

MP28: Mesures de fréquences temporelles. (Domaine de l'optique exclu)

Augustin Ernoult, Raphaël Poryles

2012-2013

Références

- [1] L. Quaranta "Dictionnaire de physique expérimentale, Tome 1 : La mécanique", éd. Pierron.
- [2] R. Duffait, J.P. Lievre "Expériences d'électronique, Agrégation de sciences physiques", Chap.X : "Composants et fonctions logiques" et Chap.XI : "Convertisseur", éd. Bréal
- [3] R. Duffait "CAPES de sciences physiques" éd. Bréal

Table des matières

1	Mesure directe	1
1.1	Mesure de la période sur un pendule simple ([1], p. 312 : "Pendule")	1
1.2	Mesure de la fréquence par un fréquencemètre à portes logiques [2], p.274	1
2	Mesure par comparaison avec un système de fréquence connue	3
2.1	Battement ondulatoire : diapason désaccordé ([1], p.417 : "Sons")	3
2.2	Stroboscopie [3]	3
3	Mesure par analyse de Fourier, [2]	4

Rapport du jury

- 2012, 2011 "La résolution spectrale lors d'une transformée de Fourier discrète n'est pas toujours connue. Même si un stroboscope présente un intérêt pédagogique, il ne saurait être préféré à un fréquencemètre. Lorsqu'on dispose d'une méthode plus précise, l'utilisation d'un chronomètre n'est pas recommandé."
- 2010 "[...] Les candidats gagneraient à connaître les méthodes de détermination de fréquence par multiplication (translation) ou hétérodynage."
- 2007 "Le candidat doit avoir un minimum de connaissances sur la fonction FFT des logiciels spécialisés ou des oscilloscopes."
- 2005 "La résolution de la mesure de fréquence par FFT peut être abordée."

Introduction

Un phénomène périodique est un phénomène qui se répète régulièrement au cours du temps. Sa fréquence (en Hertz) est le nombre de fois qu'il se répète par unité de temps : la seconde dans le système international.

$$f = \text{nombre de répétition par seconde} = \frac{1}{\text{durée d'une répétition}} = \frac{1}{T} \quad (0.1)$$

Cette grandeur permet souvent de remonter aux paramètres caractéristiques du système, il est donc important de pouvoir la mesurer. Nous allons voir ici différentes méthodes de mesures de fréquences et esquisser quelles peuvent en être les utilisations.

1 Mesure directe

1.1 Mesure de la période sur un pendule simple ([1], p. 312 : "Pendule")

On cherche à mesurer la fréquence d'oscillation d'un pendule simple dans le cadre de petites oscillations. Pour "construire" ce pendule, on suspend une masse par deux fils entre deux potences (pendule bifilaire du Quaranta [1]). On se rapproche donc ici du pendule simple théorique. Ici la mesure de la période des oscillations est très simple c'est donc ce qu'on mesure.

On mesure une dizaine de périodes pour minimiser l'erreur. On fait cela avec un chronomètre (c'est une méthode assez précise finalement : l'incertitude est évaluée ici à 0,2 près sur 10 périodes). Bien qu'ayant pris connaissance des remarques du jury, ici il n'y a pas de capteur de position, et c'est quand même vachement stylé de mesurer une fréquence (et même g) avec un chronomètre ! On obtient alors :

$$10T = \pm \text{ s} \quad (1.1)$$

D'où :

$$f = \pm \text{ Hz} \quad (1.2)$$

D'après la théorie on sait que dans ce cas on doit avoir :

$$\frac{1}{f} = T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1.3)$$

où l est la longueur du pendule et g la constante de gravité terrestre. En mesurant les fréquences pour plusieurs longueurs on peut tracer : $T^2 = f(l)$ et remonter ainsi, si ce n'est à g , au moins à $T \propto \sqrt{l}$. On mesure avec Regressi.

$$g = 10,2 \pm 0,2 \text{ m.s}^{-2} \quad (1.4)$$

Cette mesure technique de mesure de fréquences, bien que efficace demande beaucoup de temps (acquisition, comptage d'un nombre fixé de périodes, mesure du temps etc.). Il peut être alors intéressant d'automatiser ce principe. Fabriquons donc un fréquencesmètre à portes logiques.

1.2 Mesure de la fréquence par un fréquencesmètre à portes logiques [2], p.274

On commence par chercher à mesurer la fréquence d'un signal basse fréquence (BF) crête-à-crête. Le but ici est de compter le nombre de fois que ce signal atteint son plateau supérieur en 1s. Pour cela, on va utiliser des composants logiques et fabriquer un ET logique entre le signal à mesurer et un signal crête-à-crête très basse fréquence (TBF) à 0,5Hz (qui vaut donc 5V $\equiv$ 1logique, pendant 1s et 0V $\equiv$ 0logique, pendant 1s) d'amplitude appropriée.

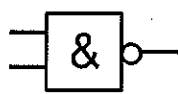
Pour cela on va utiliser des portes NON ET. (Avec ces portes et des NON OU, on peut faire la plupart des circuits logiques). Le tableau de vérité d'une porte NON ET est représenté Tableau 1.

On effectue alors le montage de la figure 1.

Pour remettre les compteurs à zéro, on utilise ici une bascule JK dont le tableau de vérité est celui du tableau 1.2.

Ici $J = K = 1$, la valeur de la sortie change donc à chaque front descendant du signal TBF.

On utilise ici des composants TTL (Transistor-Transistor-Logic) (cf. [2]). Ces composants doivent être alimentés en 5V. Pour ces composants, l'entrée vaut 1 si elle est égale à 5V et 0 sinon. L'idéal pour commander ces



x	y	$x \cdot y$	$\overline{x \cdot y}$
0	0	0	1
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	1	0

TABLE 1 – Tableau de vérité des portes ET et NON ET

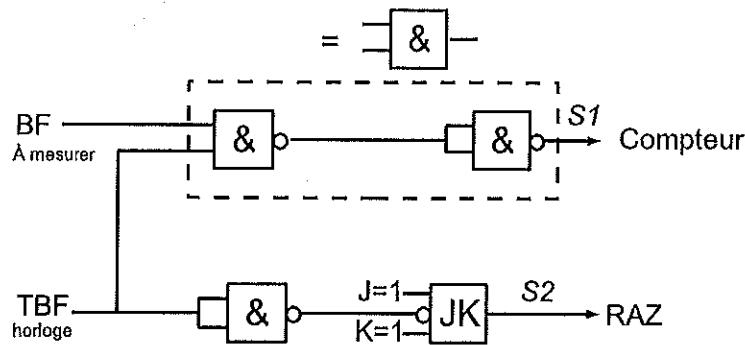


FIGURE 1 – Montage du fréquencemètre.

H	J	K	Q_{n+1}	Q_n
↓	0	0	Q_n	Q_{n+1}
↓	0	1	0	1
↓	1	0	1	0
↓	1	1	Q_{n+1}	Q_n

TABLE 2 – Fonctionnement d'une bascule JK à front descendant (type 7476).

composants est donc d'utiliser des signaux créneau variant entre 0 et 5V. C'est exactement ce que donnent les sortie TTL (ou "trig. out" ou "sync") des GBF, c'est donc ce qu'on utilise ici. (Pour les Agilents, il est plus prudent de ce mettre en sortie classique en pensant bien à se mettre en "High Z").

Au final, ce fréquencemètre, compte le nombre de maximum atteints par le signal à mesurer pendant une seconde, laisse la mesure affichée pendant une seconde, puis remet à zéro pendant 2s et ainsi de suite. Résumé sur un chronogramme, cela donne :

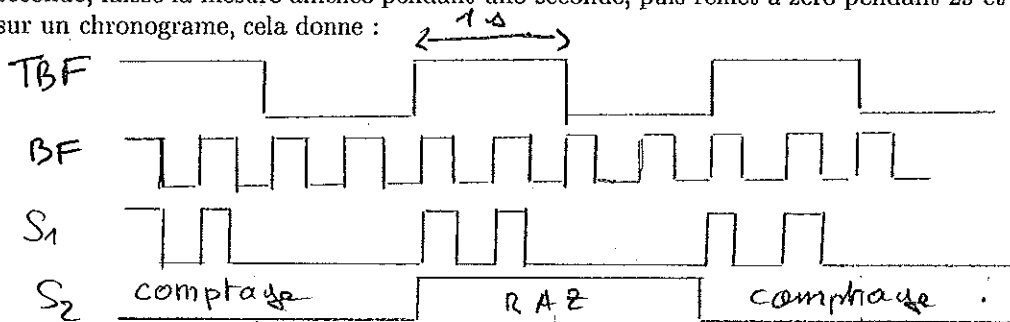


FIGURE 2 – Chronogramme.

On peut ainsi mesurer la fréquence d'un signal créneau délivré par un GBF :

$$f = \pm 1 \text{ Hz} \quad (1.5)$$

L'incertitude est ici de 1Hz sur les basses fréquences, du fait d'un déphasage possible entre le signal TBF et le signal à mesurer. Pour les hautes fréquences, l'erreur la plus probable vient de l'imprécision du Générateur du signal TBF (il existe aussi une erreur causée par le temps de bascule des composants : $\tau \approx 10 \text{ ns}$ pour les TTL, ce qui induirait une erreur pour les fréquences de l'ordre du MHz).

On peut maintenant s'amuser à mesurer la fréquence d'un système physique comme un diapason. Par contre, de part le choix des composants TTL, notre fréquencemètre peut mesurer uniquement la fréquences de signaux

créneaux variant de 0 à 5V. Il faut donc tout d'abord mettre en forme le signal à étudier. Pour cela on utilise un AO en comparateur qui transforme notre signal en signal créneau $\pm V_{sat}$ (attention les AO alimenté ne sont pas à $\pm 15V$!!), puis utiliser une diode pour ne garder que les parties positives et enfin un diviseur de tension pour se ramener à des valeurs max de 5V.

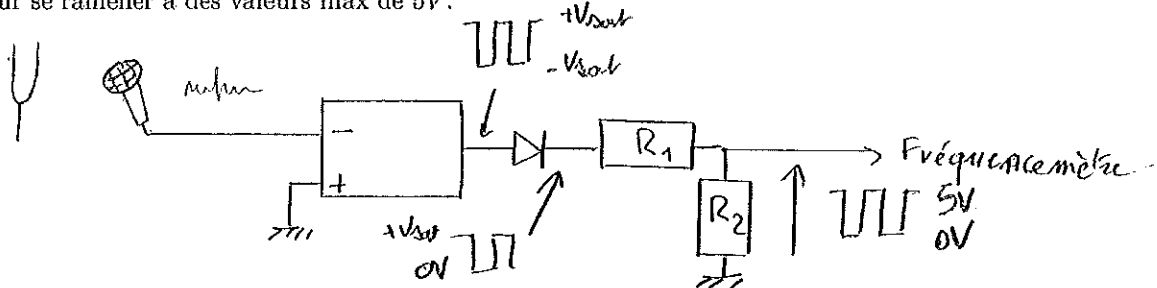


FIGURE 3 – Schéma du montage de mise en forme du signal du diapason.

On mesure ainsi une fréquence de :

$$f_{diap} = \pm \text{ Hz} \quad (1.6)$$

2 Mesure par comparaison avec un système de fréquence connue

2.1 Battement ondulatoire : diapason désaccordé ([1], p.417 : "Sons")

Maintenant qu'on a mesuré la fréquence d'un diapason, utilisons les propriétés des ondes acoustique pour mesurer la fréquence de vibration d'un diapason dont la fréquence est modifiée par une masse sur l'une des branches. On capte l'intensité acoustique grâce à un microphone, placé plus ou moins à égale distance des deux diapasons. On a alors des battements temporels de l'amplitude du signal. En effet, on somme les intensité des deux diapasons résonant à ω_0 connue, et ω_1 recherché (ici on sait que $\omega_1 < \omega_0$) :

$$I = 2I_0 \cos\left(\frac{\omega_0 - \omega_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_0 + \omega_1}{2}\right) \quad (2.1)$$

en supposant que les deux diapasons sonnent avec la même intensité I_0 (ce qui n'est pas vrai et qui explique donc la non annulation totale du son). En mesurant la période des battements à l'oscilloscope, on calcul alors la fréquence des battements : $f_B = f_0 - f_1$. En connaissant f_0 on remonte alors à :

$$f_1 = \pm \text{ Hz} \quad (2.2)$$

Ici on a mesuré la fréquence d'oscillation d'un système en la comparant à la fréquence d'oscillation d'un système connu. Une méthode similaire peut être utilisé pour suivre des mouvements périodique trop rapide pour être suivis à l'œil nu (persistance rétinienne). On utilise la stroboscopie.

2.2 Stroboscopie [3]

Imaginons que l'on cherche ici à caractériser un moteur alimenté en courant continu. Pour cela on cherche à mesurer sa vitesse de rotation en fonction de sa tension d'alimentation. On colle un petit réflecteur sur le disque du moteur et on utilise la stroboscopie pour sa vitesse de rotation (de tel moteur sont préparés dans le placard "stroboscope". Ne pas prendre les moteurs contrôlés par une résistance variables : ils surchauffent très vite et ne sont pas facilement caractérisable).

Pour mesurer une fréquence par stroboscopie il faut partir d'une fréquence de flash nettement plus rapide que la fréquence de rotation du moteur, puis la diminuer jusqu'à ce que le réflecteur semble stationnaire. En effet en faisant ainsi la première fréquence de "stationnarité" atteinte correspond à la pulsation du moteur. En partant d'une fréquence de flash très basse et en l'augmentant progressivement on observera des positions stationnaires pour toutes les fréquences $f_{flash} = \frac{f_{moteur}}{k}$.

On mesure ainsi :

$$f_{moteur} = \pm \text{ Hz} \quad (2.3)$$

En relevant la tension appliqué au moteur, on peut alors tracer une courbe de la fréquence en fonction de la tension. On observe ici, que le moteur est linéaire sur son domaine d'utilisation.

3 Mesure par analyse de Fourier, [2]

On a vu, pour l'instant des techniques qui permettent de mesurer une fréquence (voir deux pour les ondes acoustique). Comment faire si le système à étudié est caractérisé par plusieurs fréquences, comme par exemple un orchestre de diapason ?? (ou un système de 4 masses couplées par des ressort)

Il existe une méthode mathématique permettant de remonter à toutes les fréquences caractérisant un système : la Transformée de Fourier.

On fait une première acquisition bien paramétrée : l'algorithme de calcul (FFT) nécessite d'avoir un nombre de point égale à une puissance de 2 (sinon il complète par des zéros) et on choisit une fréquence d'échantillonnage qui nous permettra de déterminer correctement les fréquences. On mesure ainsi en une seule acquisition les fréquences des 5 diapasons différents utilisés :

$$f_1 = \pm \text{ Hz} ; f_2 = \pm \text{ Hz} ; f_3 = \pm \text{ Hz} ; f_4 = \pm \text{ Hz} ; f_5 = \pm \text{ Hz} \quad (3.1)$$

On peut ici comparer les mesures des fréquences des deux diapasons utilisés précédemment avec les premières mesures. Cet outil très puissant permet de mesurer très rapidement plusieurs fréquences cependant il faut prendre quelques précaution quand à son utilisation.

La définition en fréquence est définie par le nombre de point d'acquisition (le nombre de points maximum, dans le domaine fréquentiel est le même que le nombre de point d'acquisition. Cela est due au fait que l'algorithme périodise le signal avec une période égale à la durée d'acquisition). De plus il faut respecté le critère de Shannon : $f_{ech} \geq f_{max}$ sinon on observe un repliement du spectre.

Tout cela peut s'observer sur synchronie ou sur videocom : selon le nombre de point d'acquisition on n'arrive pas à distinguer les différents diapasons ou les différentes fréquences sur système couplé, et selon la fréquence d'échantillonnage choisie, on peut avoir repliement du spectre.

Si on a encore le temps on pourrait parler des différentes fenêtre de pondération (rectangle, Von Hann, Hamming, etc) mais l'intérêt de chacune est très difficilement observable sur synchronie. On peut finir sur "l'analyse" du contenu fréquentielle d'une flûte (les flûtes d'orgues en métal sont assez riches en harmoniques) et dire deux mots sur l'importance du contenu fréquentiel sur le timbre des instruments.

Conclusion

La mesure de fréquence c'est super !