

# MP. 17 - Métaux.

David  
Antoine

## Bibliographie:

- Dictionnaire de  $\Phi$  exp. Quarante Tome II & III & IV
- Adcroft & Nernst (vive Peter!)
- Panos. Electromagnétisme
- JFLN - tome II
- Landau & Lifchitz - élasticité (théorie de l')
- N. Soutif - Vibrations Propagation Diffusion.
- Taillet - Dictionnaire de la  $\Phi$

## PLAN:

- I - Conductivité électrique d'un métal
  - 1 - Mesure  $\chi$  contacts de la conductivité du cuivre
  - 2 - Mesure de la densité de porteurs de charge par effet Hall: cas de l'Argent
- II - Conductivité thermique d'un métal
- III - Propriétés mécaniques d'un métal
- IV - Variétés allotropiques du Fer

## Introduction:

- Définition d'un métal par le dictionnaire de physique (Taillet):

"Corps dont la structure électronique comporte, même à  $T = 0$  Kelvin, une bande partiellement remplie par des électrons - les électrons sont alors mobiles et peuvent conduire le courant électrique lorsqu'on lui applique un champ électrique externe."

Un métal est donc un élément qui, à l'état solide, voit sa cohésion assurée par des liaisons dites "métalliques" ce qui correspond à l'existence d'un grand nombre d'électrons "libres" délocalisés dans tout le solide.

Conséquemment, nous allons nous intéresser aux propriétés électriques d'un métal.

# I - Conductivité électrique

## 1 - Mesure 4 contacts de la conductivité du Cuivre :

On utilise un dispositif à 4 contacts pour mesurer la résistance d'une bobine de cuivre -

Deux contacts permettent d'imposer un courant  $I$  (continu, pour éviter les effets dynamiques de la bobine) et deux autres à mesurer à l'aide d'un voltmètre la tension  $U$  générée par  $I$  aux bornes de la bobine -

Cette technique permet de ne pas prendre en compte dans la mesure les résistances "parasites" des fils, et donc donne la possibilité de mesurer de très faibles résistances - (tout cela repose sur le fait que l'impédance d'entrée du voltmètre est TRÈS grande).

On impose :  $I = 1,008 \text{ mA}$

on trouve :  $U = 0,602 \text{ mV}$

soit :  $R = 0,597 \Omega$

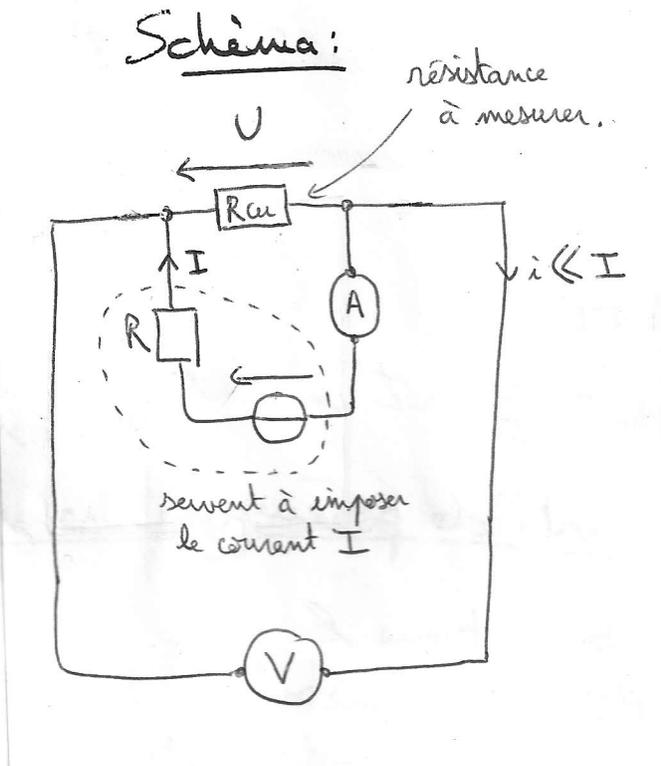
→ (Rq fiche 187  
puais à  $0,2 \Omega$   
seulement  $\Delta$ )

les dimensions du fil de cuivre sont :

sa longueur  $L = 25,5 \text{ cm} \pm 0,5 \times 250 \text{ spires} = 6375 \text{ cm} \pm 125 \text{ cm}$

sa section  $S = 1,65 \text{ mm}^2 \pm 0,08$   $\phi = 1,45 \text{ mm} \pm 0,05 \text{ mm}$   
(incert à cause vis)  $\sqrt{2}$

Schéma :



On en déduit sa conductivité:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{1.56 \times 10^{-8}} = 64,7 \cdot 10^6 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$$

σ tabulés (Aohcraft): à 273K

$$\sigma_{Cu} = 69,1 \mu\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$$

$$\sigma_{Ag} = 66,2 \mu\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$$

$$\sigma_{Si} = 2 \text{ k}\Omega^{-1} \cdot m^{-1} \text{ (Quaranta A. IV)}$$

Rq: si on avait voulu mesurer la résistance d'une barre de cuivre cylindrique de rayon 1cm, longueur 1m: on aurait dû s'attendre à

$$R = \frac{1}{\sigma_{Cu}} \cdot \frac{L}{S} = \frac{1}{69,1} \cdot \frac{1}{\pi (10^{-2})^2}$$

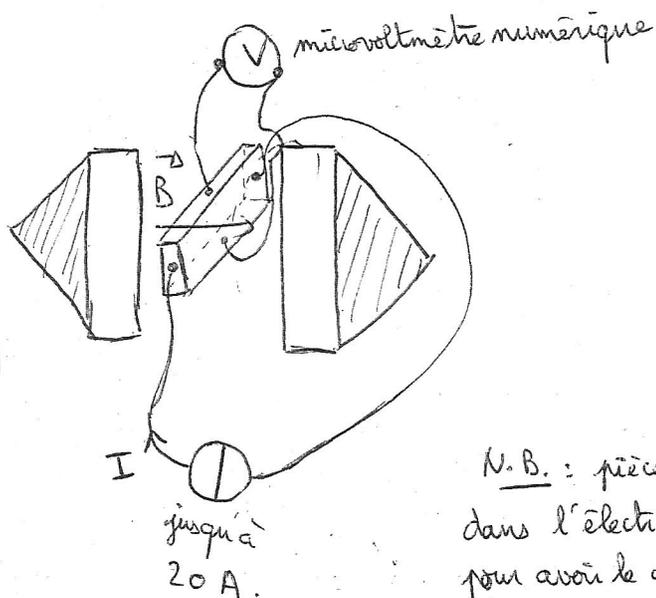
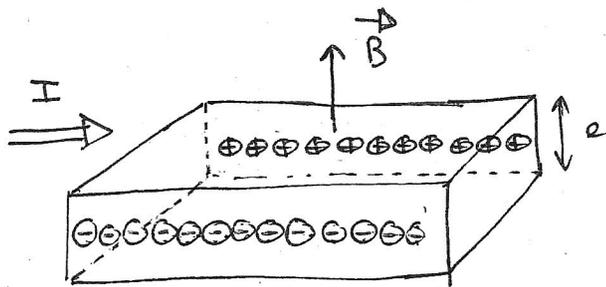
bien trop faible  
même pour Fluke 187

$$\leftarrow \boxed{R = 50 \mu\Omega}$$

## 2 - Densité de porteurs de charge de l'argent

Nous avons dit que la conductivité d'un métal était à relier au grand nombre de électrons délocalisés assurant sa cohésion. Nous pouvons ainsi accéder à la densité de porteurs de charge dans un métal grâce à l'effet Hall.

On impose un courant  $I$  dans une barre d'argent selon une direction. Si on plonge cette barre dans un champ  $B$  orthogonal au plan de la plaque d'argent grâce à un électroaimant,



N.B.: pièces plates dans l'électro-aimant pour avoir le champ le plus uniforme possible sur la sonde à effet Hall.

Une tension transverse à la direction du courant imposé apparaît: c'est la tension de Hall.

On peut définir:  $R_H = \frac{V_H}{I}$

Savoir: •  $B$ : le champ magnétique

•  $n$ : la densité de porteurs de charge

•  $q$ : leur charge

•  $l$ : l'épaisseur de la plaque d'argent =  $5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

$$R_H = \frac{B}{nql} \quad (\text{cf Ramon ou Ashcroft})$$

### Resumes:

• On fixe un champ  $B \approx 315 \text{ mT}$  dans l'électroaimant.

Δ on mesure ce champ avec une sonde à effet Hall commerciale qui montre que les inhomogénéités de champ dans l'entrefer sont de  $\pm 10 \text{ mT}$ .

Δ De plus, la source de courant alimentant l'aimant a dérivé au cours du temps, diminuant le champ d'environ  $10 \text{ mT}$

On donne donc  $B \approx 315 \pm 15 \text{ mT}$  (soit 4,6% d'erreur)

• On mesure  $V_H$  avec le Fluke 8846 A, précis au  $\mu\text{V}$

• On mesure  $I$  à l'aide de pinces ampèremétriques précises à  $\pm 1,5\% \pm 5$

→ faire passer plusieurs fois le fil dans les pinces augmente le courant mesuré, donc la précision

↳ on a fait 5 tours, amenant la précision à  $\pm 1$  digit.

• La plaquette pour l'effet Hall avec Ag dispose d'un potentiomètre pour éviter les tensions parasites  $V_H$

→ cet effet a visiblement changé pendant la mesure.

avant, on avait réglé: à  $I=0 \text{ A}$ ,  $B=0 \text{ T}$ ,  $V_H = 0,0008 \text{ mV}$

après, " " " " ,  $V_H = 0,0040 \text{ mV}$

Il faut donc ajouter une incertitude sur  $V_H$   
d'environ  $4 \mu V$  (ce qui est beaucoup).

A B fixé, on trace  $V_H(I)$  pour  $I$  allant de 5 à 15 A  
 $V_H$  allant de 10 à 100  $\mu V$

On trouve  $R_H = \pm$

$$\left( \frac{\Delta R_H}{R_H} = \frac{\Delta V_H}{V_H} + \frac{\Delta I}{I} + \text{mesure non linéaire...} \right)$$

$$\text{D'où: } \begin{cases} n = \frac{B}{e l R_H} = \\ \frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta R_H}{R_H} = \end{cases} + =$$

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

⚠ l'épaisseur  $l$  de la plaque est notée mais on peut s'attendre  
à une grande incertitude car  $l = 50 \mu m$ ,  
donc pas de précision si on mesure  $1 \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3}$  pour  $n$  au lieu de  $1 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$   
et après tout, un semi-conducteur c'est  $\frac{10^{21}}{e} \text{ m}^{-3}$  ⚠

Densités électroniques tabulées: (Aschoff p5 + Quaranta p. IV p. 14)

$$n_{Cu} = 8,47 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$n_{Fe} = 17,0 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$(\text{métaux: } 1 \text{ à } 20 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3})$$

à 300 K

$$n_{\text{semi-cond}} \approx 10^{21} \text{ m}^{-3}$$

$$n_{\text{isolants}} \ll 10^{14} \text{ m}^{-3}$$

$$n_{Ag} = 1,1 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

## II - Conductivité thermique

L'importante densité de porteurs de charges qui entraîne la grande conductivité des métaux a pour autre conséquence une bonne conductivité thermique de ceux-ci.

On dispose d'une barre de cuivre équipée de capteurs de température et isolée.

On impose à une des extrémités une température oscillante de période  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  grâce à un module petit.

À l'autre extrémité, la barre est à l'air libre et on la considère à  $T_{amb}$ .

On résout l'équation de diffusion thermique à 1D :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

(Quaranta  
~~Quaranta~~ p. 110)

$$\Rightarrow T(x,t) = T_0 e^{-x/\delta} \sin(\omega t - \frac{x}{\delta}) + T_{amb}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2D}{\omega}}$$

Les conditions aux limites sont :  $T(0,t) = T_0 \sin(\omega t) + T_{amb}$

il faut que la barre soit assez grande devant  $\delta$  pour que cette

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} T(x,t) = T_{amb}$$

solution reste valide.

On a 6 capteurs distants de 50 mm

$$D = \frac{\lambda}{\rho C}$$

$\lambda$  : conductivité thermique  
 $\rho$  : masse volumique  
 $C$  : capacité calorifique massique

diffusivité thermique

$$C_{cuivre} = 385 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\rho_{cuivre} = 8,960 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

On peut déduire  $\lambda$  des acquisitions =

quelques  $\lambda$  (Ashcroft p. 251) : (Quaranta t. II p. 99)

métaux:

$$\lambda_{\text{Cu}} = 3,85 \text{ W.cm}^{-1}\text{K}^{-1} \quad \lambda_{\text{Fe}} = 0,80 \text{ W.cm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

table

$$\lambda_{\text{Ag}} = 4,18 \text{ W.cm}^{-1}\text{K}^{-1} \quad \lambda_{\text{Al}} = 2,38 \text{ W.cm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

isolants:

$$\lambda_{\text{air}} = 0,024 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1} \quad \lambda_{\text{laque de verre}} = 0,040 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$$
$$\lambda_{\text{eau}} = 0,60 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1} \quad \lambda_{\text{verre}} = 1,2 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$$

Quaranta t. II p. 99

On peut relier la conductivité thermique à la conductivité électrique : (Ashcroft p. 60)

$$\lambda = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 T \sigma$$

universel pour les métaux!

~~$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$~~

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$

on trouve, à partir de  $\lambda_{\text{Cu}}$  mesuré:

$$\sigma_{\text{Cu}} = \frac{3}{\pi^2} \left( \frac{e}{k_B} \right)^2 \frac{1}{T} \lambda_{\text{Cu}}$$

$$\sigma_{\text{Cu}} =$$

## Alimentation du module Peltier:

Générateur de fonctions basse fréquence ( $< 500 \text{ mHz}$ )

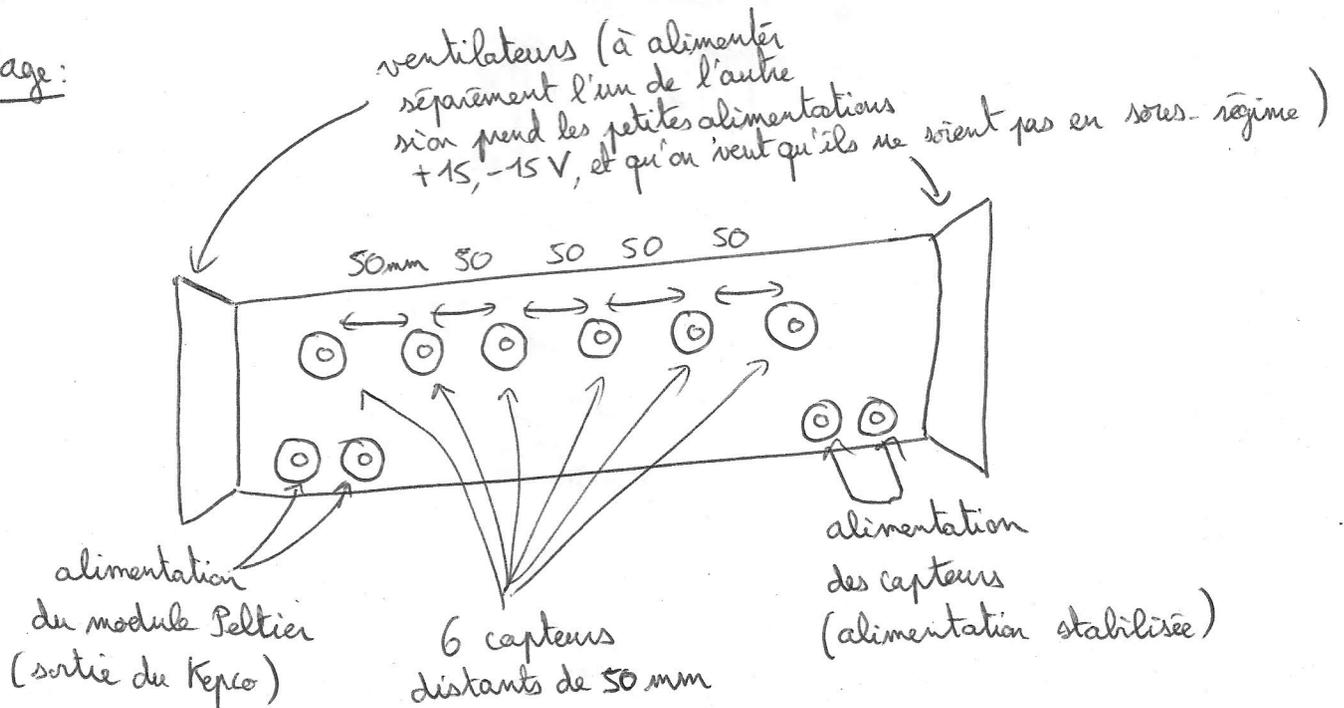
↳ un Agilent par exemple.

+ Amplificateur Kepco (ou amplification de courant).

N.B.: on ne pas tenir compte des indications de branchement sur le Kepco qui correspondent à une autre barre de cuivre que celle que nous avons utilisée

- le Kepco ne délivre rien en sortie s'il n'est pas branché sur une charge (ne pas s'inquiéter s'il ne donne pas de signal à vide).

## Montage:



Temps d'attente minimal pour régime permanent: 30 minutes.

N.B.: s'assurer que le Kepco ne sature jamais en sortie (sur la période de la commande) pour éviter de perdre 30 minutes d'attente.

Acquisition: Synchronie avec plaquette d'acquisition.

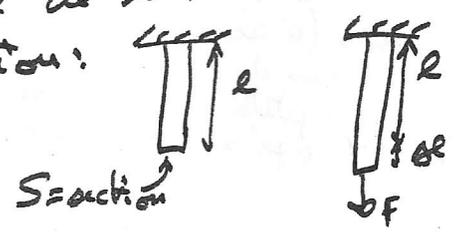
Traitement: Fit des courbes sous synchronie pour obtenir l'amplitude en fonction de la position, puis report des données dans Regressi pour vérifier la dépendance attendue.

# III - Propriétés mécaniques d'un métal:

Les métaux sont des matériaux très résistants. Si on essaye de tordre une barre de fer on sent la grande résistance du matériau à la déformation.

Qualitativement, cette propriété peut encore être reliée à la liaison métallique, très forte, assurant la cohésion d'un métal.

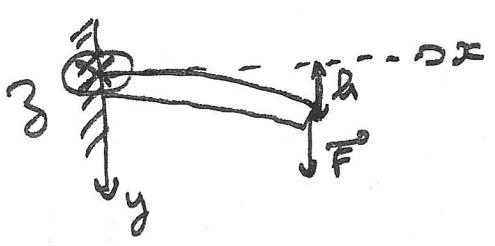
Nous cherchons ici à mesurer le module d'Young d'un métal qui est une grandeur caractéristique de la résistance d'un matériau à la déformation:



$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \frac{F}{S}$$

$E =$  module d'Young

- Nous pouvons nous intéresser à la flèche d'une poutre métallique sous l'effet d'une force  $F$  à son extrémité libre (l'autre étant encasturée):



$$h = \frac{FL^3}{3I} \cdot E^{-1}$$

$L =$  longueur de la poutre (selon  $x$ )

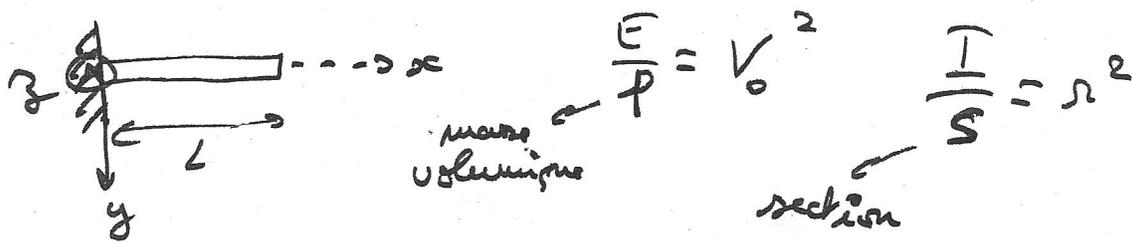
$$I = \iint y^2 dS = \iint y^2 dy dz$$

Rq: E de quelques métaux (peut beaucoup varier car dépend de la pureté et du mode de fabrication des métaux)

Matériau	$E$ (kg-force/mm <sup>2</sup> )
fer	$20 \cdot 10^3$
acier	18 à 25 $\cdot 10^3$
Al	$7 \cdot 10^3$

référence: N. Sautif - Vibrations Propagation Diffusion DUNOD

- Nous pouvons aussi étudier la vibration transverse d'une poutre encadrée :



On cherche une solution stationnaire pour  $y(x,t)$ , la position de la ligne neutre (i.e. fibre de longueur  $L$  à tout temps) :

$$y(x,t) = \varphi(x) e^{i\omega t}$$

On trouve alors :

$$\frac{d^4 \varphi}{dx^4} - \frac{\omega^2}{v_0^2 r^2} \varphi = 0$$

qui, avec les conditions aux limites :

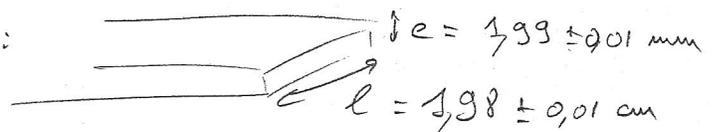
$$\begin{cases} \varphi(0) = 0 & (\text{déplacement nul}) \\ \frac{d\varphi}{dx}(0) = 0 & (\text{tangente nulle}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 \varphi}{dx^2}(L) = 0 & (\text{moment flect.} \\ & = 0) \\ \frac{d^3 \varphi}{dx^3}(L) = 0 & (\text{effort} \\ & \text{tranchant} \\ & = 0) \end{cases}$$

Impose :  $\omega_0 = v_0 r \left(\frac{\pi}{2L}\right)^2 (1,194)^2$

$k \geq 1$  :  $\omega_k = v_0 r \left(\frac{\pi}{2L}\right)^2 (2k+1)^2$

On utilise une barre de section :



Montage : On utilise une barre vraisemblablement en duralumine.

On l'encastre à l'aide d'un étau.

On vient accrocher une masse connue à l'extrémité et on mesure la déflexion à l'aide d'une feuille de papier millimétré.

#### IV - Mise en évidence de la structure cristalline d'un métal :

Un métal, au niveau microscopique, est un cristal. Toutefois, un même métal peut exister sous plusieurs formes allotropiques, c'est à dire ne d

On peut mettre cela en évidence grâce à la transition du fer entre deux formes dites  $\alpha$  et  $\gamma$  de compacité (de la maille cristalline) et donc de masse volumiques différentes.

On chauffe un fil de fer en lui imposant un fort courant pour le chauffer. Il s'allonge sous l'effet de l'échauffement. Lorsqu'on coupe le courant, le fil refroidit. S'il a été porté à  $T > 906^\circ\text{C}$ , on peut observer la transition de phase lors du refroidissement : le fil se contracte mais, brusquement, s'arrête (voire s'allonge à nouveau) lorsqu'il atteint  $906^\circ\text{C}$  ce qui signifie que sa structure microscopique change et passe à une forme moins dense.

## Conclusion:

- récapitulatif
- la liaison métallique définit un métal et entraîne une grande conductivité thermique/électrique

visible par  
le brillant  
d'un métal

Rq:

- une autre manip. proposée est la chute d'une bille aimantée dans un tube métallique. La vitesse limite est liée à la conductivité du métal. Cette manip. est étudiée (théoriquement) dans le Garing (si c'est comme ça que ça s'écrit)