

MP 09 – DIFFRACTION DES ONDES LUMINEUSES.

8 décembre 2016

Karen Monneret & Paul Haddad

«Il y a toujours une bonne et heureuse solution à tous les problèmes qui existent dans la vie des humains.»

TOURÉ BÉBA

Commentaires du jury

2014, 2015, 2016 : La différence entre diffraction de Fraunhofer et diffraction de Fresnel doit être connue, et l'on doit s'assurer que les conditions de Fraunhofer sont remplies si l'on utilise les formules associées. Attention aux expériences de filtrage spatial qui sont souvent mal comprises. La détermination de la taille d'un fil ou d'un cheveu est d'autant plus intéressante que la valeur mesurée peut être comparée à une valeur tabulée ou mesurée par une technique complémentaire.

Bibliographie

✎ Duffait, *Expériences d'optique*

✎ Sextant, *Optique expérimentale*

✎ Houard, *Optique*

→ Diffraction de Fresnel

→ Diffraction de Fraunhofer et Rayleigh

→ Des explications sur l'optique

Expériences

☞ Diffraction de Fresnel

☞ Diffraction de Fraunhofer

☞ Pouvoir de résolution, critère de Rayleigh

Table des matières

1	Diffraction de Fresnel	2
2	Passage de Fresnel à Fraunhofer	3
3	Diffraction de Fraunhofer	3
4	Critère de Rayleigh	4

Introduction

La diffraction de la lumière est un phénomène dû à l'aspect ondulatoire de la lumière. On remarque lorsqu'il y a diffraction que la figure observée sur un écran ne correspond plus du tout à la figure géométrique de l'ouverture. Les physiciens ont développé des modèles pour expliquer ce phénomène notamment à l'aide du principe de Huygens-Fresnel. Nous nous intéresserons dans ce montage à deux types de diffraction, celle dite de Fresnel et celle de Fraunhofer. Nous caractériserons ces deux types de diffraction par un nombre sans dimension appelé nombre de Fresnel défini comme :

$$F = \frac{\rho^2}{2\lambda D}$$

Où ρ est la taille typique de l'ouverture par laquelle la lumière va diffracter, λ la longueur d'onde de la lumière et D la distance fente écran. Si $F \gg 1$ c'est le cas de la diffraction de Fresnel et si $F \ll 1$ dans c'est celle de Fraunhofer.

Diffraction de Fresnel

Commençons par la diffraction de Fresnel. Pour cela nous allons faire diffracter la lumière à travers une ouverture circulaire de diamètre d'environ 2.9 mm qui est une valeur donnée par le constructeur. Nous utiliserons un laser He-Ne donc $\lambda = 632.8 \text{ nm}$. La distance ouverture écran est de l'ordre du mètre pour cette expérience. Cela nous donne un nombre de Fresnel :

$$F = \frac{\rho^2}{2\lambda D} = \frac{(1.4 \times 10^{-3})^2}{2 \times 632.8 \times 10^{-9} \times 1} = 15 \gg 1$$

Nous sommes bien dans le cadre de la diffraction de Fresnel.

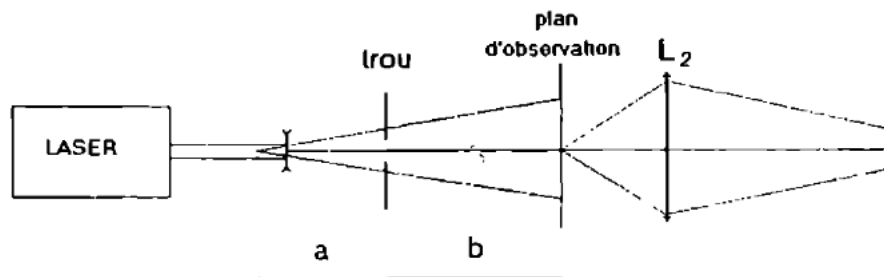


FIGURE 1 – Diffraction de Fresnel

On place donc à la sortie du laser un objectif de microscope ou bien une lentille de courte focale afin d'élargir le faisceau. On place ensuite l'ouverture circulaire. On observe alors des cercles concentriques sombres et brillants sur l'écran. C'est la figure de diffraction d'une ouverture circulaire dans le cadre de la diffraction de Fresnel.

Afin d'agrandir ces anneaux on peut placer une lentille de focale de 100 mm. Pour de rendre quantitatif cette manipulation (parce que le but d'un montage c'est de tracer des droites...) il existe un lien entre le nombre d'anneaux que l'on observe sur la figure et la taille de l'ouverture circulaire.

La relation est la suivante :

$$\frac{1}{b} = \frac{n\lambda}{\rho^2} - \frac{1}{a}$$

Où n est le nombre d'anneaux total et ρ le rayon de l'ouverture. Nous allons donc compter les anneaux sombres (noté k) car c'est plus simple et ensuite nous obtiendrons $n = 2(k + 1)$ tout en faisant varier la distance $b = D - f$.

Nous pourrions donc remonter à la taille de l'ouverture ρ ainsi qu'à la distance a en traçant :

$$\frac{1}{b} = \alpha n - \beta$$

Pour cela nous utilisons l'ouverture circulaire de rayon $\rho_{th} = 1.4 \text{ mm}$

La modélisation sous le génial logiciel Regressi nous donne les valeurs suivantes.

$$\alpha = \quad \beta =$$

On en déduit la valeur de ρ_{exp} , quant aux incertitudes nous utilisons la formule de propagation des erreurs mais nous négligeons l'incertitude sur la longueur d'onde du laser.

$$\rho_{\text{exp}} = \sqrt{\frac{\lambda}{\alpha}} \quad \Delta\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\alpha^3} \right)^{1/2} \Delta\alpha$$

Pour la valeur de a :

$$a = \beta^{-1} \quad \Delta a = \frac{\Delta\beta}{\beta^2}$$

Il suffit maintenant de comparer la valeur de l'ouverture à celle donnée par le constructeur ainsi que de comparer la distance à celle obtenue par la modélisation.

Maintenant nous allons étudier la diffraction de Fraunhofer, nous allons donc devoir modifier le nombre de Fresnel pour le rendre petit devant l'unité.

Passage de Fresnel à Fraunhofer

Avant de passer à la diffraction de Fraunhofer à proprement parler voyons le passage entre les deux régimes de diffraction. La longueur d'onde étant fixé ainsi que la distance nous nous contenterons de diminuer la taille de l'ouverture pour montrer les deux types de diffraction.

On voit qu'en diffraction de Fresnel, la figure de diffraction se trouve à l'intérieur de la figure géométrique de l'ouverture, tandis que c'est l'inverse pour la diffraction de Fraunhofer. C'est tout pour cette partie, pas de droite à tracer ici donc on passe à la suite.

Diffraction de Fraunhofer

Nous allons maintenant étudier la diffraction de Fraunhofer par une fente. Pour cela on place une fente suffisamment fine $\rho = 70 \mu\text{m}$ à la sortie du laser et l'on observe à une distance de l'ordre du mètre la figure de diffraction. On voit clairement que la figure de diffraction est en dehors de la figure géométrique mais vérifions tout de même que la condition sur le nombre de Fresnel est respectée :

$$F = \frac{\rho^2}{2\lambda D} = \frac{(70 \times 10^{-6})^2}{2 \times 632.8 \times 10^{-9} \times 1} = 4 \times 10^{-3} \ll 1$$

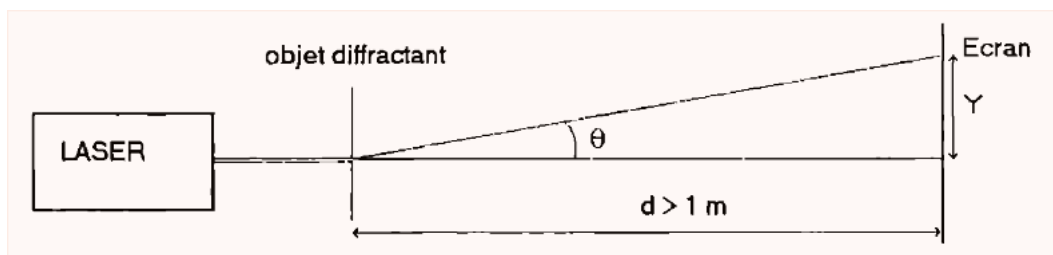


FIGURE 2 – Diffraction de Fraunhofer

On observe bien un profil d'intensité en sinus cardinal carré sur l'écran. Afin de rendre quantitatif cette expérience il existe une relation liant la largeur de la tâche centrale à la largeur de la fente ainsi qu'à la distance D fente-écran.

$$L = \frac{2D\lambda}{\rho}$$

Nous allons donc pour différentes valeurs de D mesurer L et nous pourrons une fois de plus en déduire la largeur ρ de la fente. Nous ferons donc la modélisation suivante :

$$2D\lambda = \alpha L + \beta$$

Comme toujours nous utilisons Regressi afin d'effectuer cette régression linéaire et l'on trouve :

$$\alpha = \quad \beta =$$

Si tout va bien la valeur de β devrait être très faible et le 0 devrait être contenu dans les barres d'incertitudes. Si c'est le cas on peut remplacer la modélisation affine par une modélisation linéaire.

$$2D\lambda = \alpha L$$

$$\alpha = \rho =$$

$$\rho_{th} = (70 \pm 1 \mu m)$$

Les incertitudes sont ici directement calculés par Regressi vu que la valeur de α correspond directement à celle de ρ .

Voilà nous nous sommes intéressés aux deux types de diffraction maintenant intéressons nous au critère de Rayleigh.

Critère de Rayleigh

Si les deux premières expériences sont des incontournables de ce montage pour la dernière expérience on a le choix. Il est possible de remplacer le critère de Rayleigh par une expérience de filtrage spatial si vous préférez (expérience d'Abbe). J'ai choisi de présenter le critère de Rayleigh plutôt car cela présente un "inconvenient" de la diffraction et le rapport avec cette dernière me paraît plus direct que le filtrage optique.

La diffraction a en réalité une importance énorme en science puisque c'est elle qui va limiter le pouvoir de résolution des instruments d'optique ayant un diaphragme d'ouverture de taille fini, c'est-à-dire tous les appareils existant en fait. Une source quasi ponctuelle va donner non pas un point sur l'appareil de mesure mais une figure de diffraction appelée tâche d'Airy. La diffraction peut donc poser des problèmes lorsque l'on tente d'observer deux sources quasi ponctuelles que l'on voit sous un angle apparent faible. Les deux tâches d'Airy seront alors très rapprochées et il se peut que l'on ne soit plus capable de distinguer les deux points. On dit alors que la diffraction limite le pouvoir de résolution de l'appareil.

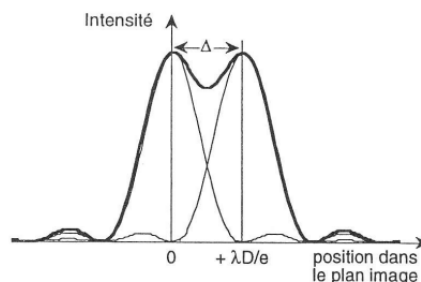


FIGURE 3 – Intensité lumineuse pour deux sources quasi ponctuelles limite résolues.

Le critère de Rayleigh permet de connaître l'angle maximal sous lequel on peut observer deux objets tout en les distinguant.

$$\theta = 1.22 \frac{\lambda}{\rho}$$

Où θ est donc l'angle, et ρ le diamètre du diaphragme d'ouverture. Le facteur 1.22 vient simplement du fait que la plupart des appareils ont un diaphragme d'ouverture circulaire. Si jamais on utilise un diaphragme rectangulaire ce facteur vaut 1.

On remarque que si nous voulons résoudre deux objets très proches il va falloir, à longueur d'onde fixée (dans le visible par exemple), un diaphragme suffisamment grand. C'est typiquement le cas pour les télescopes : les astrophysiciens qui tentent d'observer par exemple un système d'étoiles binaire (angle apparent très faible) n'arriveront peut-être pas à distinguer le binaire d'un système simple si jamais le diaphragme d'ouverture du télescope n'est pas assez grand. Tout ça à cause de la diffraction. C'est-ce que nous allons illustrer avec l'expérience décrite ci-dessous.

On utilise une lampe quartz-iode avec un filtre interférentiel afin de se placer à une longueur d'onde donnée. Puis on place une fente double pour simuler le système d'étoile binaire. On fait l'image de la fente double sur Caliens et pour simuler le diaphragme d'ouverture du télescope on utilise une fente que l'on prendra de largeur réglable.

On remarque que si l'ouverture est suffisamment importante on peut résoudre le binaire, mais au bout d'une certaine largeur nous nous trouvons à la limite de résolution. Le critère de Rayleigh nous dit alors que la distance qui sépare les deux maxima d'intensité (c'est subjectif le moment à partir duquel cela arrive) sont séparé d'une distance

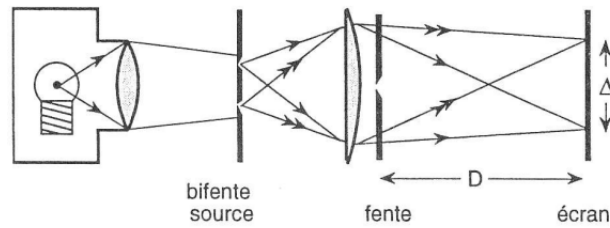


FIGURE 4 – Critère de Rayleigh

$$\Delta = \frac{\lambda D}{\rho}$$

Où D est la distance fente-Écrans.

On peut si on veut à nouveau remonter à la taille de la fente, je ne sais pas si on le fera. En général quand on construit un télescope on connaît la taille des miroirs que l'on va utiliser.

Conclusion

Nous avons donc vu au cours de montage les diffractions de Fresnel et de Fraunhofer qui nous ont données accès à des largeurs de fente ou diamètre d'ouverture circulaire, et nous nous sommes intéressés au critère de Rayleigh qui quantifie l'impact de la diffraction sur le pouvoir de résolution des instruments d'optique. Une étude du filtrage spatial aurait aussi été possible.

Questions, commentaires.