

MP09 — Diffraction des ondes lumineuses

5 novembre 2015

« *Exit light, enter night, take my hand we're off to
Never-never land !* »

Romain BERTHELARD & Paul EPRON

METALLICA (ENTER SANDMAN)

Bibliographie

⚡ <i>Physique expérimentale aux concours de l'enseignement ; J.P. Bellier</i>	Montage réseau en réflexion.
⚡ <i>Optique expérimentale ; Sextant</i>	Montage optique de Fourier

Table des matières

1	Diffraction par une fente fine	2
1.1	Principe	2
1.2	Quelques constats	3
1.3	Exploitation de la figure de diffraction	3
2	Diffraction par un réglet métallique	3
2.1	Principe du montage	4
2.2	Exploitation des résultats	5
2.3	Incertitudes	5
2.3.1	Incertitude sur D	5
2.3.2	Incertitude sur y_p	5
2.3.3	Incertitude sur la valeur de la longueur d'onde du laser	6
3	Optique de Fourier	6
3.1	Image d'une grille et de sa figure de diffraction	7
3.2	Filtrage spatial	8
3.3	Détramage et strioscopie	8

Commentaires du jury

2014, 2015 : La différence entre diffraction de Fraunhofer et diffraction de Fresnel doit être connue, et l'on doit s'assurer que les conditions de Fraunhofer sont remplies si l'on utilise les formules associées. Attention aux expériences de filtrage spatial qui sont souvent mal comprises. La détermination de la taille d'un fil ou d'un cheveu est d'autant plus intéressante que la valeur mesurée peut être comparée à une valeur tabulée ou mesurée par une technique complémentaire.

Sinon, il est essentiellement rappelé qu'il est important que tout soit bien aligné dans un montage d'optique.

Introduction

La diffraction est une manifestation du caractère ondulatoire d'un phénomène, c'est-à-dire que toutes les ondes peuvent diffracter (et tout ce qui diffracte est une onde). En particulier, la lumière possède un caractère ondulatoire puisqu'on peut observer des phénomènes de diffraction lorsqu'elle traverse des ouvertures ou rencontre des obstacles dont la dimension est de l'ordre de grandeur (jusqu'à quelques ordres de grandeur en fait) de sa longueur d'onde.

La description de la diffraction n'est pas possible avec l'optique géométrique et elle est donc basée sur le modèle scalaire de la lumière et le principe d'Hyugens-Fresnel. Dans ce montage, on se placera toujours dans les conditions dites de Fraunhofer : l'observation du phénomène de diffraction se fait l'infini ou dans le plan focal image d'une lentille convergente. À noter tout de même que dans la pratique (et on procèdera ainsi), il suffit de se placer à quelques mètres de l'élément diffractant pour obtenir des résultats très proches de la diffraction de Fraunhofer.

Dans le cadre de ce montage, on va faire le lien entre les propriétés de la figure de diffraction et celles de l'objet qui est à l'origine de la diffraction. On verra aussi qu'il est possible d'intervenir sur la figure de diffraction d'un objet pour modifier son image réelle.

1 Diffraction par une fente fine

1.1 Principe

Cette manipulation exploite la relation entre la largeur (a) d'une fente, la longueur d'onde de la lumière incidente (λ) et la largeur de la tâche centrale de diffraction. On rappelle que dans le cas de diffraction par une fente fine, l'étalement angulaire suit la relation :

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{a} \quad (1)$$

Si l'on place un écran (ou un capteur) à une distance D de la fente, alors un peu de trigonométrie et l'approximation des petits angles permettent de montrer que la largeur de la tâche centrale est reliée à l'ouverture par :

$$L = \frac{2\lambda D}{a} \quad (2)$$

Dans le cas d'une diffraction sur fente fine avec un laser, les conditions de Fraunhofer sont réalisées dès que D dépasse quelques centimètres. Le fait que la condition sur D soit si peu contraignante provient des propriétés géométrique du laser : la diffraction de Fraunhofer est réalisée si le rayon de courbure de l'onde incidente et la distance fente-écran sont tous les deux très grands¹.

Diffraction par une fente fine



⊙10'

Matériel utilisé :

- fente fine (de largeur connue pour comparer à la mesure)
- laser de longueur d'onde connue
- capteur photométrique (CALIENS)

On envoie le laser sur la fente et on observe la figure de diffraction sur le détecteur (ou l'écran) que l'on place à quelques dizaines de centimètres de la fente. Si on utilise CALIENS, il faut jouer un peu sur avec l'arrivée du laser sur la fente pour que seul le pic central soit saturé. C'est un peu délicat mais ça se fait.

1. Pour plus de détails, je renvoie au *Sextant*, p.191.

1.2 Quelques constats

Tous les constats qui suivent trouvent leur justification dans le fait que l'amplitude diffractée par la fente est la transformée de Fourier de celle-ci ;

$$A(q) = K A_0 \int_{-\infty}^{+\infty} t(x) \exp(-2i\pi qx) dx \quad (3)$$

où $q = \lambda^{-1} \sin \theta$ (θ étant la direction d'observation). Or l'œil (et tous les autres détecteurs photométriques) sont sensibles au **carré du module** de cette amplitude. Ainsi :

- si on déplace la source dans le sens de la fente, la figure de diffraction suit ce déplacement.
- si on translate la fente selon son axe, la figure de diffraction est inchangée (tant que la fente est éclairée). Ceci est dû au fait que la translation de la fente introduit un terme de phase en $\exp(2i\pi x_0)$ qui n'apparaît dans l'intensité, son module valant 1.
- si on fait tourner la fente dans son plan, la figure de diffraction pivote de même.

1.3 Exploitation de la figure de diffraction

La mesure de la largeur de la tâche centrale permet de déterminer la largeur de la fente fine (relation (2)). On détermine l'incertitude et la distribution de probabilité sur chaque paramètre de la relation (2) qui permet d'aboutir à la valeur de la largeur de la fente a . Le logiciel GUM-MC gère ça très bien : il tient compte de toutes les sources d'incertitude et les combine (théorie de propagation des incertitudes) pour aboutir à l'incertitude sur la valeur finale. Il indique même la contribution de chacune dans le calcul de l'incertitude globale.

Dans le cas présent, on trouve :

$$a = (\quad \pm \quad) \text{ mm}$$

Ce résultat est donné au seuil de confiance de 95%. Il est à relier à la valeur qui est indiquée par le constructeur de la fente pour vérifier s'il y a compatibilité. On peut considérer que cette valeur est elle-même entachée d'une incertitude relative de 10% en l'absence d'indications supplémentaires. Il y a compatibilité entre l'expérience et le résultat attendu si les incertitudes se « recouvrent ».

Cette démonstration d'un effet de diffraction est des plus simples à mettre en œuvre mais elle est déjà porteuse de renseignements. Des mesures sur la figure de diffraction permettent d'obtenir des renseignements sur la géométrie de l'objet responsable de la diffraction. La manipulation suivante va mettre en jeu plusieurs motifs diffractant et on va de nouveau mesurer une longueur relative à cet objet : le pas.

2 Diffraction par un réglelet métallique

Un réseau est constitué de plusieurs motifs (traits fins) diffractant. Les motifs sont séparés d'un **pas** qui est un paramètre essentiel pour décrire la manière dont cet objet va diffracter la lumière. Là encore on se place dans le cadre de l'observation à grande distance qui est une bonne approximation des conditions de Fraunhofer. On y observe l'amplitude diffractée par l'objet à l'infini et qui provient des interférences des rayons provenant de tous les motifs éclairés. On parle d'interférences à ondes multiples.

Dans le cas présent, on va s'intéresser à un réglelet métallique. Des graduations y sont gravées et supposément espacées de 1 mm. Elles constituent un réseau de motifs diffractant.

2.1 Principe du montage

On utilise ici la relation des réseaux par réflexion. La lumière frappe le réseau avec un angle incidence i et on observe les interférences à ondes multiples dans la direction θ . La différence de marche entre deux rayons est donnée (si on considère les angles géométriques non orientés) par :

$$\delta = \ell (\sin i - \sin \theta) \quad (4)$$

Les interférences constructives ont lieu quand la différence de marche est un multiple de la longueur d'onde du laser :

$$\ell (\sin i - \sin \theta) = p\lambda \quad (p \in \mathbb{N}) \quad (5)$$

Dans le cas d'un régllet (ou d'un pied à coulisse), les graduations gravées dans le métal forment un réseau. La réflexion du laser sur le régllet va engendrer une figure de diffraction composée des différents ordres p . Si la mesure des angles i et θ peut s'avérer malaisée, on a facilement accès à leurs complémentaires en positionnant un écran à une distance D du point d'impact. Ceci transforme légèrement la relation (5) en :

$$\ell (\cos \alpha_0 - \cos \alpha_p) = p\lambda \quad (6)$$

Les différents ordres apparaissent sur l'écran, et il suffit de mesurer les distances y_p et la valeur de D pour obtenir la valeur des angles α_p . L'ordre 0 correspond en particulier à la réflexion décrite par l'optique géométrique, ce qui explique qu'on ait remplacé i par α_0 dans la relation (6).

Diffraction par réseau en réflexion

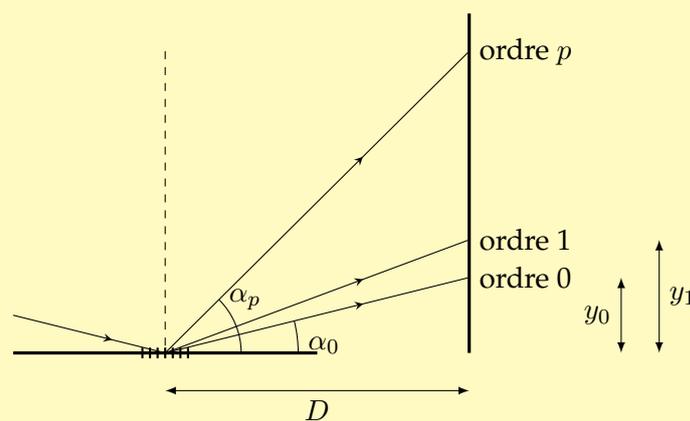
✎ JP. Bellier

⊙15'

Matériel :

- laser
- régllet ou pied à coulisse
- écran
- mètre ruban

On envoie le laser sur le régllet pour que celui-ci diffracte la lumière. La figure d'interférences à ondes multiples est visualisée sur un écran.



La figure montre qu'on a accès aux angles α_p par la relation :

$$\tan \alpha_p = \frac{y_p}{D} \quad (7)$$

Dans la pratique, on constate que les tâches de diffraction sont assez étalées (on reviendra sur ce point dans le traitement des incertitudes). Pour limiter l'erreur que peut induire cette largeur, on

prendra des mesures pour des ordres de diffraction supérieurs à 3. De plus, comme on veut tracer une droite et que c'est le coefficient directeur nous intéresse, il est souhaitable (surtout si on prend peu de points) de prendre des ordres de sorte que l'étendue soit de l'ordre de la dizaine.

2.2 Exploitation des résultats

On a mesuré les différentes valeurs y_p et fait calculer au logiciel *Regressi* les valeurs $\cos \alpha_p$ correspondant. Connaissant l'incertitude sur D et y_p , celle sur la valeur de $\cos \alpha_p$ est déterminée par le logiciel par la formule de propagation des erreurs.

On trace le graphe $\frac{\cos \alpha_p}{\lambda} = f(p)$ qui est supposé être une droite dont le coefficient directeur est directement ℓ^{-1} (en valeur absolue) vu la relation des réseaux en réflexion (6) :

Regressi, lorsqu'on lui fournit les incertitudes sur les valeurs, peut calculer les coefficients de la droite d'ajustement **en tenant compte de ces incertitudes**. En sortie, il fournit les coefficients² avec un intervalle de confiance à 95% et une valeur de χ^2 réduit dont la valeur doit être proche de 1. L'incertitude sur la valeur de ℓ^{-1} est celle qui résulte de la méthode des moindres carrés à laquelle *Regressi* a recours pour tracer la droite de meilleur ajustement. On obtient à l'issue de l'expérience :

$$\ell^{-1} = (\quad \pm \quad) \text{ m}^{-1}$$

Ce qui correspond finalement à :

$$\ell = (\quad \pm \quad) \text{ mm}$$

On compare la valeur trouvée avec le pas du réglelet métallique.

2.3 Incertitudes

Discutons un peu plus en détail de l'ensemble des incertitudes qui entourent les mesures amenant à la valeur finale de ℓ . On a dû mesurer la distance écran-impact (D) et la hauteur des tâches de diffraction formées sur l'écran (y_p).

2.3.1 Incertitude sur D

Le laser, lorsqu'il est envoyé sur le pied à coulisse, s'étale et forme une tâche. C'est une nécessité dans le sens où on doit éclairer plusieurs motifs du réseau afin d'exploiter les propriétés de diffraction à ondes multiples : les tâches que l'on observe sont d'autant plus fines que la longueur totale du réseau éclairé est grande. L'étendue (notons-la e) de la tâche est de l'ordre du centimètre et on a donc une incertitude sur le point d'impact du laser.

Aussi quand on mesure donc la distance entre l'écran et le milieu de la tâche, l'incertitude est évaluée à $\pm \frac{e}{2}$. On a donc tendance à choisir D entre 1 m et 2 m pour que l'incertitude relative sur cette donnée soit aussi réduite que possible.

2.3.2 Incertitude sur y_p

Lorsque de la mesure de la hauteur à laquelle se trouve la tâche, deux sources d'incertitudes peuvent influencer sur le résultat :

- la largeur de la tâche diffractée ;
- la graduation du mètre ruban.

Aux bas ordres, les tâches sont relativement étalées : plusieurs millimètres de diamètre. C'est donc cette incertitude qui domine on prend l'erreur commise sur la localisation de la tâche comme valant la moitié de ce diamètre. Lorsque le diamètre que la tâche devient de l'ordre de la graduation

2. Pour plus de détails sur la manière dont *Regressi* calcule ce genre de coefficient et pour savoir de manière très générale comment il fonctionne (moyennant quelques connaissances en tests statistiques), je renvoie à la notice d'utilisation disponible à l'adresse suivante :

http://jeanvilar.net/docs/physique_chimie/Regressi_complet.pdf

la plus petite à notre disposition (le millimètre), l'incertitude devient celle causée par l'instrument de mesure lui-même (le mètre-ruban).

De plus dans tous les cas on commet une erreur systématique (connue, donc corrigable) : le laser frappe le réglelet qui lui-même a une certaine hauteur ! Il ne faut pas oublier de retrancher cette valeur lorsqu'on mesure la hauteur d'un ordre y_p . Dans le cas présent, le réglelet a une hauteur de 5 mm.

2.3.3 Incertitude sur la valeur de la longueur d'onde du laser

Elle peut être fournie par le constructeur, mais en général sa valeur est si faible par rapport aux autres sources d'incertitude qu'on ne la retient généralement pas. Typiquement pour un laser He-Ne, la largeur spectrale est de l'ordre de 0.1 nm.

Là encore, des mesures sur la figure de diffraction permettent d'avoir accès à des informations sur l'objet responsable de la diffraction. Cette manipulation met en jeu un objet simple : il est possible de faire de la diffraction de réseau avec un réglelet métallique « tout bête » ! Dans le principe, le résultat est obtenu par une méthode plus précise que celle de la première expérience, puisqu'on utilise plusieurs points de mesure et qu'on réalise un ajustement.

Cette expérience a de nouveau montré qu'en réalisant des mesures sur la figure de diffraction on peut obtenir des renseignements sur l'objet diffractant lui-même. On va maintenant montrer qu'en agissant directement sur la figure de diffraction, on peut modifier les propriétés de l'image réelle de l'objet. Cela va mettre en évidence que la figure de diffraction contient réellement des informations spatiales sur l'objet qui en est à l'origine.

3 Optique de Fourier

Dans l'expérience précédente, la mesure du pas du réseau conduit à introduire la notion de **fréquence spatiale** puisqu'on observe une répétition du motif. Or il s'avère que lorsqu'un objet diffracte la lumière, sa figure de diffraction de Fraunhofer se trouve être la transformée de Fourier de sa transparence. Cette figure est située à l'infini ou dans le plan focal image d'une lentille.

Dans le montage ici présenté, on va observer simultanément l'image de l'objet et sa transformée de Fourier. On va également s'intéresser à la manière dont l'image de l'objet est modifiée si on intervient sur son spectre en fréquences (spatiales).

3.1 Image d'une grille et de sa figure de diffraction

Filtrage spatial

✎ Adapté de Duffait, p. 129

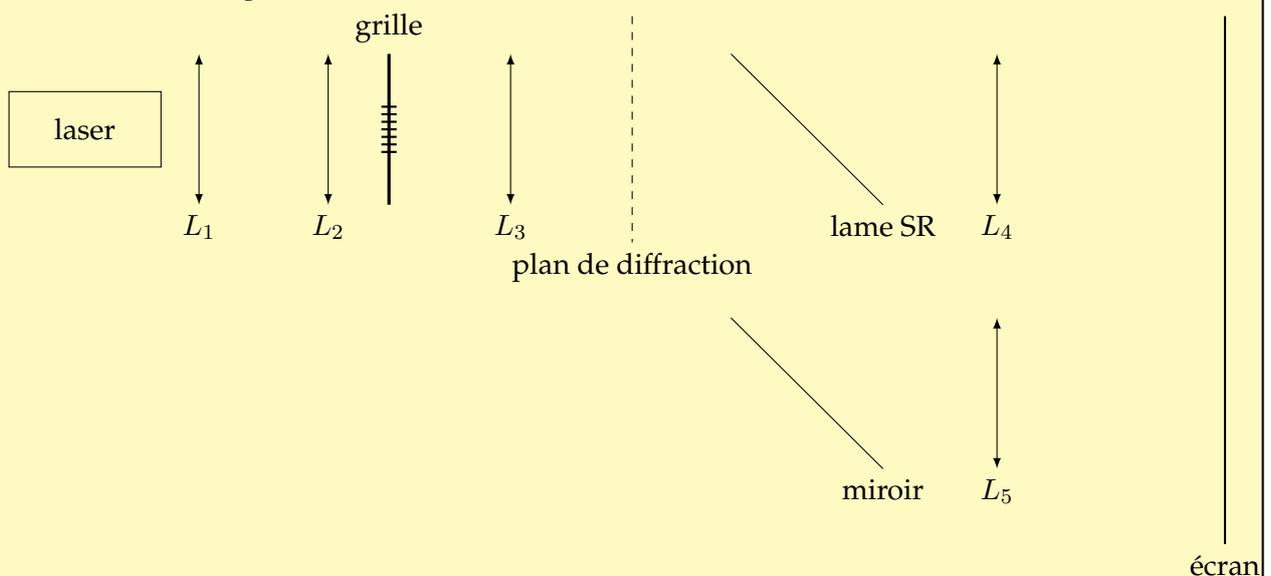
⊙15'

Matériel :

- source de lumière monochromatique (laser vert)
- lentilles de focales
 - $f'_1 = 50$ mm
 - $f'_2 = 120$ mm
 - $f'_3 = 160$ mm
 - $f'_4 = 160$ mm
 - $f'_5 = 300$ mm
- grille (100 traits/cm)
- écran

Le montage est un peu complexe car on cherche à faire apparaître l'image réelle et la transformée de Fourier, mais il permet de vraiment bien tout faire apparaître et d'intervenir aisément sur chaque composante.

Schéma du montage :



L'ensemble $\{L_1 + L_2\}$ forme un système **afocal** de sorte que les rayons sources soient parallèles et que le faisceau soit légèrement agrandi mais qu'on ne perde pas de luminosité : on n'éclaire qu'une partie de la grille (et c'est amplement suffisant). L'objet est placé un peu avant le plan focal objet de L_3 , de telle sorte que son image par le système $\{L_3 + L_4\}$ soit bien nette sur l'écran et avec un bon grandissement.

On recherche avec une feuille de papier l'endroit où se trouve le plan de Fourier : c'est un ensemble de points lumineux. On place ensuite une lame semi-réfléchissante après le plan où se trouve la figure de diffraction, qui scinde le faisceau lumineux en deux. Sur le chemin dévié, on place un miroir puis la lentille L_5 de sorte qu'on fasse l'image de la figure de diffraction sur l'écran.

Cette configuration permet de visualiser simultanément l'image de la grille par le système optique et sa figure de diffraction (sur laquelle on va agir).

La figure de diffraction de la grille s'étend sur deux dimensions puisque les motifs de la grille sont eux-mêmes répartis sur deux dimensions.

3.2 Filtrage spatial

À présent, on place une fente réglable dans le plan de Fourier de la grille. En refermant la fente, on supprime les composantes spatiales relatives à une direction. Si on agit de sorte que dans le plan de Fourier ne subsiste qu'une unique ligne de composantes spatiales, l'image de la grille ne sera plus qu'une succession de traits parallèles entre eux ! La direction de ces traits est orthogonale à celle qu'ont les fréquences spatiales dans le spectre de la grille.

Si on tourne la fente fine de 45° , il ne reste que la composante continue et deux composantes « en diagonale ». L'image de la grille est alors une succession de traits dont la direction est (encore) orthogonale à celle formée par les fréquences que l'on a conservées.

On reprend à présent une fente verticale mais on l'élargit de sorte qu'on conserve les fréquences d'ordres 0, 1 et -1. Puis on place une bande qui masque l'ordre 0. La fréquence spatiale est alors doublée et l'image de la grille comporte deux fois plus de traits qu'au départ.

On peut aussi placer un diaphragme réglable au niveau de la figure de diffraction et le refermer jusqu'à ne laisser que les basses fréquences spatiales. On constate que l'image de la grille est considérablement moins nette qu'auparavant. La suppression des hautes fréquences s'apparente au brouillage des détails (les variations rapides de la transparence de l'objet en fait).

3.3 Détramage et strioscopie

On a vu que l'intervention sur le plan de Fourier pouvait modifier les propriétés d'une image. Il est possible de mettre en évidence le fait qu'on peut exacerber les détails ou bien au contraire les rendre moins apparents. Lorsqu'on atténue les détails il s'agit du procédé de **détramage**.

On place dans le plan objet une photographie tramée. On obstrue peu à peu le spectre en fréquence de l'objet dans le plan de Fourier de sorte que les hautes fréquences soient coupées. Pour un certain diamètre, la trame disparaît de l'image. Il ne faut pas obstruer trop loin le spectre fréquentiel sous peine de rendre moins nette la photographie ; ce n'est pas le but recherché.

À l'inverse, on peut placer une lame de rasoir dans le plan objet et obstruer dans le plan de Fourier non pas les hautes fréquences, mais la composante continue (la tâche centrale). Cette fois-ci, on exalte les détails de la figure et on empêche l'arrivée de la composante continue. On parle de **strioscopie**.

Conclusion

Au cours de ce montage, on s'est attachés à montrer que la figure de diffraction permettait d'obtenir des informations sur l'objet diffractant la lumière (comme la largeur de la fente, le pas du réseau). Bien sûr, il est possible d'agir dans l'autre sens : on considère la dimension de l'objet diffractant comme connue et on peut obtenir la longueur d'onde de l'onde lumineuse diffractée.

Les techniques de filtrage spatial ont permis quant à elles de mettre à profit la localisation du plan de Fourier. Il est possible d'agir sur le spectre directement pour couper les basses ou les hautes fréquences, ou bien seulement celles relatives à une direction donnée. Les techniques montrées ici ont été réalisées en lumière cohérente mais elles restent valables³ en lumière blanche (en fait en lumière non cohérente).

3. Cela peut apparemment être montré au prix de quelques manipulations calculatoires fiévreuses.

Questions, remarques, gribouillis si vous trouvez le temps long :