alignés.

04 : Dans ces montages, les mesures de largeurs de fentes mal calibrées, ou dont la largeur est donnée de manière indicative, ne peuvent pas constituer le thème central de l'étude. Il serait illusoire d'espérer déterminer avec une précision suffisante la longueur d'onde d'un laser He-Ne à partir de l'analyse de la figure de diffraction par une fente même calibrée. L'utilisation de montages avec réseaux doit être mieux maîtrisée, en évitant de confondre angles et déviations à l'ordre zéro. Les conditions de Fraunhofer, plus larges que la simple « diffraction à l'infini » gagneraient à être connues. Dans les expériences de filtrage spatial de type passe-haut, l'utilisation d'objets de phase serait certainement plus pertinent que celle d'une plume

99 : le passage de la diffraction de Fresnel à celle de Fraunhofer peut donner lieu à une estimation quantitative des conditions à remplir

**Bibliographie :**

Sextant

Duffait

Taillet

**PLAN :**

Introduction

I- Diffraction, limite de l'optique géométrique

a) Illustration qualitative

II- Diffraction de Fresnel

a) Mise en évidence et mesure des zones de Fresnel

b) Passage de Fresnel à Fraunhofer

III- Diffraction de Fraunhofer

a) Mise en évidence et mesure d'une figure de diffraction

b) La diffraction comme limite au pouvoir de résolution

c) La diffraction comme outil d'analyse : filtrage spatial / strioscopie

Conclusion

## Introduction

Dans l'étude de l'optique géométrique, nous avons introduit une notion fort utile : le rayon lumineux dont le calcul de la trajectoire, aidé du principe de Fermat nous a permis de comprendre le fonctionnement de systèmes optiques divers (microscopes, lunettes, appareils photographiques, fibres optiques, mirages...).

Nous allons partir de ce même rayon lumineux pour découvrir au travers de ce montage les limites de cette optique géométrique et présenter la notion de diffraction. Nous commencerons par la mise en défaut de l'optique géométrique, signe du caractère ondulatoire de la lumière, puis nous illustrerons les problèmes ou applications qu'apporte la diffraction.

### I- Diffraction, limite de l'optique géométrique

#### a) Illustration qualitative

On part d'un laser He-Ne dont on fait passer le faisceau au travers d'une fente réglable. En réduisant cette fente, on constate tout d'abord que l'image projetée suit parfaitement les principes utilisés en optique géométrique, offrant une propagation en ligne droite des rayons lumineux qui passent par les bords de la fente.

Pourtant si l'on continue de réduire cette fente, on voit apparaître plusieurs tâches en dehors de l'image géométrique, dont l'étalement augmente lorsque la taille de la fente diminue.



Les rayons lumineux s'étaient ici autour de l'image géométrique de la fente.

Nous avons donc atteint la limite au-delà de laquelle, le traitement géométrique du rayon lumineux n'apporte plus de réponse, et où seule l'analyse ondulatoire de la lumière va nous permettre de comprendre les phénomènes observés.

### II- Diffraction de Fresnel

Le principe d'Huygens-Fresnel qui consiste à considérer l'objet diffractant comme une distribution continue de sources secondaires de lumière en phase va nous permettre de mettre ce phénomène en équation.

$$\text{On a : } \Psi(P) = \int_s Q \cdot \Psi_0(M) \frac{\exp(ikr)}{r} dS$$

En posant  $\mathbf{R} = \mathbf{OP} = R\mathbf{u}_r$  et  $\mathbf{R}_m = \mathbf{OM}$ , il vient  $r \approx R \left( 1 - \frac{\vec{u}_r \cdot \vec{R}_m}{R} + \frac{R_m^2}{2R^2} \right)$ , et en conservant le DL de la phase au second ordre :

$$\Psi(P) \approx Q \cdot \frac{\exp(ikR)}{i\lambda R} \int_s \Psi_0(M) \cdot \exp\left(ik \frac{R_m^2}{R}\right) \cdot \exp(-ik \vec{u}_r \cdot \vec{OM}) dS$$

Cette relation va nous permettre de distinguer deux zones d'observation de la diffraction correspondant à des approximations différentes :

- une zone proche de l'OD dans laquelle il n'est pas possible de négliger les termes quadratiques dans la phase des diverses sources qui interfèrent : Zone de Fresnel
- une zone « à distance infinie » où les faisceaux qui interfèrent sont parallèles dite de Fraunhofer

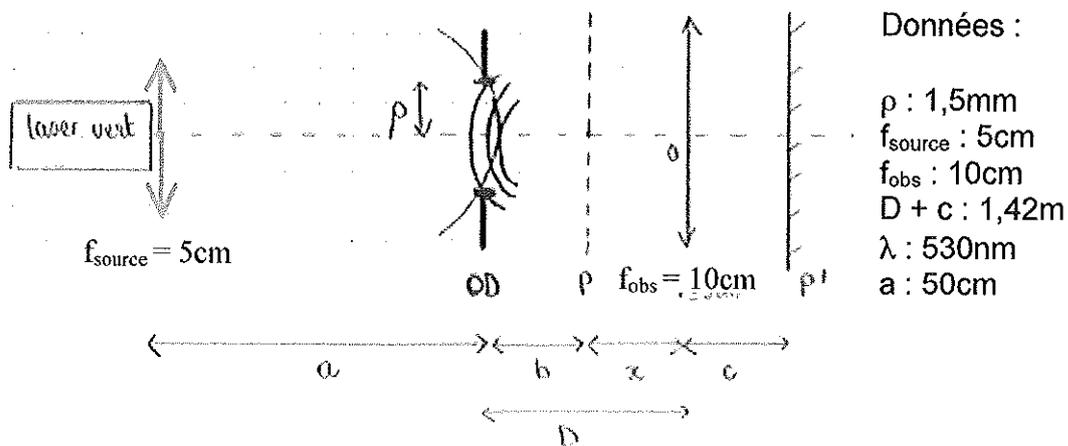
Ces deux zones ne sont que la mise en évidence d'un même phénomène physique d'interférence d'une distribution continue de sources d'ondes lumineuses. Nous allons étudier chacune des zones dans la suite.

Note : Kirchhoff a explicité le terme Q qui apparaît dans la relation de HF :

$$Q = \frac{-i}{\lambda} \left( \frac{\cos \theta_P - \cos \theta_S}{2} \right)$$

où  $\theta_i$  est l'angle entre  $(\mathbf{IM}, \mathbf{n})$  avec  $\mathbf{n}$  la normale à la surface de l'OD

### a) Mise en évidence / mesure des zones de Fresnel (Duffait p.59, Bruhat)



A proximité de l'OD, les rayons secondaires issus de l'axe optique et de la surface iso-phase qui s'appuie sur l'OD interfèrent de manière constructive et/ou destructive en fonction du chemin optique parcouru. Ceci se manifeste dans le plan noté b, par une succession d'anneaux concentriques brillants/sombres alternés. Le décompte de ces anneaux (les zones de Fresnel) pour un plan b donné permet de remonter au rayon de l'OD et à la distance source-OD

Cette dépendance vérifie la relation suivante :

$$\frac{1}{b} = f(n) = \frac{\lambda}{\rho^2} k + \frac{1}{a} \quad \text{où } \rho \text{ est le rayon de l'OD et } k \text{ le nombre de zones de Fresnel}$$

(zones sombres x2).

La mesure de b est indirecte mais peut être déduite de la connaissance de f et D et de la mesure de c.

P' étant le conjugué de P, les relations de conjugaisons donnent :  $\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{c}$  dont on

$$\text{tire } x, \text{ puis } b : b = D - x = D - \frac{fc}{c - f}$$

Manipulation :

- Le décompte des zones de Fresnel pour D décroissant se fait en comptant les alternances N/B au centre de la figure.

On prend un point en direct que l'on ajoute à ceux pris en préparation.

Une modélisation affine de  $b=f(1/n)$  nous permet alors de vérifier la dépendance prévue et de remonter à la pente  $\frac{\rho^2}{\lambda}$  et donc à  $\rho$ , ainsi qu'à  $a$ .

On compare alors cette valeur à celle mesurée par projection et/ou donnée par le calibrage du trou.

L'analyse des incertitudes expérimentales se concentre sur celle de  $b$ . On évalue une erreur sur  $c$  en recherchant les bornes min. et max. pour lesquelles on a la perception d'un extremum d'intensité lumineuse et en mesurant distance focale et erreur sur la lentille de projection.

Les pentes min et max passant par les barres d'erreur des points pris lors de la manipulation (essentiellement ceux de la mesure de  $b$ ) nous donne alors l'intervalle de confiance sur le calcul de la pente et de l'ordonnée à l'origine.

### **b) Passage de Fresnel à Fraunhofer**

Nous avons dit qu'il y avait deux façons d'observer la diffraction et venons d'en illustrer une. Le passage à celle de Fraunhofer demande de vérifier que

$$\exp(ik \frac{R_m^2}{R}) = 1 \text{ soit } \frac{2\pi\rho^2}{\lambda D} = 0$$

Ceci se réalise rigoureusement en allant chercher les rayons qui interfèrent « à l'infini » et en les projetant sur l'écran, ou de manière approchée (càd  $\frac{2\pi\rho^2}{\lambda D} \ll 1$ ) en éloignant l'écran à « grande distance » ou en diminuant le diamètre du trou.

On observe alors une « nouvelle » figure de diffraction composée à nouveau d'anneaux clairs et sombres, qui est cette fois à l'extérieur de la l'image géométrique et dont nous allons étudier maintenant les propriétés.

Calcul du nombre adimensionnel :  $F = \frac{\rho^2}{\lambda D}$

## **III- Diffraction de Fraunhofer**

### **a) Mise en évidence et mesure d'une figure de diffraction (Sextant p.111)**

On commence par se placer dans le cadre rigoureux de l'approximation de Fraunhofer d'un montage type 4f autour d'une fente réglable.

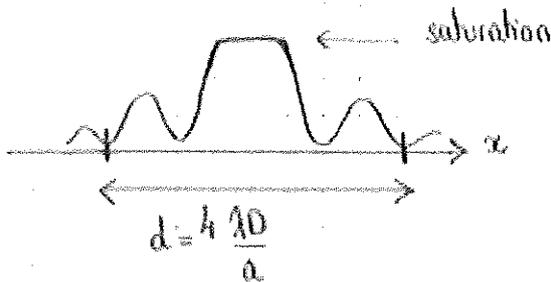
On illustre d'abord qualitativement que comme permet de le supposer la formule ici de la relation d'Huyghens-Fresnel, on retrouve dans la figure de diffraction les propriétés d'une TF spatiale :

- Diminuer largeur de la fente  $\Rightarrow$  augmenter la taille de la figure de diffraction

- Tourner la fente dans son plan  $\rightarrow$  la fdd reste  $\perp$  à l'image géométrique
- Déplacer la fente  $\perp$  à l'axe optique (dans le faisceau laser)  $\rightarrow$  pas de modification de la fdd

La TF d'une fonction porte étant un sinus cardinal, on s'attend à retrouver cette distribution d'intensité dans la fdd.

L'utilisation de Caliens à la place de l'écran d'observation va nous permettre d'obtenir un résultat quantitatif. Le résultat d'acquisition devra alors être comparé à la fonction  $I = I_{\max} \text{sinc}^2\left(\frac{\pi ax}{\lambda D}\right)$  où  $a$  est la largeur de la fente,  $D$  la distance OD-Caliens et  $\lambda$  la longueur d'onde du laser.



La modélisation nous permet alors de remonter à la largeur de la fente utilisée en cherchant les minima successifs du sinus cardinal.

$a = \frac{4\lambda D}{d}$  que l'on compare à la grandeur mesurée.

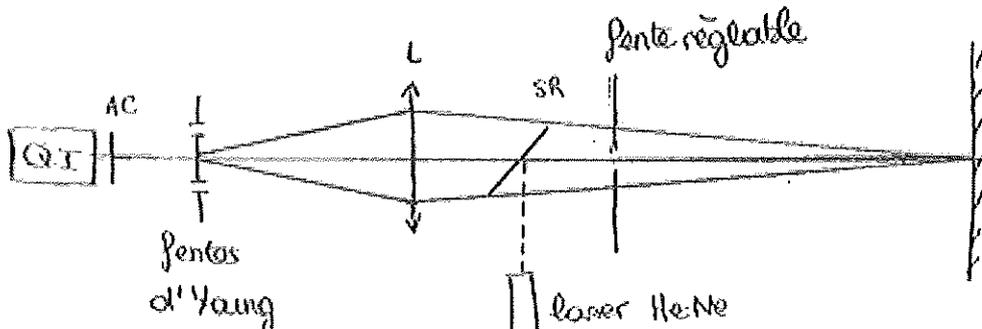
L'erreur de détermination de  $a$  par cette méthode se déduit de :

$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \approx \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta d}{d}$  l'erreur sur  $d$  est celle de la mesure + celle de la barette CCD  $\approx 25\mu\text{m}$

### b) La diffraction comme limite au pouvoir de résolution (Duffait p.109)

Nous avons vu la diffraction sous deux angles (Fresnel et Fraunhofer) et le dernier est le plus important dans la formation des images. Dans le cas d'un appareil optique, une monture de lentille ou un bord de miroir jouent le rôle de l'OD.

On va mettre en œuvre la limite au pouvoir de résolution d'un diaphragme en formant l'image agrandie d'une bifente qui représentera deux étoiles éloignées. Une fente étalonnée réglable jouera le rôle du diaphragme limitant.



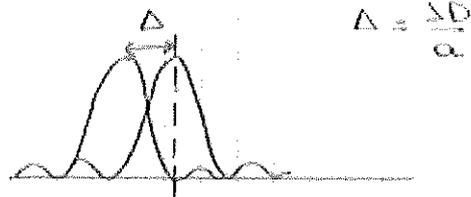
Lorsqu'on réduit la largeur de la fente étalonnée, on finit par observer un brouillage de l'image de la bifente jusqu'à ne plus pouvoir discerner les deux tâches.

En utilisant une source laser qui traverse la même fente réglable, par l'intermédiaire d'une lame semi-réfléchissante, et pointe l'image géométrique de la première source, on montre que l'on peut encore séparer l'image des deux sources tant que le premier minimum de la figure de diffraction du laser n'a pas dépassé la position de l'image géométrique de la deuxième fente.

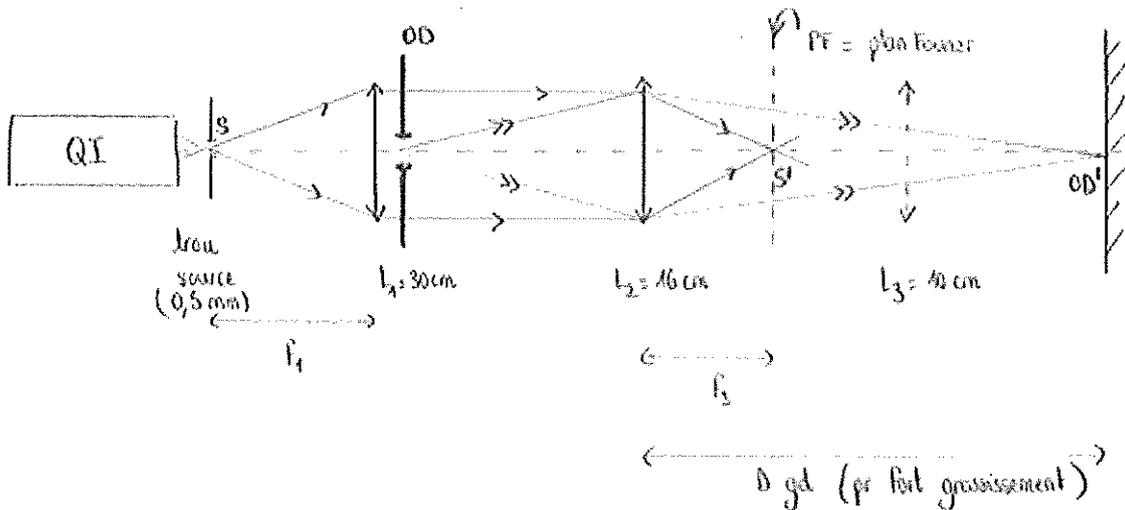
On vérifie que l'on a alors :  $\Delta = \frac{\lambda D}{a}$

Pour un appareil photographique d'objectif de  $f=50\text{mm}$ , focalisé à l'infini et ouvert au maximum ( $n=f/d=2,8$ ) cette relation devient

$$\Delta = \frac{\lambda f}{d} = \lambda n \approx 1\mu\text{m}, \text{ soit la résolution d'un film photographique...}$$

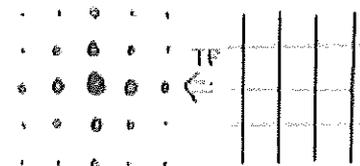


**c) La diffraction comme outil d'analyse : Filtrage spatial (Duffait p.46-49)**

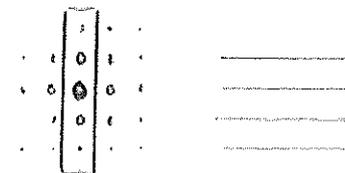


Expérience d'Abbe : l'objet diffractant est une grille dont  $L_2$  amène la figure de diffraction de Fraunhofer dans un plan appelé « plan de Fourier »

Cette figure de diffraction peut être visualisée grâce à une lentille  $L_3$  qui conjugue son image avec l'écran.



On peut également utiliser cette figure de diffraction en y appliquant un filtre géométrique. Une fente peut alors permettre de masquer les fréquences horizontales ou verticales et priver l'image initiale des traits correspondants :



**Conclusion**

Ce montage aura été l'occasion de mettre en évidence le phénomène de diffraction comme une limite à l'optique géométrique. Les interférences dues à cette diffraction ont été vues dans le cadre de deux approximations Fresnel et Fraunhofer en nous appuyant sur le principe de Huygens-Fresnel. Même si la diffraction est souvent

présentée comme un phénomène gênant, limitant le pouvoir de résolution des instruments optiques, on a pu voir qu'elle présentait des propriétés intéressantes de Transformée de Fourier spatiale qui peuvent être mise à profit dans le traitement d'images.

D'autres applications, spectroscopie par exemple s'appuie sur la diffraction par un réseau pour disperser les composantes monochromatiques d'un faisceau lumineux et en permettre son analyse.