

MP19 – EFFETS CAPACITIFS

22 mars 2016

David Germain & Paul Haddad

«Le doute ôte la capacité d'être convaincu.»

HENRI-FRÉDÉRIC AMIEL

Commentaires du jury

2011, 2012 : Le jury souhaite assister à des expériences ne se réduisant pas à celle du circuit RC ou du condensateur modèle.

2010 : Les modèles de condensateurs et les effets capacitifs sont nombreux et aisément accessibles à l'expérimentation. Il est dommage que les candidats se limitent le plus souvent à l'étude du condensateur d'Aepinus et à celle d'un circuit RC.

Bibliographie

✦ *Tome 4, Quaranta*

✦ *Expérience d'électronique, Duffait*

→ Câble coaxial et condensateur Aepinus

→ Le reste des expériences

Table des matières

1	Étude d'un condensateur	2
1.1	Condensateur d'Aepinus	2
1.2	Mesure de permittivité relative	3
2	Mesure d'une capacité	3
2.1	Multivibrateur astable	3
2.2	Mesure d'une capacité linéique	4
3	Applications	5
3.1	Détecteur de niveau d'eau	5
3.2	Détecteur de mouvement	6

Introduction

Les effets capacitifs sont un phénomène d'accumulation de charges. Le premier condensateur a été inventé par Ewald Georg von Kleist en 1745. Le condensateur est composé de deux armatures métalliques séparées par un isolant diélectrique. C'est au niveau de ces plaques que les charges vont s'accumuler. Depuis le condensateur s'est très largement répandu dans la vie de tous les jours, on en retrouve notamment dans les ordinateurs, dans des capteurs et peuvent avoir de nombreuses applications.

1 Étude d'un condensateur

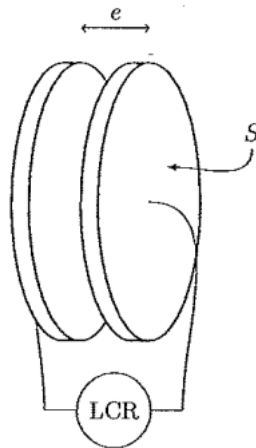
1.1 Condensateur d'Aepinus

Un condensateur idéal est un dipôle vérifiant la relation caractéristique

$$i = C \frac{dU}{dt}$$

Où i est l'intensité U la tension aux bornes du condensateur et C est une constante qu'on appelle la capacité du condensateur exprimée en Farad.

La manière la plus simple de réaliser un condensateur consiste à prendre deux plaques métalliques et de les séparer d'une certaine distance par un isolant électrique (l'air par exemple). On obtient alors un condensateur plan.



En se plaçant dans le cadre de l'ARQS et en négligeant les effets de bords, la capacité d'un tel condensateur est donnée par la formule suivante :

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{e}$$

Où S est la surface d'une plaque, ε_0 et ε_r les permittivités diélectriques du vide et de l'isolant séparant les deux plaques et e la distance entre ces dernières.

Nous allons vérifier cette loi en mesurant la capacité à l'aide d'un RLC mètre tout en faisant varier la distance e entre les deux plaques. En traçant C en fonction de l'inverse de e il est alors possible de remonter à la permittivité diélectrique de l'isolant séparant les deux plaques. On considérera par la suite que $\varepsilon_r(\text{air}) \simeq 1$

On modélise alors la courbe que nous obtenons expérimentalement par la fonction

$$C = \frac{a}{e} + b$$

Théoriquement $a = \varepsilon_r \varepsilon_0 S \simeq \varepsilon_0 S$ et $b = 0 \text{ F}$

Incertitudes :

- Distance e : Incertitude de lecture sur le vernier $\Delta e = 0.1 \text{ mm}$
- Surface S : Mesure du périmètre à l'aide d'une corde et d'un mètre $p = 2\pi R = 81 \pm 1 \text{ cm}$ on en déduit alors la surface $S = 5.2 \pm 0.1 \times 10^{-2} \text{ m}^2$. L'incertitude sur la surface est donnée par $\Delta S = \frac{p}{2\pi} \Delta p$

- Capacité C : Le RLC mètre commercial pour la gamme de capacité mesurée nous indique une incertitude de 1% ± 5 digits.

Expérimentalement $a = \pm$ et $b = \pm$

On peut à partir de a estimer la permittivité diélectrique

$$\varepsilon_{0_{\text{exp}}} = \frac{a}{S} = \pm \text{ F}$$

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2}$$

On la compare à la valeur théorique pour de l'air ou du vide ($\varepsilon_r(\text{air}) \simeq 1$) de $\varepsilon = 8.854187 \times 10^{-12} \text{ F m}$.

Discussion :

- Théoriquement la valeur du coefficient b devrait être nulle mais ce n'est pas le cas. Cela peut venir des câbles utilisés qui peuvent faire varier la valeur de la capacité. On peut le voir en bougeant simplement les fils, la valeur affichée par le RLC mètre varie. On a donc essayer d'utiliser des câbles les plus petits possible et de ne pas les bouger lors des mesures afin que l'erreur faite sur la capacité soit systématique.
- Le modèle utilisé pour la capacité est valable pour des plaques infinies or ce n'est pas le cas avec le condensateur que nous avons utilisé. Pour que ce modèle soit valable il ne faut donc pas écarter trop loin les plaques les unes des autres afin de pouvoir négliger les effets de bords. Typiquement il faut que $e \ll \sqrt{S}$.

Nous allons maintenant voir l'influence du diélectrique sur la capacité de notre condensateur.

1.2 Mesure de permittivité relative

Afin de voir l'effet du diélectrique dans un condensateur nous allons placer entre les armatures du condensateur une plaque de plexiglas ?/PVC ?. On peut alors observer l'influence du diélectrique sur la capacité, elle augmente ce qui est normal étant donnée que la permittivité relative du PVC/plexiglas est supérieur à celle de l'air. En regardant la formule on voit alors facilement que la capacité augmente.

On peut alors se servir de la courbe que nous avons établi auparavant afin de trouver la permittivité relative du matériau se trouvant entre les armatures. Pour cela on mesure $C = \pm$ à la distance $e = \pm 0.1 \text{ mm}$.

On remonte alors à $\varepsilon_r(\text{PVC})$:

$$\frac{\varepsilon_r(\text{PVC})}{\varepsilon_r(\text{air})} = \frac{C(\text{PVC}) - b}{C(\text{air}) - b}$$

$$\varepsilon_r(\text{PVC}) = \varepsilon_r(\text{air}) \frac{C(\text{PVC}) - b}{C(\text{air}) - b}$$

Pour l'incertitude en négligeant l'incertitude sur b et $\varepsilon_r(\text{air})$ on a alors :

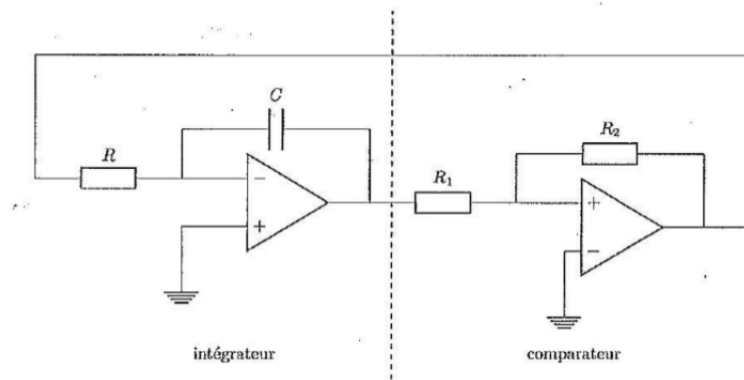
$$\Delta\varepsilon_r(\text{PVC}) = \varepsilon_r(\text{PVC}) \sqrt{\left(\frac{\Delta C(\text{PVC})}{C(\text{PVC})}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C(\text{air})}{C(\text{air})}\right)^2}$$

On trouve alors $\varepsilon_r(\text{PVC}) = \pm$ la valeur théorique $\varepsilon_r(\text{PVC})_{\text{tab}}$ varie entre 3 et 5.

2 Mesure d'une capacité

2.1 Multivibrateur astable

Jusqu'à maintenant nous avons utilisé un RLC-mètre pour mesurer la capacité d'un condensateur. Nous allons maintenant faire un montage capable de mesurer des capacités, pour cela nous utiliserons un mutlivibrateur astable.



Ce dernier est composé d'un intégrateur inverseur en série avec un comparateur. Sur l'oscilloscope on observe alors deux signaux periodiques, un triangulaire (dû à l'intégrateur) et un en créneau (comparateur). La période T de ces signaux est directement reliée à la capacité C qui se trouve au niveau de l'intégrateur par la relation suivante :

$$T = 4 \frac{R_1}{R_2} RC$$

On étalonne le multivibrateur avec des valeurs de capacité connues et on mesure la période correspondante. La droite $T(C)$ nous servira alors à connaître une capacité C inconnue simplement en mesurant la période sur l'oscilloscope.

Incertitudes :

- Pour les capacités supposés connues on utilise une boîte à décade. L'incertitude est de
- Pour la mesure de la période T on utilise la mesure automatique de l'oscilloscope qui est plus précise qu'une valeur prise manuellement. $\Delta T =$
- Les résistances ont été mesurées à l'ohmmètre et leur incertitude est donnée par les données constructeurs $\Delta R =$

Modélisation :

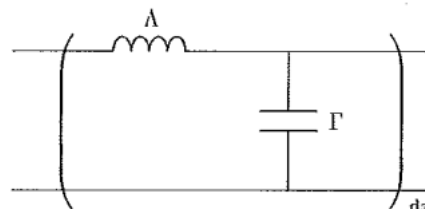
On modélise alors la courbe $T(C) = a C$

$a = \pm$ et $b = \pm$

Il est maintenant possible d'utiliser le multivibrateur astable pour mesurer des capacités. Et pour cela nous allons voir les effets capacitifs dans un câble coaxial.

2.2 Mesure d'une capacité linéique

Il est possible de modéliser une portion dx d'un câble coaxial par une inductance linéique Λ ainsi que d'une capacité linéique Γ en parallèle.



Nous allons utiliser le multivibrateur astable afin d'estimer une valeur de Γ .

La longueur du câble coaxial est $L = 96.4 \pm 1.10$ m. En effet afin de brancher le câble coaxial sur le multivibrateur on utilise un autre câble coaxial d'un mètre dix, il faut donc le prendre en compte. On mesure T et on trouve $C = T/a$.

$$C = \pm \text{ avec } \Delta C = C \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2}$$

Finalement on en déduit la capacité linéique du câble $\Gamma = C/L = \pm$

On peut mesurer cette capacité d'une deuxième façon en mesurant la vitesse de propagation v d'un signal dans le câble car on sait que $v = \frac{1}{\sqrt{\Gamma\Lambda}}$. Comme on ne connaît pas Λ on peut s'en affranchir via l'impédance $Z = \sqrt{\Lambda/\Gamma}$ du câble. Pour la connaître on envoie des «burst» très courts à l'intérieur du câble et on observe alors une réflexion du signal dû au fait que l'impédance de l'air (à la sortie) soit différente de celle du câble. On branche alors une résistance et on trouve la valeur pour laquelle on minimise cette réflexion.

On trouve $Z = \pm \sqrt{\frac{2L}{t}} = \pm \sqrt{\frac{2L}{t}} \Delta v$ avec $\Delta v = v \frac{\Delta t}{t}$ on peut alors en déduire

$$\Gamma = \frac{1}{Zv} = \frac{t}{ZL} \pm$$

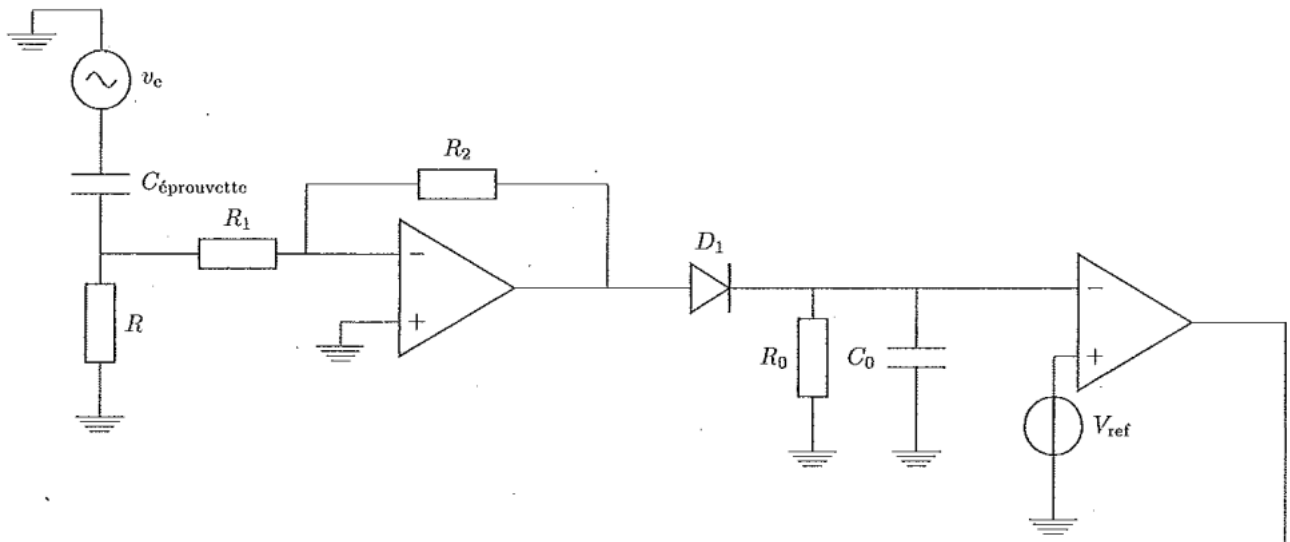
$$\text{Avec } \Delta\Gamma = \Gamma \sqrt{\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Z}{Z}\right)^2}$$

Nous allons maintenant voir quelques applications de ces effets capacitifs.

3 Applications

3.1 Détecteur de niveau d'eau

Nous allons appliquer un des effets capacitifs pour créer un détecteur de niveau d'eau. Pour cela on va placer de l'aluminium autour d'une éprouvette graduée. Cela va créer un condensateur avec pour diélectrique l'air. Lorsque nous remplissons d'eau l'éprouvette, on change le diélectrique et donc la capacité. On va alors faire un circuit électrique capable de détecter ce changement de capacité afin d'allumer une diode lorsque l'éprouvette est remplie à un certain niveau.



Il y a plusieurs modules dans ce circuit.

Étape 1 : On alimente le début du circuit avec une tension sinusoïdale à 10 V à 1 kHz. On place ensuite un pont diviseur de tension duquel va sortir une tension v_s proportionnelle à C la capacité de l'éprouvette.

$$v_s = v_e \frac{R}{R + 1/jC\omega} \simeq j\omega RC v_e$$

Cette approximation est valable si $\omega RC \ll 1$ ce qui est vérifié dans notre cas $R \simeq 10^4 \Omega$ $C \simeq 10^{-12} F$ et $\omega \simeq 10^3 Hz$

Étape 2 :

On a ensuite un amplificateur inverseur de rapport d'amplification $\frac{R_2}{R_1}$.

Étape 3 :

La diode ainsi que le condensateur et la résistance en parallèle forme un détecteur de crête qui va avoir pour effet d'obtenir un signal continu à partir du signal sinusoïdal.

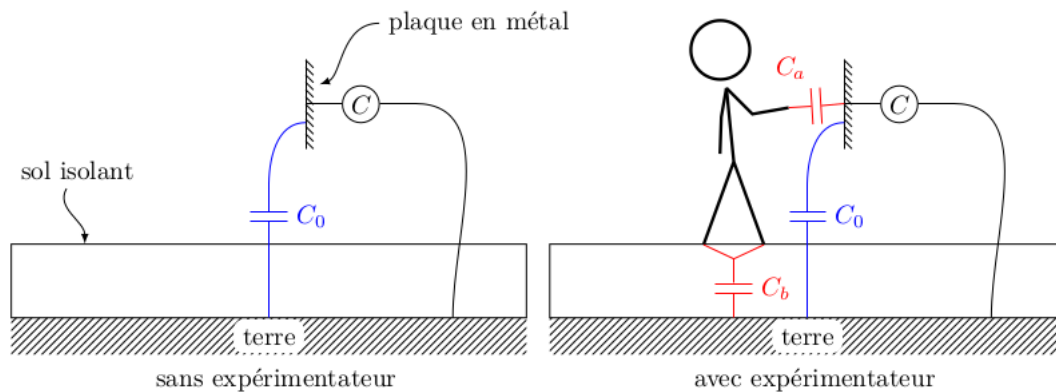
Étape 4 :

On termine le circuit par un comparateur qui va comparer la tension continue avec une tension de référence V_{ref} . On place ensuite une diode afin d'avoir un signal lumineux lorsque l'éprouvette a été suffisamment remplie.

On trace donc la capacité en fonction du volume d'eau versé. On a donc une droite d'étalonnage qui permet de choisir un volume au dessus duquel la diode s'allumera. On peut faire le test en direct et espérer que ça fonctionne.

3.2 Détecteur de mouvement

On relie un condensateur à un RLC-mètre, de plus une des bornes du condensateur est relié à la terre. Le principe de l'expérience est de créer un deuxième condensateur en reliant une plaque en métal (qui va jouer le rôle d'une armature d'un condensateur) au RLC-mètre. Lorsque nous approchons notre main de cette plaque, il va alors se former un condensateur en parallèle avec celui déjà présent. La capacité mesurée par le RLC-mètre va alors changer, et sur le même principe que le détecteur d'eau on a un circuit qui va détecter ce changement de capacité. Dans notre cas nous avons choisi de faire un oscillateur dont la période est proportionnelle à la capacité.



Conclusion

Nous avons vu au cours de ce montage comment est-ce qu'il était possible de faire un condensateur ainsi que de mesurer sa capacité. Nous avons vu aussi que les effets capacitifs sont très présents dans la vie quotidienne et nous avons vu deux de ses applications notamment le détecteur d'eau et le détecteur capacimétrique qui est à la base des écrans tactiles et smartphones et de tablette. Nous aurions pu étudier d'autres applications comme le filtrage de signaux via des filtres RC par exemple.

Questions, commentaires.