
MP25 : Mesure des fréquences temporelles (domaine de l'optique exclu)

Mickaël MATEOS et Paul GRASSEIN

Commentaires de jury

2013 : La résolution spectrale lors d'une transformée de Fourier discrète n'est pas toujours connue. Les candidats gagneraient à connaître les méthodes de détermination de fréquence par multiplication (translation) ou hétérodynage.

2012, 2011 : La résolution spectrale lors d'une transformée de Fourier discrète n'est pas toujours connue. Même si un stroboscope présente un intérêt pédagogique, il ne saurait être préféré à un fréquencemètre. Lorsqu'on dispose d'une méthode plus précise, l'utilisation du chronomètre n'est pas recommandée.

2010 : La résolution spectrale lors d'une transformée de Fourier discrète n'est pas toujours connue. Les candidats gagneraient à connaître les méthodes de détermination de fréquence par multiplication (translation) ou hétérodynage.

2007 : Le candidat doit avoir un minimum de connaissances sur la fonction FFT des logiciels spécialisés ou des oscilloscopes.

2005 : La résolution de la mesure de fréquence par FFT peut être abordée.

Bibliographie

- Dictionnaire de physique expérimentale, Tome I (Mécanique), Quaranta
- Expériences d'électronique, Duffait
- CAPES de sciences physiques, Duffait

Table des matières

1	Mesure directe par comptage	2
1.1	Le pendule simple	2
1.2	Fréquencemètre à portes logiques	3
2	Mesures comparatives à l'aide d'un étalon de fréquence connue	5
2.1	Phénomène de battements acoustiques	5
2.2	Stroboscopie et vitesse de rotation d'un moteur	6
3	Analyse de Fourier	6
4	Hétérodynage et effet Doppler	7

Introduction

La fréquence d'un phénomène périodique correspond au nombre de fois que ce phénomène se répète durant une seconde. Les mesures temporelles comptent parmi les plus précises en physique. On s'en sert donc pour déterminer d'autres paramètres du système étudié.

Je vais dans ce montage vous exposer différentes manières de mesurer des fréquences du plus simple au plus compliqué en survolant les domaines de l'acoustique, de l'électronique et de la mécanique.

1 Mesure directe par comptage

1.1 Le pendule simple

Matériel :

- Pendule bifilaire cf quaranta
- Chronomètre
- Mètre ruban

Le but est de mesurer simplement à l'aide d'un chronomètre la fréquence d'oscillation d'un pendule simple dans l'approximation des petites oscillations. Le pendule choisi se rapproche au mieux du pendule simple théorique grâce à un faible amortissement au niveau des points de fixation, masse du fil négligeable devant celle de l'objet massif que l'on considère comme ponctuel en ramenant sa masse à son centre de gravité.

On mesure au mètre ruban la distance L entre le point de fixation et le centre de gravité de la masse et on mesure la période T à l'aide du chronomètre en comptant dix périodes afin de minimiser l'incertitude de mesure. On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} 10 T &= \dots \pm \dots \text{ s} \\ T &= \dots \pm \dots \text{ s} \\ L &= \dots \pm \dots \text{ cm} \end{aligned} \tag{1}$$

L'équation du mouvement du pendule nous donne :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \tag{2}$$

Calcul de l'incertitude sur g issue de ΔL et ΔT :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta g}{g} &= \frac{\Delta L}{L} + 2 \frac{\Delta T}{T} \\ g &= \dots \pm \dots \text{ m s}^{-2} \end{aligned} \tag{3}$$

Mesure simpliste qui donne une incertitude importante. Optimiser cette mesure consisterait alors à automatiser le comptage, nous allons donc construire un fréquencemètre à l'aide de portes logiques.

1.2 Fréquencemètre à portes logiques

Matériel :

- 2 GBF
- Boîtier "principe fréquencemètre" p42.49/1
- alimentation stabilisé de tension réglable
- oscilloscope 4 voies
- 2 compteurs p70.9
- AO TL081, une diode redressement 1N4004 et deux boîtes à décade résistance
- diapason, micro ... voir détail manip suivante pour les ref

Dans un premier temps on cherche à mesurer la fréquence d'un signal BF créneau. Le fréquencemètre va alors compter le nombre de fois que le signal atteint son plateau supérieur en 1s. Tout les composants logiques TTL (portes et compteurs) sont alimentés par une tension continue de 5V. Pour ces composants, une tension de 5V en entrée équivaut au 1 logique et une tension de 0V au 0 logique. C'est pourquoi on utilise systématiquement des signaux créneau variant entre 0 et 5V.

Le fréquencemètre se compose d'une porte ET logique entre le signal à analyser BF et un signal créneau TBF $f = 0.5Hz$ qui fait office d'horloge. La porte ET est construite à partir de deux portes NON ET (cf schéma). La remise à zéro des compteurs est assuré par l'association d'une porte NON ET et d'une balance JK ($J=K=1$ ici), voir sa table de vérité pour comprendre son fonctionnement.

		x	y	$x \cdot y$	$\bar{x} \cdot \bar{y}$
		0	0	0	1
1	0	0	1		
0	1	0	1		
1	1	1	0		

TABLE 1 – Tableau de vérité des portes ET et NON ET

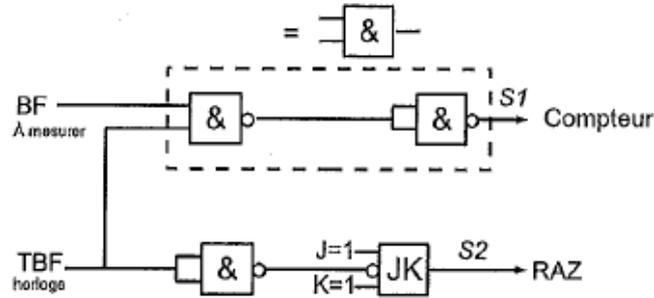


FIGURE 1 – Montage du fréquencemètre.

H	J	K	Q_{n+1}	Q_n
↓	0	0	Q_n	Q_{n+1}
↓	0	1	0	1
↓	1	0	1	0
↓	1	1	Q_{n+1}	Q_n

TABLE 2 – Fonctionnement d’une bascule JK à front descendant (type 7476).

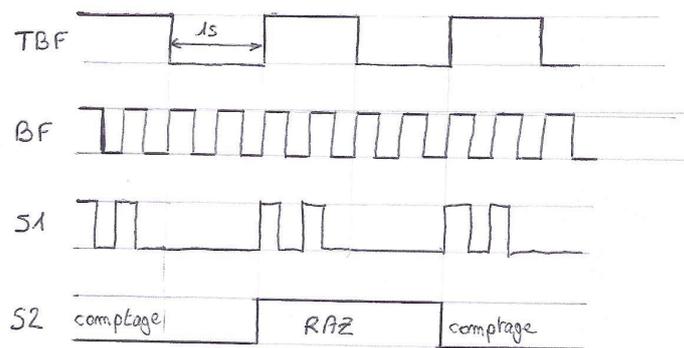
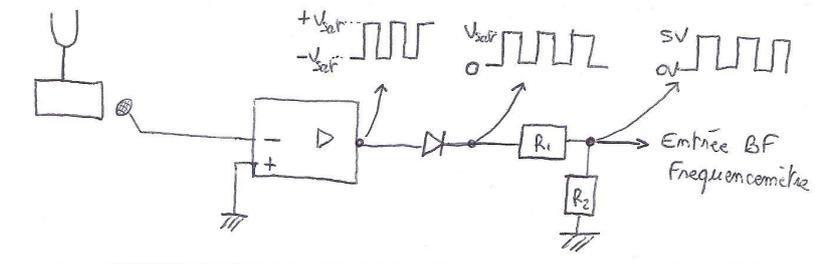


FIGURE 1 – Table de vérité porte ET et NON ET, Schéma du fréquencemètre, Montage d’adaptation du signal issu du micro et chronogramme du fréquencemètre

Au final, comme le montre le chronogramme, le fréquencemètre compte le nombre de max atteint par le signal BF pendant une seconde, cesse de compter et maintient le résultat affiché

pendant une seconde et remet à zéro les compteurs pendant 2s.

On mesure ainsi la fréquence délivré par le GBF :

$$f = 101 \pm 1Hz \quad (4)$$

Incertitude issue du déphasage entre le signal à mesurer et le signal TBF. A haute fréquence les incertitudes peuvent venir du temps de commutation des composants logiques (10ns) ou de l'imprécision de l'horloge TBF utilisée.

On peut passer à la mesure de la fréquence d'un diapason mais de part le choix des composants TTL, il faut mettre en forme le signal à analyser (ie le transformer en un créneau 0-5V), voir montage adaptatif. (Attention, pensez à régler l'offset de l'AO et adapter à la main le pont diviseur pour obtenir la tension en sortie souhaitée).

$$f = 442 \pm 1Hz \quad (5)$$

2 Mesures comparatives à l'aide d'un étalon de fréquence connue

2.1 Phénomène de battements acoustiques

Matériel :

- Micro cravate P74.37/2
- Adaptateur micro P74.38/1
- 2 diapasons 440 Hz
- Masselotte qui se fixe au diapason
- Oscilloscope

Etant donné que l'on vient de mesurer la fréquence d'un diapason accordé à la fréquence f_0 , on peut s'en servir d'étalon de fréquence afin de faire des mesures comparatives par rapport à cet étalon. On va supposer par la suite que l'on connaît parfaitement la fréquence du diapason accordé à 440 Hz.

On va chercher à mesurer la fréquence d'un diapason désaccordé f_1 par l'ajout d'une masse sur l'une de ses branches : on enregistre via un microphone la superposition des ondes acoustiques émises par les deux diapasons. On observe alors un phénomène de battements issu de la somme des intensités :

$$I = 2I_0 \cos\left(\frac{\omega_0 - \omega_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_0 + \omega_1}{2}\right) \quad (6)$$

à condition que les deux diapasons émettent avec la même intensité I_0 ce qui ne sera jamais le cas d'où la non-annulation des minima observés. En mesurant la fréquence f_b des battements

(période de l'enveloppe correspondant à la fréquence basse), on peut remonter à f_1 connaissant f_0 :

$$\begin{aligned} 21 T_b &= 467 \pm 8 \text{ m s} \\ f_b &= 45.0 \pm 0.8 \text{ Hz} \\ f_1 = f_0 - f_b &= 395.0 \pm 0.8 \text{ Hz} \end{aligned} \quad (7)$$

2.2 Stroboscopie et vitesse de rotation d'un moteur

Matériel :

- Moteur avec disque stroboscopique P3.7
- Générateur de tension continue Hameg
- Stroboscope P3.5
- Support élévateur pour surélever le disque
- Masse de 500 g pour le maintenir stable

On cherche à caractériser la vitesse de rotation d'un moteur à courant continu. On colle un réflecteur sur le disque tournant avec l'arbre du moteur. On alimente le moteur sous une tension de 9 V (vérifiée au multimètre). On place le disque tournant face au stroboscope (à l'aide du support élévateur et de la masse).

On part d'une fréquence de flash lumineux très supérieure à la fréquence de rotation du moteur puis on diminue progressivement la fréquence des flashes jusqu'à l'observation du réflecteur immobile. En revanche si on part d'une fréquence de flash plus faible que celle à mesurer, on observera des positions stationnaires pour l'ensemble des fréquences $f_{flash} = \frac{f_{moteur}}{k}$. On mesure alors :

$$f_{moteur} = 47.6 \pm 0.1 \text{ Hz} \quad (8)$$

Les données constructeurs indiquent une fréquence d'environ 48 tr s^{-1} à 9 V. On se situe à 0.8% de la valeur constructeur qui est fournie sans incertitude.

3 Analyse de Fourier

Les techniques précédentes deviennent inefficaces lorsque le signal à mesurer est multifréquentiel. On a alors recours à l'utilisation de la transformée de Fourier qui permet de décomposer l'ensemble des fréquences contenues dans le spectre du signal analysé.

En pratique le calcul de la transformée de Fourier est permise grâce à l'algorithme FFT (*Fast Fourier Transform*) qui permet de diminuer le nombre d'opérations nécessaires au calcul de celle-ci.

Si on revient sur les battements des deux diapasons, on s'aperçoit que la transformée de Fourier du son fournit deux pics aux fréquences attendues. En revanche si on étudie le spectre

issu d'une flûte d'orgue en métal, on observe un spectre beaucoup plus riche avec plusieurs harmoniques multiples de la fréquence fondamentale. Les harmoniques d'un instrument caractérisent son timbre.

Pour revenir sur la mesure FFT, il faut prendre un certain nombre de précautions afin d'optimiser la mesure et maximiser la résolution de la FFT. Les deux facteurs à prendre en compte sont le nombre de points acquis N qui est limité par la mémoire de la carte d'acquisition ainsi que la fréquence d'échantillonnage F_e . La résolution (ie la distance entre deux fréquences du spectre calculé) vaut F_e/N . Pendant une mesure, il faut donc prendre le maximum de point possible tout en adaptant l'échantillonnage afin d'avoir une reconstitution correcte du signal mesuré.

Que faire si notre mesure est totalement noyée dans un bruit blanc ?
Détection synchrone Mon Capitaine !

4 Hétérodynage et effet Doppler

Matériel :

- Table traçante P40.5 avec émetteur ultrason fixé
- Récepteur ultrason P73.21 posé sur un boy
- GBF
- Multiplieur AD534
- Résistance variable ($R = 8\text{ k}\Omega$)
- Capacité variable ($C = 1\text{ }\mu\text{F}$)
- Oscilloscope

Le but de cette expérience est de mesurer la vitesse de translation d'une table traçante par effet Doppler, au moyen d'une détection hétérodyne (hétérodynage).

Un émetteur ultrason alimenté par un GBF ($f_{emi} = 40\text{ kHz}$ dans le référentiel de l'émetteur, amplitude de $8V$) est fixé sur la partie mobile de la table traçante. On mesure via un microphone immobile la fréquence reçue f_{recu} dans le référentiel du laboratoire. La différence de fréquence observée est due à l'effet Doppler et permet de remonter à la vitesse v_{source} de la table traçante avec la relation suivante :

$$\begin{aligned} f_{recu} &= \frac{v_{son}}{v_{son} - v_{source}} f_{emi} \\ v_{source} &= v_{son} \left(1 - \frac{f_{emi}}{f_{recu}} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

Afin d'optimiser la mesure, notamment d'améliorer le rapport signal/bruit, on effectue une détection synchrone en multipliant à l'aide d'un composant non linéaire le signal émis et le signal reçu, on a alors un signal de la forme :

$$I = \frac{I_{emi} I_{recu}}{2} (\cos(\omega_{recu} - \omega_{emi}) + \cos(\omega_{recu} + \omega_{emi})) \quad (10)$$

On récupère uniquement la composante basse fréquence (premier terme) à l'aide d'un filtre passe bas RC adapté (fréquence de coupure proche de $f_{emi} - f_{recu}$). Cette technique permet de transposer la mesure à effectuer aux basses fréquences et ainsi s'affranchir du bruit haute fréquence.

$$\begin{aligned} f_{recu} - f_{emi} &= 11.6 \pm \dots \text{ Hz} \\ v_{source} &= 10.0 \pm \dots \text{ cm s}^{-1} \end{aligned} \tag{11}$$

Conclusion

Je vous ai présenté dans ce montage différents moyens de mesurer des fréquences temporelles en partant du plus simple, le comptage manuel au plus complexe avec l'analyse de fourrier et la détection synchrone.

Une partie des expériences présentées ici trouvent des applications dans la vie courante : les battements acoustiques permettent aux musiciens d'accorder leurs instruments tandis que l'effet Doppler est à la base du fonctionnement des radars. Enfin, l'hétérodynage est utilisé dans les analyseurs de spectre : on utilise un filtre passe bande fixe très étroit et on fait défiler le signal à analyser par hétérodynage grâce à un oscillateur de fréquence variable.