

MP10 : Spectrométrie optique.

Emmanuel Lombard, Cécile Clavaud

25 octobre 2013

Rapports de jury

2013, 2011, 2010 : Quel que soit l'appareil de mesure utilisé, notamment le spectromètre à entrée fibrée interfacé avec l'ordinateur, son principe et sa manipulation doivent être connus. Le prisme à vision directe doit être réservé aux observations qualitatives. Enfin, le pouvoir de résolution des appareils doit être connu et leurs limitations discutées. Dans le cas où un candidat souhaite utiliser un spectromètre qu'il a réalisé lui-même, il est rappelé que la mesure des angles au goniomètre est bien plus précise que le simple pointé avec une règle sur un écran.

2012, 2009 : Quel que soit l'appareil de mesure utilisé, notamment le spectromètre à entrée fibrée interfacé avec l'ordinateur, son principe et sa manipulation doivent être connus. Le prisme à vision directe doit être réservé aux observations qualitatives.

2008 : La spectrométrie par transformée de Fourier, souvent réalisée de façon semi-quantitative sur les raies du mercure ou du sodium, se prête à un enregistrement numérique, qui sans être indispensable, est bien plus démonstratif et permet des mesures sensiblement plus précises. Si le coeur du sujet est la mesure de longueurs d'onde, les phénomènes qui affectent la résolution des spectromètres ne doivent pas être ignorés.

2007 : La mesure de longueurs d'onde est le coeur du sujet mais il faut aborder la notion de résolution des appareils de mesure et les phénomènes responsables de sa limitation.

Références

- [1] Sextant. *Optique expérimentale*. 1997.
- [2] R. Duffait. *Expériences d'optique à l'agrégation de sciences physiques*. 1997.
- [3] Houard. *Optique*.

Table des matières

1	Le réseau : un dispositif dispersif	2
1.1	Le doublet du sodium : mesure d'une longueur d'onde	2

1.2	Pouvoir de résolution [1, 2]	3
1.3	Application du spectromètre à la mesure de la constante de Rydberg. [1, 2]	4
2	Le Michelson : un dispositif interférentiel	5
2.1	Mesure du doublet du sodium	5
2.2	Spectromètre par transformée de Fourier	6
3	Mesure des modes d'une cavité laser ([2] p.97-99, [3])	7

Introduction [1] (p.215)

Les spectroscopes sont des systèmes qui permettent de séparer les diverses radiations du rayonnement d'une source lumineuse et d'analyser la répartition spectrale, de mesurer des longueurs d'onde. La spectrométrie est une technique non destructive qui peut entre autre permettre de connaître les caractéristiques d'une source lumineuse (spectre de raie) ou d'un échantillon par absorption.

[manip] Par exemple, l'utilisation d'un milieu dispersif verre dont est constitué le prisme à vision directe permet de séparer les radiations. [2] (p.34-35)

Nous nous intéresserons dans ce montage à l'étude de deux types de spectromètres : un dispositif dispersif et un dispositif interférométrique. Comme nous l'avons vu en cours, la caractéristique critique d'un spectromètre est son pouvoir de résolution $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$, avec $\delta\lambda$ le plus petit intervalle spectral résolu. Dans ce montage, on se limitera au domaine optique des radiations, et nous étudierons les systèmes tels que les pouvoirs de résolution soient de plus en plus grands.

1 Le réseau : un dispositif dispersif

1.1 Le doublet du sodium : mesure d'une longueur d'onde

Les réseaux sont des systèmes de fines fentes espacées régulièrement, générant des sources secondaires cohérentes selon le théorème d'Huygens-Fresnel, qui vont interférer dans le champ d'interférences. On a vu en cours la formule des réseaux qui prédit la position des maxima d'éclairement : $\sin \theta - \sin \theta_0 = \frac{p\lambda}{a}$, avec θ_0 et θ les angles incidents et émergents du réseau, a le pas du réseau et p l'ordre d'interférence. Un développement limité montre que la position sur l'écran dépend linéairement de la longueur d'onde, et ce jusqu'à l'ordre 2 (inclus) en $\frac{x}{D}$ (x la position sur l'écran, et D la distance réseau-écran). En réalité, c'est un modèle très approché, car si pour un réseau de 300 *traits/mm*, on a

$\theta_{400nm} \sim 7^\circ$ et $\theta_{750nm} \sim 13^\circ$, pour un réseau plus intéressant de 600 *traits/mm*, on a déjà $\theta_{400nm} \sim 14^\circ$ et $\theta_{750nm} \sim 27^\circ$, ce qui s'éloigne de l'approximation θ petit. A partir de cette linéarité, on cherche donc à obtenir la longueur d'onde du doublet d'une lampe spectrale au sodium :

[manip] : Dans un premier temps, il faut "étalonner" l'échelle de longueur d'onde sur l'écran, pour pouvoir associer à une position une longueur d'onde. Ceci est fait via une lampe Hg-Cd en faisant bien attention au fait que la lampe Hg-Cd doit être bien chaude (pour que toutes les raies ressortent bien), et au fait que les raies ne sont pas toujours très visibles ([2] p.14, car le [1] ne donne pas assez de raies). Une fois étalonné, on projette sur l'écran la raie du sodium, en prenant garde de ne rien toucher, et de projeter l'ordre 0 sur la même position que pour la lampe précédente, ce qui permet de garder la référence.

On peut alors tracer la droite d'étalonnage, et en extraire la longueur d'onde du doublet du sodium.

On estime les incertitudes de position sur l'écran à $\pm 0,2cm$ incluant les incertitudes de tracé des raies (on est dans le noir!!!), et de lecture via la règle. On considère que les longueurs d'onde sont connues avec une bien plus grande précision. On obtient alors pour le doublet du sodium :

 pente de la droite : $(22,21 \pm 0,03)nm/cm$

 position du doublet : $x_{Na} = (26,5 \pm 0,3)cm \rightarrow \lambda_{Na} = (589,6 \pm 4,4)nm$

Le doublet du sodium a une longueur d'onde moyenne très proche de celle trouvée ($\lambda_1 = 589,0nm$ et $\lambda_2 = 589,6nm$). Ces mesures, quoique issues d'approximations assez fortes, permettent néanmoins d'estimer des longueurs d'onde avec une bonne précision.

Nous pouvons cependant remarquer que nous n'arrivons pas bien à différencier deux raies assez proches, comme le doublet du mercure ($\Delta\lambda = 2nm$). Pour cela, nous devons travailler sur le pouvoir de résolution de notre système.

1.2 Pouvoir de résolution [1, 2]

Le pouvoir de résolution des spectromètres dépend de deux principaux paramètres dans le cas du réseau : la largeur de la fente source et le nombre de traits éclairés.

Largeur de la fente source : on fait l'image sur l'écran de la fente source, donc si sa largeur augmente, on peut augmenter la luminosité, mais la largeur des raies sur l'écran augmente aussi, c'est-à-dire que le pouvoir de résolution diminue.

[manip] : Lampe Hg + PVD. Augmenter la taille de la fente source avec un PVD : variation de l'intensité, mais aussi du pouvoir de résolution. Insérer ensuite une fente juste avant le PVD, de telle sorte à limiter la surface du PVD éclairée : en diminuant la surface de dispersion, on diminue le pouvoir de résolution. ([2] p.123)

Dans le cas d'un réseau, le pouvoir de résolution s'écrit $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nk$, avec N le nombre total de traits éclairés du réseau. On peut alors jouer sur la largeur de la fente source ainsi que sur le pas du réseau pour augmenter N.

[manip] : Lampe HG + réseau blazé. Augmenter la taille de la fente source avec un réseau : variation de l'intensité, mais aussi du pouvoir de résolution. Ensuite variation du pas du réseau. ([2] p.124)

Notons qu'ici nous avons utilisé un réseau blazé qui envoie un maximum de lumière dans l'ordre 1, pour avoir la meilleure luminosité possible. Ce réseau est construit de telle manière à ce qu'il y ait un déphasage global au niveau de chaque fente.

Conclusion : les deux effets agissant en sens inverse, il faut trouver un compromis entre largeur de fente source, luminosité des raies, et nombre de traits éclairés. Par exemple ici, on n'arrive pas à avoir un pouvoir de résolution suffisamment grand pour pouvoir distinguer le doublet jaune de Hg ($R < R_{Hg} = \frac{\lambda_{moy}}{\delta\lambda} = \frac{578}{2,1} = 275$), et d'autant moins le doublet du sodium ($R_{Na} = \frac{589,3}{0,6} = 982$).

Pour augmenter le pouvoir de résolution du système, on cherche donc à diminuer le pas du réseau (tout en gardant les fentes aussi fines que possible). Ce système est utilisé dans un spectromètre, où la lumière incidente arrive sur un réseau de pas petit, et chaque radiation atteint une barette CCD sur un pixel déterminé par sa longueur d'onde.

[manip] : En acquérant le spectre de raies de la lampe Hg-Cd, on peut montrer que le pouvoir de résolution du spectro est suffisant pour différencier les deux raies du mercure. Nous utilisons ce spectre pour étalonner le spectromètre ([à savoir]).

1.3 Application du spectromètre à la mesure de la constante de Rydberg. [1, 2]

Les raies dans le visible des lampes à hydrogène correspondent à des transitions de niveau de nombre quantique principal $n > 2$ vers le niveau 2 : ce sont les premières raies de la série de Balmer. On peut relier l'énergie à n ($E_n = -\frac{R_y hc}{n^2}$, avec R_y la constante de Rydberg), et donc la longueur d'onde associée à la transition selon la formule de Ritz : $\frac{1}{\lambda_n} = R_y(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2})$.

[manip] : On acquiert le spectre d'une lampe à hydrogène grâce au spectromètre, puis on note les longueurs d'onde des raies, et on finit par tracer $\frac{1}{\lambda_n} = f(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2})$. La pente correspond à la constante de Rydberg ([1] p.228 [2] p.134).

On mesure $R_y = (1,0972 \pm 0,0007) \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$ avec une valeur calculée $R_y = 1,09677 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$. La modélisation permet bien de retrouver la constante de Rydberg, et ce avec une très bonne précision (0,06% d'incertitudes).

On a donc une bonne précision sur les mesures de longueurs d'onde, mais les spectromètres sont limités par les pas des réseaux, ainsi que par la taille des pixels CCD.

[manip] : Acquérir le spectre du sodium grâce au spectromètre.

Ainsi, le pouvoir de résolution du spectromètre, qui est assez grand pour différencier le doublet du mercure, ne l'est pas assez pour différencier le doublet du sodium. Plutôt que de faire la course à la miniaturisation des pixels du détecteur et à la diminution du pas du réseau, on va préférer l'utilisation d'un dispositif interférentiel, dont le pouvoir de résolution est virtuellement illimité (pourvu qu'on ait suffisamment de temps devant nous, ce qui n'est pas le cas du temps de préparation du montage).

2 Le Michelson : un dispositif interférentiel

2.1 Mesure du doublet du sodium

On sait que l'éclairement issu d'interférences entre deux radiations (λ_1 et λ_2) s'écrit, pour une différence de marche δ :

$$I = 2I_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2\lambda_1\lambda_2} \delta \right) \cos \left(2\pi \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2\lambda_1\lambda_2} \delta \right) \right] \quad (1)$$

On voit alors apparaître des battements, via le terme $\cos \left(2\pi \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2\lambda_1\lambda_2} \delta \right)$, qui vont agir comme des variations de contraste : quand le contraste est nul, on parle d'anticoïncidence. La période de variation du contraste correspond à : $\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1\lambda_2} \delta = 1$. Dans le cas où on se place en lame d'air, avec une incidence normale des rayons, on a $\delta = 2e$, avec e la translation depuis le contact optique, alors $\Delta\lambda = \frac{\lambda_{moy}^2}{2\Delta e}$.

[manip] : Régler le Michelson en configuration lame d'air, et éclairer avec une lampe au sodium. Translater le chariot, et observer des variations globales du contraste pour certaines valeurs de la translation. Noter la translation nécessaire pour faire passer plusieurs anticoïncidences (pour avoir une précision la plus grande possible).

On obtient alors pour 8 antioïncidences : $8\Delta e = (2,29 \pm \dots)mm$, donc pour le doublet du sodium ($\lambda_{moy} = 589,3nm$) : $\Delta\lambda = (0,61 \pm \dots)nm$, pour une valeur attendue de $\Delta\lambda = 0,59nm$ ([1] p.4).

Grâce au phénomène d'interférences, on peut donc faire apparaître a priori des différences de longueur d'onde aussi faibles que possibles, à partir du moment où les bras du Michelson sont suffisamment grands. Le pouvoir de résolution du système de mesure semble alors être illimité.

Notons cependant que si la source est polychromatique, les problèmes de cohérence temporelle risquent d'en limiter l'utilisation, comme on peut le voir en lumière blanche par exemple. Pour pallier ce problème, il est alors possible d'utiliser des filtres interférentiels pour sélectionner la longueur d'onde d'intérêt.

De plus, il est possible d'augmenter la précision en utilisant un moteur de vitesse faible connue pour translater le miroir, et d'enregistrer alors l'interférogramme $I(t)$. Cette technique permet aussi d'utiliser un outil intéressant pour en extraire la densité spectrale de la source : la transformée de Fourier.

2.2 Spectromètre par transformée de Fourier

Nous pourrions utiliser l'interférogramme pour obtenir une meilleure précision sur $\Delta\lambda$ du doublet du sodium, mais il y a deux problèmes majeurs : le temps de l'expérience pour obtenir une période d'antioïncidence est de l'ordre de 10 minutes (ingérable en présentation de montage), et le moteur du Michelson a de temps en temps des ratés comme décrochage du chariot (selon la loi de Murphy, le jour J, vous l'avez dans l'os).

Nous allons alors nous intéresser ici à l'interférogramme d'un filtre interférentiel, et en extraire la densité spectrale via la transformée de Fourier.

[manip] : Régler le Michelson en configuration lame d'air, et éclairer avec une lampe QI. Fixer le moteur au chariot, et lancer l'interférogramme acquis via Caliens ou une photodiode (intérêt : utilisation d'un logiciel beaucoup plus adapté au traitement des données que celui de Caliens). Prendre la FFT du signal obtenu, et comparer la densité spectrale obtenue à celle issue d'une mesure du filtre via le spectromètre.

On obtient par les deux techniques des valeurs comparables de largeur de spectre, à mi-hauteur : $\Delta\lambda_{spectro} = (11,4 \pm 0,5)nm$ et $\Delta\lambda_{interf} = (9,6 \pm \dots)nm$. Cependant, on n'a pas d'information constructeur sur le filtre, on ne peut donc pas conclure sur la qualité d'une mesure par rapport à l'autre.

Notons que plus $\Delta\lambda$ est petit, plus la distance entre les anticoïncidences est grande, et donc plus les mesures interférométriques vont être chronophages. C'est le cas des modes d'un laser. Nous allons donc utiliser une technique plus adaptée : la cavité Fabry Péro.

3 Mesure des modes d'une cavité laser ([2] p.97-99, [3])

Une cavité Fabry-Pérot permet de faire des interférences à N ondes, et est assez précise pour mettre en évidence les différents modes du laser, et de mesurer la distance intermodale. Elle est composée de deux miroirs sphériques en vis-à-vis dont les foyers sont confondus. Comme il y a de nombreuses réflexions, il faut que chaque onde réfléchie possédant la même réflexion soit en phase avec les autres. La différence de marche dépendant de la longueur de la cavité, la condition d'interférences constructives pose une condition très forte sur la longueur de la cavité : $4d = k\lambda$, avec d la distance entre les deux sommets.

La cavité utilisée a une longueur variable, qui dépend de la tension appliquée, par effet piezo-électrique. En appliquant une rampe de tension, on fait varier linéairement la longueur de la cavité. Le "free spectral range" FSR est la distance entre deux pics d'intensité pour une lumière complètement monochromatique, et l'on peut montrer ([2]) que $FSR = \frac{c}{4d}$. On observe ici les modes d'un laser vert non polarisé :

[manip] : Régler un laser non polarisé tel que la lumière émise entre dans la cavité Fabry-Pérot en incidence normale. Régler les caractéristiques de la source de tension pour contrôler les caractéristiques de la rampe de tension. On observe des pics d'intensité modulés par une enveloppe, et ceci réitéré plusieurs fois par rampe. Il est intéressant d'utiliser la fonction *persist* de l'oscilloscope pour faire ressortir les enveloppes. Si le laser est encore en train de chauffer, la longueur de sa cavité optique subit une dilatation thermique, et les pics d'intensité glissent dans l'enveloppe, c'est-à-dire que l'intensité de chaque raie évolue. On extrait alors trois valeurs : l'intervalle spectral libre en échelle temporelle FSR_t , la distance temporelle entre deux modes successifs Δt , et la largeur d'un mode δt .

La cavité utilisé a un FSR de $2Ghz$, et l'on peut alors remonter à la différence de fréquence entre deux modes successifs d'un laser, et à la largeur fréquentielle d'un mode. De plus, la relation $\Delta\lambda = \frac{\Delta\nu\lambda^2}{c}$ permet d'extraire les valeurs en unité de longueur.

On mesure pour les lasers rouge ($\lambda = 632,8nm$) et vert ($\lambda = 543,5nm$) :

$$\begin{aligned}
FSR_{t,r} &= (15,08 \pm 0,08)ms \quad \text{et} \quad \Delta t_r = (7,96 \pm 0,08)ms \quad \text{enfin} \quad \delta t_r = (52,9 \pm 0,8)\mu s \\
FSR_{t,v} &= (12,88 \pm 0,08)ms \quad \text{et} \quad \Delta t_v = (4,68 \pm 0,08)ms \quad \text{enfin} \quad \delta t_v = (167 \pm 2)\mu s
\end{aligned}
\tag{2}$$

Ces valeurs permettent de tirer :

$$\begin{aligned}
\Delta \lambda_r &= (1,42 \pm 0,02) \cdot 10^{-12}m \quad \text{et} \quad \delta \lambda_r = (9,35 \pm 0,15) \cdot 10^{-15}m \quad \text{puis} \quad R_v = 6,77 \cdot 10^7 \\
\Delta \lambda_v &= (7,16 \pm 0,13) \cdot 10^{-13}m \quad \text{et} \quad \delta \lambda_v = (2,22 \pm 0,03) \cdot 10^{-14}m \quad \text{puis} \quad R_r = 2,45 \cdot 10^7
\end{aligned}
\tag{3}$$

Le pouvoir de résolution des cavités Fabry-Pérot permet donc de l'utiliser comme outil de pointe, et il est beaucoup plus aisé et rapide à utiliser que l'interférogramme du Michelson.

On peut de plus tirer d'autres informations de cette expérience, notamment sur la longueur de la cavité du laser, et sur la finesse de la cavité Fabry-Pérot.

La cavité laser fonctionnant sur le même principe que la cavité Fabry-Pérot, on retrouve la relation entre longueur de la cavité et distance intermodale ($2L_i = k\lambda \rightarrow L_i = \frac{c}{2\Delta\nu}$, avec L_i la longueur de la cavité $i = r, v$), et on calcule : $L_r = 14,1cm$ et $L_v = 20,06cm$. Il est difficile de la mesurer sans ouvrir les lasers, mais on remarque directement que les longueurs semblent être en accord avec celles que l'on pourrait mesurer à la règle.

De plus, on définit la finesse F comme le rapport de la période FSR sur la largeur à mi-hauteur des pics $\delta\nu$ ([2], [3] p.353-354). Pour la cavité Fabry-Pérot : $F_r = 286$, et $F_v = 89$. Comme on peut montrer que $F \sim \frac{\pi\sqrt{r}}{1-r}$, avec r le coefficient de réflexion énergétique, peut-être la dépendance de r en la longueur d'onde peut expliquer cette différence ?

Remarques

1/ Si vous faites la même partie I que nous, il est judicieux d'allumer tout de suite la lampe Hg-Cd, et une fois chaude de commencer par étalonner le spectro Ulice (qui est très rapide), en utilisant toutes les raies du [2], ce qui permet entre autres de connaître à l'avance les intensités relatives de chaque raie, ce qui permet de prédire les raies visibles pour l'étalonnage de la partie I.1.

2/ L'utilisation du goniomètre, comme préconisé par le jury sur 3 des 4 derniers rapports est faisable, mais moins visible, et la partie I.2 est peut-être moins facilement illustrable (à vérifier). Globalement, ça donne des choses très jolies, mais il faut alors complètement revoir le fil conducteur, car on sépare déjà les raies du sodium avec le goniomètre...