MP 8 - Diffraction des ondes lumineuses

Bibliographie :

[1] R. Duffait, Expériences d'optique

[2] Sextant, Optique expérimentale

[3] S. Houart, Optique, une approche expérimentale et pratique

[4] BFR d'optique

↳ pour la théorie

[5] Walter Appel, Mathématiques pour la physique

Plan :

I - Mise en évidence et conditions

1 - Mise en évidence

2 - Critère de Rayleigh [2]

3 - Conditions d'observation [2]

II - Propriétés de la figure de diffraction

1 - Spécificité

2 - Théorème de Babinet [1] [2]

3 - Quelques propriétés de la TF [5]

4 - Application : poudre de lycopode [2] [1]

III - Applications en traitement d'image

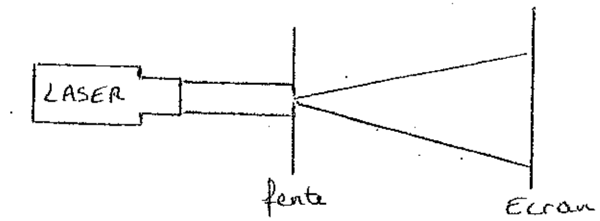
1 - Expérience d'Abbe [2] [3]

2 - Strioscopie [1]

3 - Détramage [1]

I - Mise en évidence et conditions

1 - Mise en évidence.



Phénomène observé :

diffraction.

2 - Critère de Rayleigh

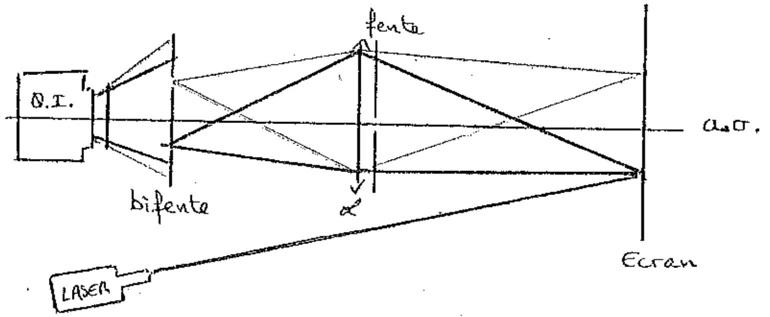
La diffraction fait que l'image d'un point n'est jamais un point mais nécessairement une tâche.

Si deux objets sont observés à travers un objet diffractant (par exemple deux étoiles observées à l'œil nu, l'objet diffractant étant alors la pupille), on s'attend à avoir des problèmes de résolution de l'image formée par ces deux objets si les deux tâches de diffraction sont "trop proches".

Rayleigh nous donne un critère précisant cette notion de "trop proches".

Selon Rayleigh, la limite de résolution est atteinte lorsque le maximum principal de la tâche de diffraction du premier objet se trouve à la même position que le premier minimum de la tâche de diffraction du deuxième objet.

On peut mettre en évidence ce critère de façon expérimentale grâce au montage suivant :



Le laser pointe sur l'image d'une des deux fentes de la bifente. On ferme la fente diffractante : l'image sur l'écran se brouille. On repère le début du brouillage, et on translate alors la fente devant le faisceau laser : la figure de diffraction est telle que le premier minimum se trouve sur l'image de la deuxième fente de la bifente.

3 - Conditions d'observation

La théorie nous dit que la <u>diffraction de Fresnel</u> consiste à approcher une onde sphérique par une onde parabolique, tandis que la <u>diffraction de Fraunhofer</u> consiste à approcher cette onde sphérique par une onde plane.

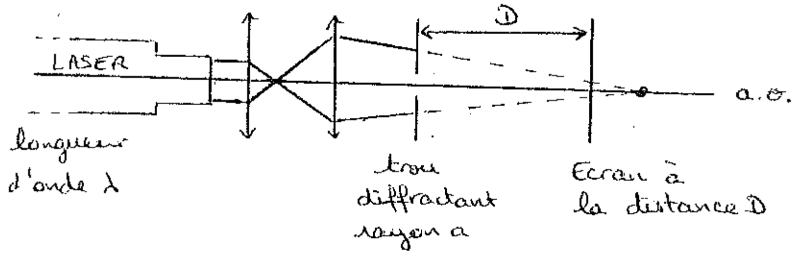
Le calcul nous donne également un critère quantitatif pour distinguer entre les deux approximations : il s'agit du nombre de Fresnel

<u>nombre de Fresnel</u> : $\boxed{\dfrac{a^2}{\lambda D}}$

où a = taille caractéristique de l'objet diffractant
λ = longueur d'onde du rayonnement
D = distance entre l'objet diffractant et l'écran d'observation.

On a :
$$\begin{cases} \dfrac{a^2}{\lambda D} \ll 1 & : \text{diffraction de Fraunhofer} \\[2ex] \dfrac{a^2}{\lambda D} \gg 1 & : \text{diffraction de Fresnel} \end{cases}$$

d'où l'appellation classique de "diffraction à l'infini" dans le cas de la diffraction de Fraunhofer.
On peut étudier l'influence de a et (surtout) de D avec le montage suivant :



On déplace l'écran le long de l'axe optique afin de passer de la diffraction de Fraunhofer (tâche d'Airy) à la diffraction de Fresnel.
Si l'écran est très proche du trou diffractant, on observe des franges sombres à l'intérieur de la tâche centrale de diffraction : on est dans les conditions de la diffraction de Fresnel.
Si le trou diffractant est très petit, il est possible d'observer la figure de diffraction de

Fraunhofer (en plaçant l'écran loin) sans pouvoir observer la figure de diffraction de Fresnel : la taille caractéristique de l'objet est alors trop petite pour satisfaire à $a^2 \gg \lambda D$

On se placera à présent systématiquement en diffraction de Fraunhofer.

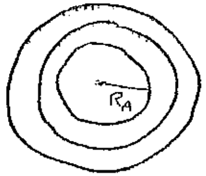
II - Propriétés de la figure de diffraction

1 - Spécificité de la figure de diffraction

On a vu dans les deux montages précédents les figures de diffraction d'un trou circulaire et d'une fente. On a pu remarquer que ces deux figures sont différentes : cela vient de la spécificité de la figure de diffraction d'un objet. Cette spécificité est due au fait que la figure de diffraction de Fraunhofer d'un objet diffractant est la transformée de Fourier spatiale de la fonction de transparence de l'objet.

On a les résultats suivants :

- trou circulaire de rayon R_D



tâche d'Airy

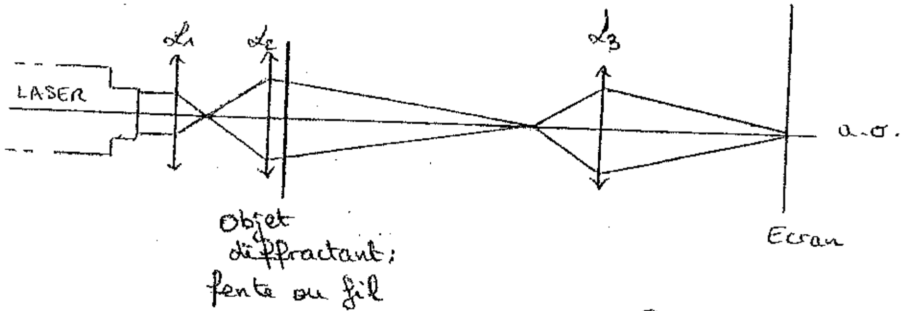
$$\boxed{R_A = \frac{1,22\,\lambda}{D}}$$

- fente fine de largeur a

$$\boxed{\ell = \frac{\lambda}{a}}$$

2. Ecrans complémentaires : théorème de Babinet

Le théorème de Babinet nous assure que deux objets diffractants complémentaires ont la même figure de diffraction, sauf au voisinage immédiat du centre de la figure de diffraction. On le met en évidence par le montage suivant :



3. Quelques propriétés de la transformée de Fourier

- homothétie : $\mathcal{F}\left(f(ax)\right) = \frac{1}{|a|} \cdot \tilde{f}\left(\frac{q}{a}\right)$

où a est le rapport d'homothétie, q est la variable conjuguée à x dans la relation de transformation de Fourier, et $\tilde{f}(q) = \mathcal{F}\left(f(x)\right)$.

On voit donc que si on effectue une homothétie de l'objet diffractant, alors la figure de diffraction subit elle aussi une homothétie. Reprenons le montage précédent avec une fente de largeur réglable. On constate bien que plus la fente est fine, plus la largeur des tâches de diffraction est élevée.

- translation : $\mathcal{F}\left(f(x-a)\right) = \exp\left(-2i\pi q a\right)\tilde{f}(q)$

où a est cette fois la norme du vecteur de translation.

Reprenons une nouvelle fois le montage avec la fente : on constate que si on translate celle-ci dans son plan, la figure de diffraction est inchangée. En effet, le terme $\exp(-2i\pi q a)$ est un terme de phase, or l'information sur la phase est perdue si on ne fait qu'observer une figure de diffraction.

4 - Application : détermination du diamètre de spores de lycopode

On a vu que la figure de diffraction était invariante par translation des objets diffractants. Ainsi, si on place un grand nombre d'objets diffractants identiques disposés de façon aléatoire dans un plan, on aura la même figure de diffraction que pour un seul de ces objets, mais plus lumineuse.
On reprend encore une fois le même montage, et on prend comme objet diffractant une diapositive contenant des spores de lycopode aléatoirement distribués.
On observe une tâche d'Airy dont le rayon

(qu'on mesure à la règle) vaut :

$R_A = \quad \pm$

Soit $\frac{\Delta R_A}{R_A} = \quad \%$.

On utilise un laser de longueur d'onde $\lambda = 632{,}8$ nm, ce qui nous donne un rayon moyen R_D pour les spores de :

$R_D = \quad$ à $\quad$ % près

Remarque : au lieu d'être beaucoup plus jolie et lumineuse qu'une tâche d'Airy due à un seul spore de lycopode, on a une image très bruitée, principalement à cause des poussières présentes dans la diapositive.

III - Applications au traitement d'image

1 - L'expérience d'Abbe : filtrage spatial

Montage : voir tableau 2 à gauche.

Dans le plan de Fourier, on a la figure de diffraction de la grille, donc la transformée de Fourier de la fonction de transparence de la grille.

Sur l'écran, on a une image de la grille, qui est reconstruite à partir des rayons diffractés par la grille. On a en fait, plus ou moins (ça se justifie par le calcul), la transformée de Fourier de la figure de diffraction de la grille. L'information spatiale utilisée pour former l'image de la grille sur l'écran vient de la figure de diffraction puisque ce sont les rayons diffractés qui forment cette image.

Ainsi, si on met une fente dans le plan de Fourier et qu'on supprime certaines fréquences spatiales de la figure de diffraction, cela aura une incidence sur l'image de la grille sur l'écran.

- fente verticale :

  on a supprimé l'information spatiale sur les traits horizontaux : la figure sur l'écran est donc invariante par translation le long de l'axe horizontal. On obtient donc des traits horizontaux sur l'écran.

- fente horizontale :

  même raisonnement : on a supprimé l'information sur les traits verticaux

- fente à 45° :

  toujours le même raisonnement.

On voit donc qu'on a réalisé un filtrage spatial, ce qui a eu une influence sur l'image reconstruite sur l'écran : il est donc important, pour réaliser une image fidèle à l'objet, d'utiliser toutes ses fréquences spatiales.

2. Strioscopie : filtre passe-haut

Montage : voir tableau 2 en haut à droite.

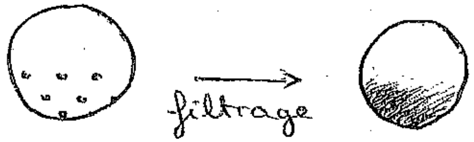
C'est le même principe que pour l'expérience d'Abbe : on a supprimé des fréquences spatiales en bloquant certains rayons diffractés.
Pourquoi dit-on qu'on a réalisé un filtre passe-haut ?
Faisons une analogie avec ce qu'on a pu observer en électronique.
On sait que pour reconstruire un signal carré à partir d'une somme de sinusoïde, on a besoin d'un grand nombre de termes pour bien rendre compte des discontinuités. Les discontinuités (changements brutaux) correspondent donc à des hautes fréquences, pour lesquelles, en théorie, on peut aller aussi loin qu'on veut (c'est-à-dire que dans la décomposition en série de Fourier on

somme jusqu'à l'infini). Pour les basses fréquences, on est limité par la fréquence nulle. Les basses fréquences correspondent donc à des variations "douces" du signal.
Or, on sait que les hautes fréquences spatiales seront celles qui seront le plus déviées par la diffraction. Ainsi, la tête d'épingle, placée dans le plan de Fourier, supprime des basses fréquences. Plus précisément, elle supprime le mode 0 de la figure de diffraction. On a bien réalisé un filtre passe-haut.
C'est pour cela que les bords de l'image ressortent sur l'écran : les bords sont des discontinuités, donc des hautes fréquences.

3. Détramage : filtre passe-bas.

Montage : voir tableau 2 en bas à droite

Le principe est le même que pour la strioscopie, mais inversé : on coupe les hautes fréquences (donc les discontinuités) et on laisse passer les basses fréquences (variations plus douces). Cela permet de lisser le tramage de l'image : les points de la trame (dont les bords sont des discontinuités) apparaissent comme "fondus" entre eux :



Conclusion :

On a vu que la diffraction, qui est un phénomène non descriptible par l'optique géométrique, possède des propriétés intéressantes, notamment pour la diffraction de Fraunhofer. La diffraction est donc un phénomène limitant en optique, mais qui a des applications utiles en traitement d'image : détection des bords, détramage.