

MP9- Diffraction des ondes lumineuses

Gauthier ROUSSEAU & Diane MICARD

2013/2014

Références

- [1] Houard. *Optique, Une approche expérimentale*. 2011.
- [2] Dufait. *Épreuves d'Optique - Agrégation de Sciences Physiques*. 1997.
- [3] Bruhat. *Optique*. 1947.

Rapports de Jury :

2010/2012 : La différence entre la diffraction de Fraunhofer et la diffraction de Fresnel doit être connue et on doit s'assurer que les conditions de Fraunhofer (tant sur l'onde incidente que sur le plan d'observation) sont remplies si on utilise les formules associées. Rappelons que les phénomènes de diffraction peuvent s'observer avec d'autres sources lumineuses que les lasers, dont le "speckle" pouvant parfois nuire à la précision des mesures.

2004/2009 : La diffraction de Fraunhofer est souvent évoquée sans que ses conditions d'obtention soient bien connues. Rappelons que les phénomènes de diffraction peuvent s'observer avec d'autres sources lumineuses que des lasers."

Table des matières

1	Introduction [1]	1
2	Diffraction de Fresnel [2] [3]	3
3	Diffraction de Fraunhofer [2]	5
3.1	Mesure de la taille d'un objet	5
3.2	De 1 à N fentes [2]	5
4	Applications [2]	5
4.1	Le réseau et la spectroscopie	5
4.2	Critère de Rayleigh	6
5	Conclusion	7

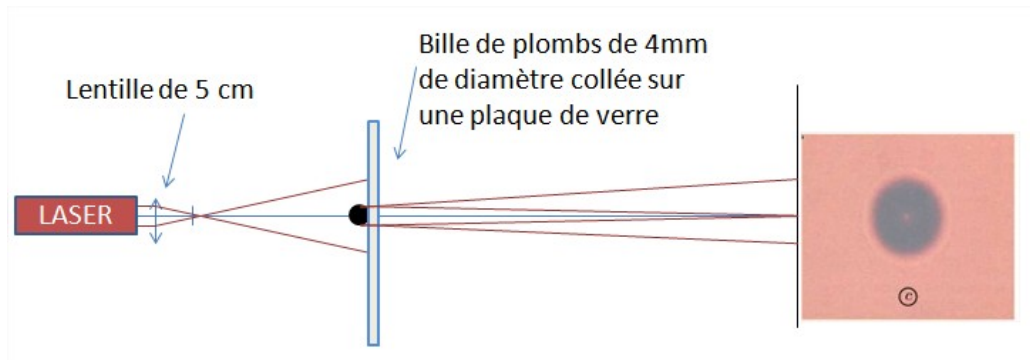
1 Introduction [1]

La diffraction se caractérise par une modification de la forme d'une surface d'onde au passage d'un obstacle. On l'observe donc dans de nombreux domaines de la physique (vagues sur l'eau, ondes sonores ou ondes de matières). Mais ici, on s'intéresse exclusivement aux ondes lumineuses.

La diffraction lumineuse est importante historiquement car c'est elle qui a permis la confirmation de l'hypothèse ondulatoire de la lumière en opposition à la théorie corpusculaire de Newton. Huygens puis Fresnel sont les principaux représentants de cette théorie ondulatoire alors naissante au début du XIXème. Leur principe étant : l'onde diffractée par une ouverture est la somme des ondelettes secondaires fictives émises en chacun de ses points. En 1818, l'Académie des Sciences souhaitant trancher sur l'aspect ondulatoire ou corpusculaire, organise

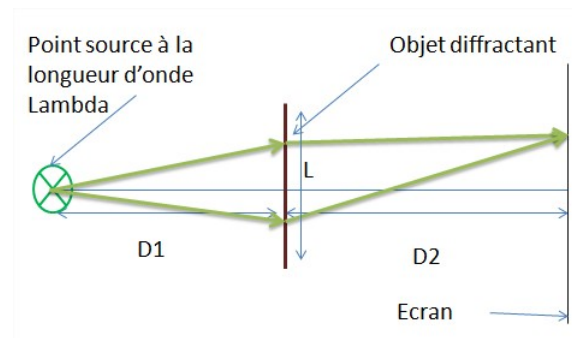
un concours sensé départager les théories. Fresnel est un des concurrents. Poisson, qui est mathématicien membre de Jury, calcule alors, pour réfuter les idées de Fresnel, que lorsque l'on met un obstacle opaque circulaire devant des rayons parallèles, on doit avoir au centre une intensité lumineuse égale à celle sans l'obstacle. Idée beaucoup trop farfelue selon lui et qu'il rejette par principe. Cependant, il réalise l'expérience (selon la légende avec Fresnel et Arago) et à l'issue de cette expérience, s'avoue convaincu et le Prix est décerné à Fresnel. Cette expérience est donc de taille car elle a permis de confirmer une fois pour toute le caractère ondulatoire de la lumière.

Expérience introductive : Tache de Poisson



On observe bien un point d'intensité au centre égale à celle sans la boule

Déterminer la figure de diffraction consiste à additionner les contributions de l'ensemble des ondelettes secondaires générées au niveau de l'objet diffractant. Concrètement, on réalise une intégration de ces sources secondaires sur la surface de l'objet diffractant et on distingue deux cas particuliers qui peuvent être étudiés : la diffraction de Fraunhofer et la diffraction de Fresnel. Pour cela on considère toujours un montage de ce type :



Brièvement, ce qui distingue Fresnel de Fraunhofer est que dans Fresnel, on considère la source et/ou l'écran proche de l'objet diffractant, et la figure de diffraction est dans l'image géométrique. Dans la diffraction de Fraunhofer on considère des sources secondaires en phase et on se place à l'infini, la figure est à donc à l'extérieur de l'image géométrique. La grandeur qui permet de distinguer les régimes de diffraction est le nombre de Fresnel :

$$I = \frac{\pi l^2}{\lambda D_1} + \frac{\pi l^2}{\lambda D_2}$$

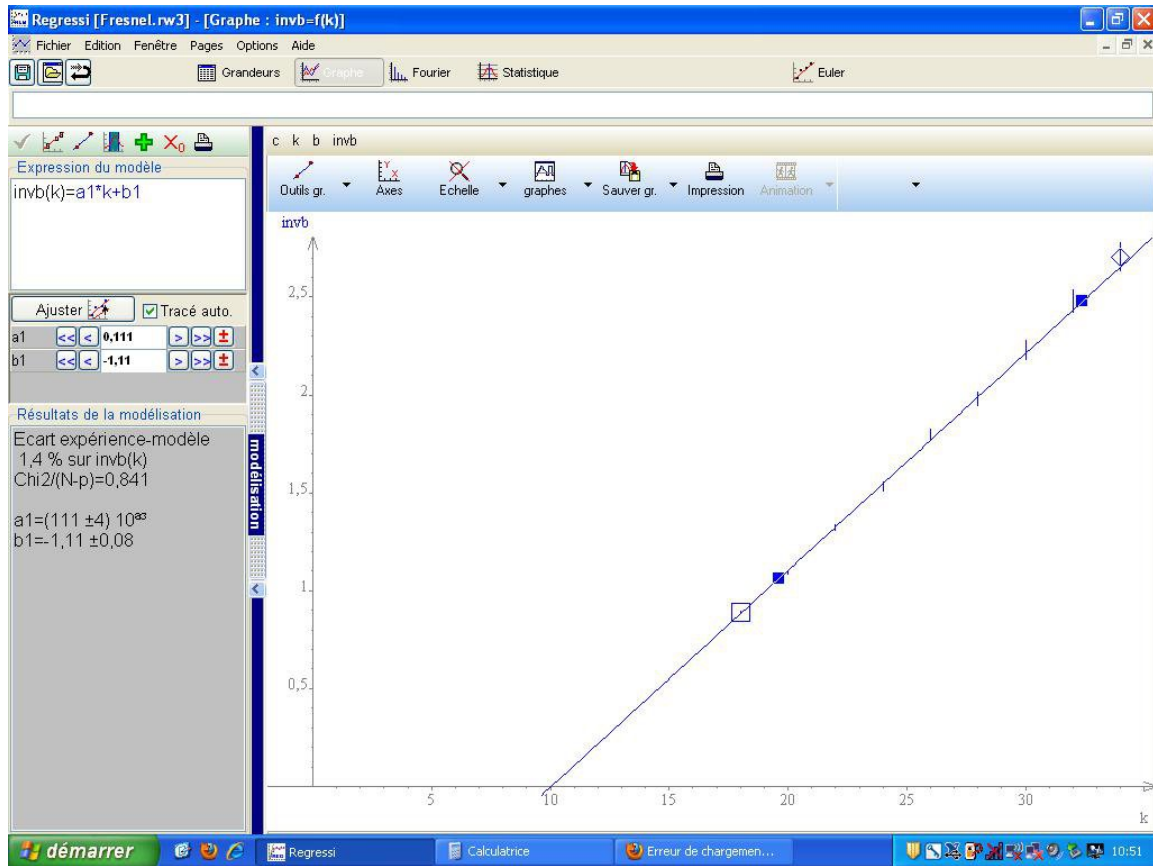
Si $I \ll 1$ alors on est dans les conditions de Fraunhofer, si cette grandeur est grande devant 1 on peut être dans les conditions de Fresnel. **Attention** la diffraction de Fresnel est aussi une approximation où

$$E = \frac{l^4}{\lambda D_1^3} + \frac{l^4}{\lambda D_2^3} \ll 8$$

Il y a donc une double condition $I > 1$ et $E < 1$. Ce terme provient du terme l'ordre 2 du Développement de Taylor qu'il faut pouvoir négliger pour être dans l'approximation de Fresnel.

Traitement

On trouve une magnifique droite sur Regressi et on réalise une modélisation. $y = kL + M$ où $L = \frac{\lambda}{\rho^2}$ et $M = 1/a$.



Incertitudes : la modélisation nous donne une incertitude sur L et M. On déduit $\frac{\Delta L}{L} = 2 \frac{\Delta \rho}{\rho}$ et $\Delta a = \frac{\Delta M}{M^2}$ On trouve $a = \pm \rho = \pm$ Pour passer de Fresnel à Fraunhofer il faut jouer sur

$$I = \frac{l^2}{\lambda D_1} + \frac{l^2}{\lambda D_2}$$

On peut réduire l pour avoir un I plus faible et se retrouver dans les conditions de Fraunhofer. (faire l'expérience)

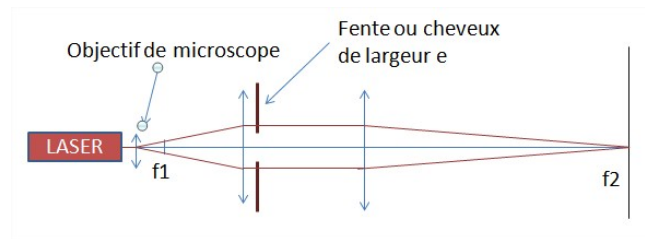
3 Diffraction de Fraunhofer [2]

Maintenant on envoie des rayons parallèles sur l'objet diffractant. I devient $I = \frac{l^2}{\lambda D}$. Sur une paillasse nous sommes limités en longueur. $D \sim 1m$ et $\lambda \sim 600nm$. Nous sommes donc limités à des objets de taille inférieure à 0,1mm.

3.1 Mesure de la taille d'un objet

Un des intérêts de la diffraction de Fraunhofer est de pouvoir revenir à la taille d'un objet en observant leur figure de diffraction. En effet, la relation liant taille de la tâche centrale à l'objet est la suivante : $\sin(\theta) = \frac{\lambda}{a} = \frac{e}{2D}$

Expérience 2 : Mesure de la taille d'un objet



Pour une fente réglable que l'on fixe à une taille donnée par le vernier l = On effectue une mesure de D , de e avec les incertitudes. On revient à la valeur de a .

On en profite pour illustrer les propriétés de diffraction suivante :

- La figure de diffraction reste la même par translation de l'objet diffractant.
- La figure de diffraction est l'image géométrique de la source.
- La dilatation de la pupille induit un rétrécissement de la largeur du même facteur. $2a \rightarrow \frac{d}{2}$

Qu'en est-il pour un fil opaque comme un cheveux ?

C'est le théorème de Babinet qui nous dit que la figure de diffraction produite par deux pupilles complémentaires est la même, sauf dans la direction de l'optique géométrique. Donc pour un cheveux, si on réalise la figure de diffraction, on peut revenir à la taille en regardant les deux maxima qui correspondent à $\sin(\theta) = \frac{\lambda}{a} = \frac{e}{2 \cdot 2 \cdot D}$

3.2 De 1 à N fentes [2]

La figure de diffraction de 2 fentes d'Young donne le produit de deux termes : celui correspondant à la figure d'interférence et celui correspondant à la figure de diffraction d'une fente. Ceci s'explique très bien si on considère que la figure de diffraction est la transformée de Fourier de l'objet diffractant. L'objet diffractant étant deux diracs convolués à une fonction porte. La transformée de Fourier donne donc la multiplication d'un cosinus (terme d'interférence) avec un sinuscardinal (terme de diffraction). Si on augmente le nombre de fentes sur une même distance, on tend progressivement vers un peigne avec des maxima bien localisés, défini par : $I(\phi) = I_1 * \frac{\sin^2(\frac{N\phi}{2})}{\sin^2 \frac{\phi}{2}}$ où $\phi = 2 * \pi * \frac{d * \sin i}{\lambda}$ Donc les maxima sont localisés à $\phi/2 = k * \pi$. D'où un écart entre deux intensités maximales (E) égal à $\frac{d * \sin i}{\lambda} = 1$

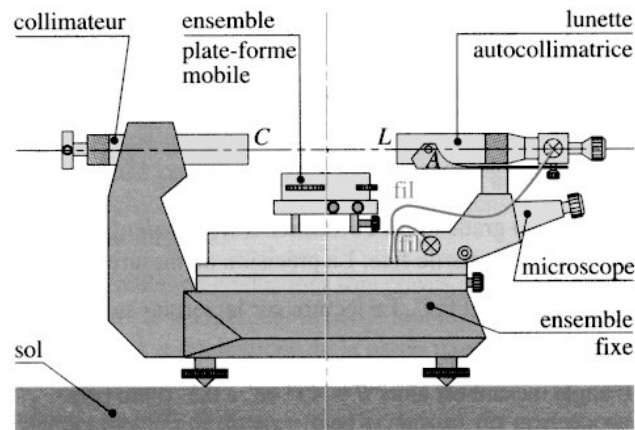
$$\sin(i) = \frac{\lambda}{a}$$

C'est la formule du réseau.

4 Applications [2]

4.1 Le réseau et la spectroscopie

Ainsi, on peut utiliser cette propriété pour bien décomposer la lumière d'une lampe au mercure par exemple. Le problème est que contrairement à tout à l'heure, on ne peut pas se placer dans l'approximation des petits angles, d'où l'utilisation d'un goniomètre.

Expérience 3 : Mesure du pas du réseau avec un goniomètre

Avec un goniomètre, on peut mesurer précisément l'angle de mesure. On peut ainsi remonter au pas du réseau. On regarde l'ordre le plus grand et on utilise la formule du réseau.

$$\sin(i) = \frac{k * \lambda}{a}$$

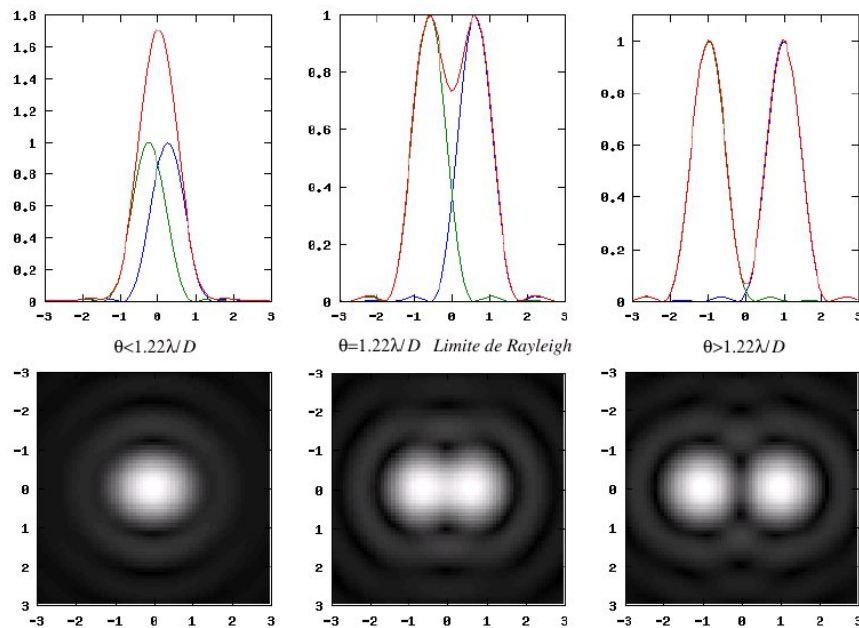
On prend $k =$ $\lambda =$ $\pm$ On détermine l'incertitude sur a

$$\delta a = a * \sqrt{\left(\frac{\delta \lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\delta \theta}{\tan \theta}\right)^2}$$

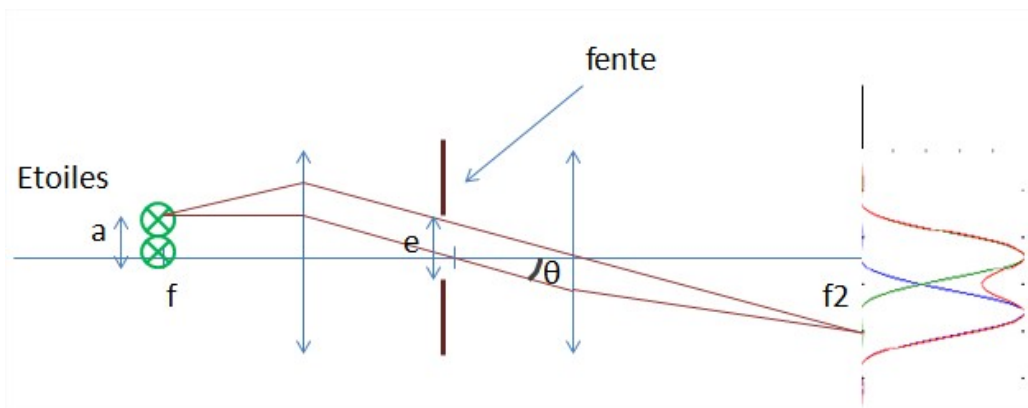
4.2 Critère de Rayleigh

La limite de résolution d'un instrument d'optique est la capacité de cet instrument à donner des images séparées de deux objets angulairement très proches. Un des aspects les plus courants de la diffraction est la limite de cette résolution.

En particulier pour la lunette astronomique, la monture est la principale limite de résolution de l'instrument. En effet, le diaphragme, de taille finie, diffracte la lumière et forme une figure de diffraction de l'objet. Pour une étoile, on forme ce que l'on appelle un disque d'Airy. On peut illustrer ce principe à l'aide de l'expérience suivante. On fait l'image de deux fentes distantes de a , à l'aide de deux lentilles (une pour créer des rayons à l'infini et l'autre pour projeter). Elles représentent deux étoiles lointaines d'où proviennent des rayons parallèles. On place alors le diaphragme sur ces rayons. On place une fente entre les deux lentilles qui sera l'objet diffractant. Ainsi, chaque objet sera accompagné de sa figure de diffraction. Plus on diminue la largeur de la fente, plus on voit que l'image se brouille car on superpose les figures de diffraction. C'est à dire pour un angle d'arrivée de l'ordre de $\frac{\lambda}{a}$. Donc lorsque l'angle séparant les objets est inférieur à $\frac{\lambda}{a}$ on ne peut plus résoudre les objets. Dans le cas d'une ouverture circulaire, le critère est augmenté de 1,22 à cause de la figure de diffraction qui est différente.



Expérience 4 : Critère de Rayleigh



L'angle $\theta =$

$\frac{a}{f_1}$ D'où $e = \frac{\lambda}{\theta} = \frac{\lambda \cdot f_1}{a}$ Vérifions (s'il reste encore du temps) que cette taille de fente correspond bien à la valeur recherchée.

5 Conclusion

La diffraction lumineuse s'observe dès qu'un front d'ondes lumineux rencontre une limitation spatiale. En fonction de cette limitation, la diffraction deviendra un atout de par sa dépendance en λ (la spectroscopie), où un inconvénient de par la dispersion de la lumière (limite de résolution des instruments d'optique). Une autre utilisation courante de la diffraction est la mise à profit de la relation de transformée de Fourier entre l'objet diffractant et la figure de diffraction. On définit ainsi un plan de Fourier dans lequel on peut installer un objet qui va limiter les fréquences spatiales voulues. La strioscopie est un exemple bien connu de ce phénomène.