

Bibliographie: * Duffait, "Expériences d'électronique", agreg, Bréal.

* Quoranta, "Tome 1 la Mécanique", Pierron.

* Duffait, "CAPES", Bréal.

Introduction:

La fréquence est le nombre de fois qu'un phénomène périodique se répète par unité de temps. L'unité de temps du système international est la seconde. Elle a été définie en 1967 à partir du nombre précis et très grand de périodes de radiation entre les 2 niveaux hyperfins de l'état fondamental du césium 133.

Il peut être intéressant au quotidien d'avoir accès à des fréquences pour accorder un instrument de musique par exemple. En voiture, le compte-tour permet de connaître la vitesse de rotation du moteur et ainsi ne pas l'abîmer.

Dans ce montage, nous allons voir différentes méthodes de mesures.

Plan: I) Mesures de fréquences par comptage

- 1) Le pendule simple
- 2) Le fréquencemètre

II) Mesures de fréquences par comparaison

- 1) Battements acoustiques
- 2) Stroboscopie

III) Analyse de Fourier

- 1) Fréquences propres d'oscillateurs libres
- 2) Analyse de signaux

I) Mesures de fréquences par comptage

Les mesures par comptage reposent sur l'application directe de la définition de la fréquence : On compte le nombre de fois qu'un phénomène périodique se répète identique à lui-même pendant une durée donnée.

1) Le pendule simple (Quaranta Mécanique p 312)

On va chercher à mesurer la période d'oscillation d'un pendule.



$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0 \quad \text{avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$\sin \theta \sim \theta$: approx. des petits angles $\theta \ll 20^\circ$

$$\rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$l =$$

$$g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\rightarrow T_{\text{attendu}} =$$

$$\rightarrow f_{\text{att}} = \pm$$

$$\frac{\Delta T_{\text{att}}}{T_{\text{att}}} = \frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l} =$$
$$\frac{\Delta f_{\text{att}}}{f_{\text{att}}} = \frac{\Delta T_{\text{att}}}{T_{\text{att}}} =$$

On minimise l'incertitude si on mesure plusieurs périodes. En préparation, on mesure plusieurs fois consécutivement la période pour estimer statistiquement l'incertitude.

Mesure de T_{exp} pour 10 périodes : $T_{10\text{exp}} = \pm$

$$\rightarrow T_{\text{exp}} = \pm$$

$$\rightarrow f_{\text{exp}} = \pm$$

Remarque : • Il est plus aisé de repérer les périodes lorsque le pendule passe par son minimum d'énergie potentielle.

• On mesurant plusieurs périodes pour différentes longueurs, on peut remonter à la valeur de g avec un droite dont la pente est g .

• Les incertitudes sur la longueur du fil sont dues à la difficulté de repérer le barycentre.

On va maintenant s'intéresser à un appareil de mesure qui procède par comptage et qui permet de déterminer des fréquences électriques ou acoustiques auxquelles on ne peut pas accéder "visuellement".

2) Le fréquencemètre (Duffaut Agrég p274)

On automatise ce qu'on a fait manuellement : mesure de la fréquence en comptant le nombre de périodes de ce signal en 1 temps donné !

Schéma :

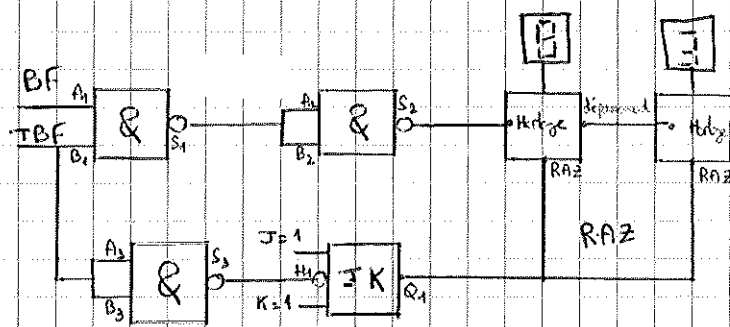
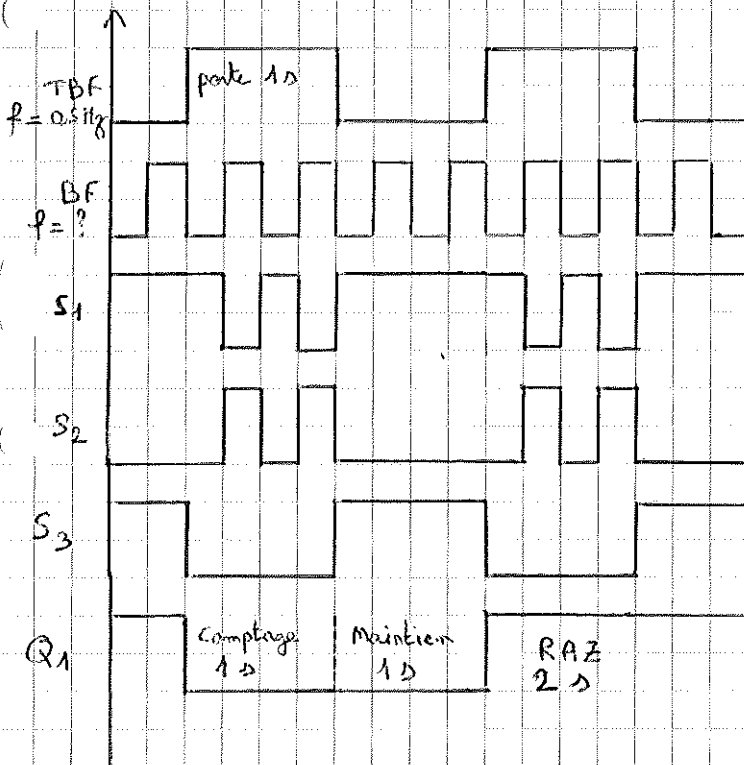


Table de vérité de la porte NAND (7400 (3/4))

x	y	$\overline{x \cdot y}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Table de vérité de la bascule JK (7476 (1/2))

H	J	K	Q_{n+1}	$\overline{Q_{n+1}}$
↓	0	0	Q_n	$\overline{Q_n}$
↓	0	1	0	1
↓	1	0	1	0
↓	1	1	$\overline{Q_n}$	Q_n



On cherche à mesurer le signal BF. On utilise des portes logiques et un signal TBF créneaux (0-5V) de fréquence 0,5 Hz ce qui nous permet à la fin d'afficher sur nos compteurs directement le nombre de coups par seconde (= fréquence) du signal BF.

Les portes logiques fonctionnent de telle manière qu'un signal +5V = 1 et 0V = 0.

La bascule JK sert à remettre à zéro les compteurs une fois qu'ils ont affiché la fréquence recherchée pendant 1s.

S_2 est le signal envoyé au compteur, on voit bien qu'il contient le nombre d'impulsions dans une porte d'1 seconde ce qui nous donne la fréquence.

Remarques:

- Pour faire fonctionner la bascule JK, il faut alimenter S_1, R_1 en 5V et J et K en 5V si on les veut à 1. (correspondance de ces sorties cf. dernière page ^{du Duffil})

- Pour le signal TBF utiliser un Agilent en sortie output (pro ^{TTL} car la sortie TTL délivre un créneau 0-3,5V) avec un signal créneau de 500 mHz de 0-5V.

- Pour le signal BF on peut utiliser la sortie TTL (Trig) d'un HAMEG qui elle, délivre bien du 0-5V créneaux.

- Si on veut faire fonctionner le compteur sans la bascule JK (= remise à zéro)

il faut penser à relier la RAZ du compteur à la masse.

- ⚠ montage instable, beaucoup de faux contact sur les plaquettes.

Donc le montage n'est pas instable / les portes logiques ont des composants très stables) mais on peut dire qu'il y a des faux contacts.

* Mesure d'un signal créneaux d'environ 10 Hz:

on lit sur le compteur:

$$f_0 = \pm 1 \text{ Hz}$$

L'incertitude sur la fréquence est de ± 1 créneau $\Rightarrow \pm 1$ coup et donc $\pm 1 \text{ Hz}$. L'incertitude est donc ^{relative} assez importante pour les hautes fréquences.

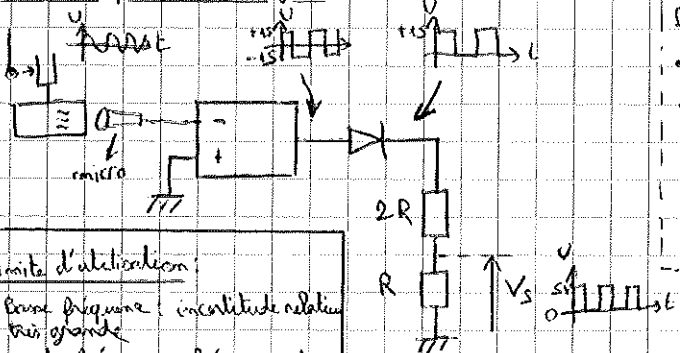
* Mesure d'un signal créneaux de plus de 30 Hz:

Les compteurs n'affiche que 2 chiffres donc pour mesurer une fréquence à 3 chiffres il faut relier le 1^{er} compteur à un 2^{ème} en utilisant la sortie "Déplacement" du 1^{er} compteur que l'on relie à l'entrée "horloge" du 2^{ème} compteur. Puis relier les RAZ ensemble.

* Mesure d'une fréquence acoustique: le diapason

Comme on l'a dit, il faut comme signal, un signal créneaux de (0-5V).

Mise en forme du signal



Limite d'utilisation:

- Basse fréquence: incertitude relative très grande
- Haute fréquence: fréquence limite par le temps de commutation de la porte ($\sim 10 \text{ ns}$ pour un circuit TTL. $\Rightarrow f = \frac{1}{10 \times 10^{-9}} = 100 \text{ MHz}$)

- On utilise un A.O. en comparateur qui transforme le signal périodique en créneau d'amplitude (+5V; -5V)
- la diode redresse le signal (0; 5V)
- la pont diviseur de tension donne une tension de [0; 5V] $\Rightarrow$ OK pour portes logiques.

⚠ Pensez à régler l'offset de l'A.O. sinon mauvaise mesure au fréquencemètre!

Mesure du diapason:

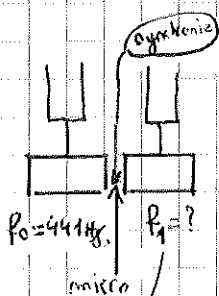
$$f_0 = \pm 1 \text{ Hz}$$

II) Mesures par comparaison

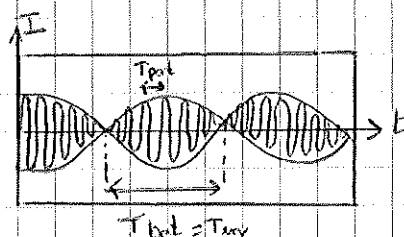
Les mesures par comparaison sont des mesures indirectes qui consistent à comparer la fréquence recherchée à une fréquence connue et fixée par l'expérimentateur.

On va rester dans le domaine acoustique et on va déterminer la fréquence d'un diapason à l'aide d'un autre diapason dont on connaît la fréquence (celui que l'on a utilisé précédemment).

1) Batttements acoustiques (Quanta Mécanique p417)



La mise en vibration de ces 2 diapasons simultanément entraîne l'apparition "d'interférences". On acquiert le signal avec synchronie et on mesure la période des battements (que l'on entend directement!).



$$I = 2I_0 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$$

⚠ Hyp: On frappe avec la même intensité les deux diapasons $\rightarrow$ même I_0
ce qui est faux en pratique donc on a pas extinction totale du bruit!

on peut éventuellement utiliser un diapason de 440 Hz que l'on disaccorde avec une petite manivelle fixée à son bras

Mesure

On mesure T_{env} pour période: $T_{env} = 16,6 \pm 2,5 \pm 0,6$ ms 6 points

$$\Rightarrow T_{env} = \quad \Rightarrow f_{env} = \quad \pm$$

$$\rightarrow f_0 - f_1 = \frac{2}{T_{env}} = 2f_{env}$$

$$\Rightarrow f_1 = f_0 - 2f_{env}$$

$$\rightarrow f_1 = \quad \pm$$

Autre calcul d'incertitude:

$$\Delta f_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial f_1}{\partial f_0}\right)^2 \Delta f_0^2 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial f_{env}}\right)^2 \Delta f_{env}^2}$$

$$= \sqrt{\Delta f_0^2 + 4 \Delta f_{env}^2}$$

$$= \quad \pm$$

- Dans les orchestres, la méthode des battements est utilisée pour accorder les instruments entre eux.
- La méthode précédemment décrite est utile également pour les accordeurs de guitare.

Lorsque l'on a déterminé la fréquence des oscillations du pendule, on pouvait suivre le mouvement à l'œil nu. Pour des fréquences plus importantes (typiquement au-delà de 10 Hz), cela n'est plus possible à cause de la persistance rétinienne. Pour étudier des phénomènes périodiques rapides, comme la rotation d'un moteur, on va utiliser une autre technique : la stroboscopie.

2) Stroboscopie (Duffaut Capes p 248)

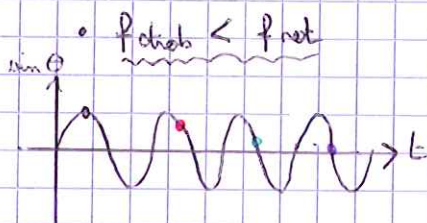
Le stroboscope émet des flashs lumineux à une fréquence f_{flash} réglable par l'utilisateur.

Le but ici va être de déterminer la fréquence de rotation f_{rot} d'un disque comportant un secteur blanc réfléchissant.

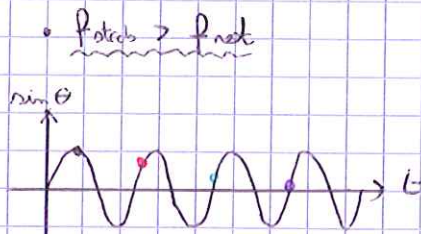
Le disque est entraîné par un moteur à courant continu dont la vitesse de rotation dépend de la tension appliquée.

Etude des différents cas :

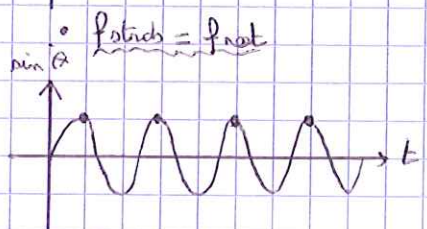
⚠ Le disque tourne dans le sens trigonométrique dans les représentations ci-dessous !



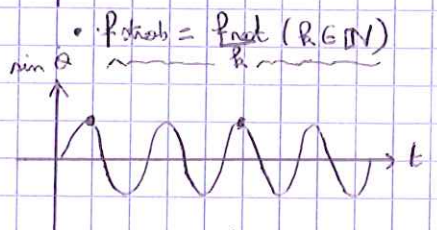
Le disque fait un peu plus d'un tour entre chaque flash.
 $\Rightarrow$ le secteur se déplace dans le sens de rotation du disque.



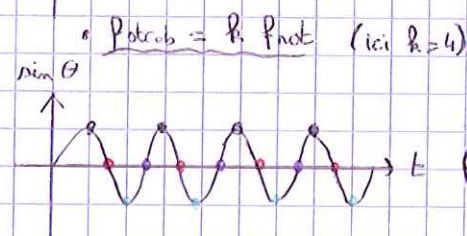
Le disque fait un peu moins d'un tour entre chaque flash.
 $\Rightarrow$ le secteur se déplace dans le sens inverse de rotation du disque.



Le disque fait un tour entre chaque flash lumineux.
 $\Rightarrow$ le secteur paraît immobile.



Le disque fait h tours entre chaque flash.
 $\Rightarrow$ le secteur paraît lui aussi immobile.
 (Astuce après pour trouver la vraie fréquence de rotation.)



Le disque n'a le temps de faire $\frac{1}{h}$ tour entre chaque flash $\Rightarrow h$ secteurs lumineux.

Pour déterminer la vraie fréquence de rotation on fait 2 mesures consécutives d'immobilité du secteur blanc unique en augmentant la fréquence :

$$f_1 = \frac{f_{rot}}{R} = \pm \quad ; \quad f_2 = \frac{f_{rot}}{R-1} = \pm \quad \text{Pour une tension de 3V}$$

$$\Rightarrow f_{rot} = \frac{f_1 f_2}{f_2 - f_1}$$

$$f_{rot} = \pm$$

$$\Delta f_1 = \Delta f_2 = \Delta f$$

$$\frac{\Delta f_{rot}}{f_{rot}} = \Delta f \left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{2}{f_2 - f_1} \right)$$

=

La notice donne :

3V	≈ 16 t/s
6V	≈ 32 t/s
9V	≈ 48 t/s
12V	≈ 65 t/s

On va maintenant s'intéresser à l'analyse de Fourier de signaux.

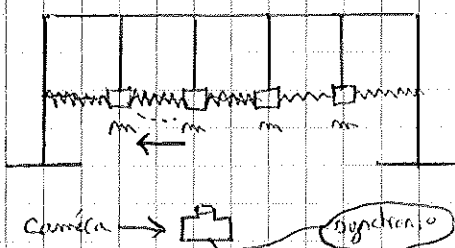
III) Analyse de Fourier

La transformée de Fourier permet de passer d'une description temporelle à une description fréquentielle. On obtient des spectres qui permettent d'extraire des informations sur les signaux. C'est d'autant plus intéressant que la plupart des signaux, en pratique, contiennent plusieurs fréquences.

Dans un premier temps on va s'intéresser à caractériser un système d'oscillations.

1) Fréquences propres d'oscillateurs libres (Quanta Mécanique p83)

Schéma :



On va s'intéresser à mesurer le déplacement des masses à l'aide d'une caméra qui envoie des flash lumineux et qui vient se réfléchir sur des petits miroirs fixés sur les masses.

On fournit au système un signal en échelon en déplaçant la deuxième masse vers la première. Puis on attend que le système se stabilise et on lâche la masse. Le système va alors osciller librement (il y a quand même des frottements).

La résolution des équations du mouvement met en évidence 4 fréquences propres (= fréquence d'oscillation d'un oscillateur libre) car on a 4 oscillateurs.

On peut décomposer ce signal en somme de fonctions périodiques.

la transformée de Fourier du signal (= TF (mesurement d'une mesure)) met en évidence les 4 fréquences propres d'oscillations du système.

Grâce à synchronisme en mesure :

$$f_1 = 1,30 \pm 0,05 \text{ Hz} ; f_2 = 1,97 \pm \quad ; f_3 = \quad ; f_4 = \quad$$

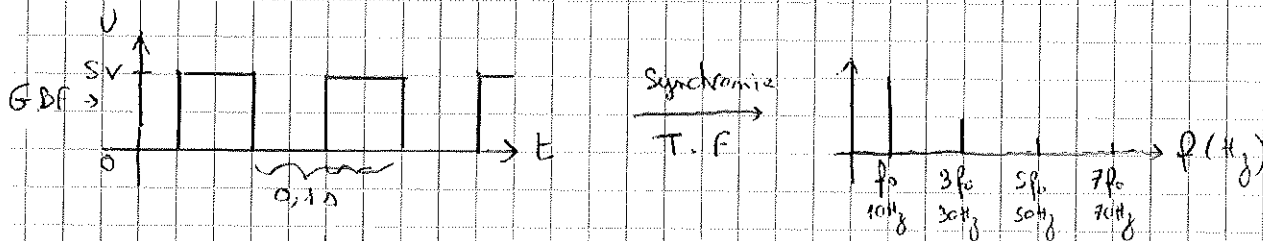
En connaissant les valeurs des ressorts et les poids des masses, on pouvait remonter aux valeurs attendues des fréquences propres.

la transformée de Fourier a l'avantage de donner les harmoniques là où un appareil comme le fréquencemètre n'en est pas capable. On montre ceci en analysant des signaux avec synchronisme :

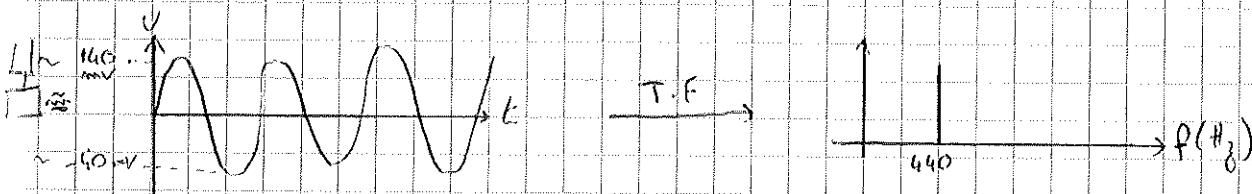
2) Analyse de signaux

Signal créneau :

On envoie à synchronisme le même signal créneau (BF) du fréquencemètre grâce à la sortie (Trig out) du GDF HAMPG. On effectue la TF de ce signal en respectant bien le critère de Shannon ($T_{\text{éch}} < T_{\text{signal}}$) où $T_{\text{signal}} = 0,1 \text{ s}$ donc on prend une mesure sur une dizaine de secondes.



Diapason :



On pourrait voir avec un piano que le son est plus harmonieux : il est plus riche spectralement et contient donc plus d'harmoniques !