

PLAN DU MONTAGE ET BIBLIOGRAPHIE

Dictionnaire de physique : utile pour l'introduction et l'enrobage du montage (définitions, historiques).

I ► Méthode de la parallaxe

Duffait CAPES : pour le principe de l'expérience. Il demeure assez incomplet et la formule de la distance ainsi que l'incertitude associée est à savoir retrouver...

II ► Principe de la télémétrie acoustique

Le protocole est simple et à connaître... Consulter la notice de l'émetteur et du récepteur choisis.

III ► Mesure interférentielle de l'épaisseur d'une lame mince de microscope

Duffait d'optique : pour le principe de l'expérience et certains détails. Le setup avec le laser, qui optimise la précision de la mesure, est quant-à lui à connaître.

Notice des lames minces : pour l'indice optique du verre.

IV ► Mesure de l'épaisseur d'un cheveu par diffraction

Expérience **BONUS** présentée uniquement si le temps le permet. Seule la formule de la diffraction est réellement nécessaire, et se trouve dans n'importe quel bouquin d'optique.

V ► Détermination des paramètres de maille du graphite par diffraction électronique

Notice du dispositif Leybold 555626 : elle se suffit à elle-même. Elle donne tous les branchements et les formules utiles.

MP n° 26

MESURE DE LONGUEURS.

Extraits des rapports du Jury des années antérieures :

[2013] « Il est dommage de voir tant de montages à prétention métrologique où les incertitudes sont très mal gérées. Lors d'utilisation de "boîtes noires", il est indispensable de connaître leur fonctionnement. »

[2012] « Le jury a pu assister à des montages variés et bien structurés, balayant les diverses échelles de longueurs, de l'infiniment petit à l'infiniment grand. Cependant, les incertitudes, malgré leur importance dans ce montage, sont souvent très mal gérées et mal hiérarchisées. »

[2009] « Il est inutile d'utiliser un interféromètre de Michelson pour déterminer la différence de marche engendrée par une lame de microscope si on cherche à déterminer son épaisseur avec un indice peu précis ! »

[2005] « Les appareils de mesure traditionnels (palmer, mètre-ruban) permettent de vérifier les valeurs obtenues par des méthodes dont on cherche à illustrer le principe. »

Commentaires du book sur ce montage :

[2012] – Note : 14/20 – « Parallaxe : j'avais visé par la fenêtre l'autre aile du bâtiment, à environ 200m. J'ai beaucoup galéré à faire ouvrir la fenêtre, placer les goniomètres assez haut (je devais monter sur une chaise pour régler et mesurer les angles...), mais ça en valait le peine ! Un technicien extra est allé de son propre chef compter le nombre de dalles dans le couloir entre les deux ailes pour que j'ai une comparaison possible ! Calcul d'incertitudes : besoin de se mettre en radians ? Pourquoi mesurer la distance entre le centre des gonios et pas la distance entre les deux lunettes ? Pourquoi aligner avec les réticules ? Lame de verre : facteur 2 (je m'étais plantée). Pourquoi a-t-on l'apparition des franges en 2 temps ? Pourquoi ne pas avoir mis un repère sur l'écran pour avoir la position exacte de la frange noire ? (en fait l'incertitude de la lecture sur le vernier est plus grande). Questions sur la dispersion d'indice du verre, où ils ont du beaucoup me guider.

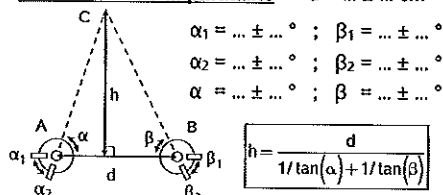
[2012] – Note : 12/20 – « Parallaxe trigonométrique. Quelle est l'incertitude sur les angles mesurés ? Pourquoi est-il préférable de constituer un triangle isocèle avec les goniomètres ? Télémétrie acoustique. Quel est le type d'ondes utilisés ici ? Comment connaître précisément la vitesse de ces ondes ? Mesure du diamètre d'un cheveu à l'aide de la diffraction. L'étalonnage a été réalisé à l'aide d'un jeu de fentes, or le cheveu est cylindrique et possède aussi une épaisseur : comment est modifiée la figure de diffraction ? Mesure de l'épaisseur d'une lame de verre à l'aide du Michelson. Préciser la relation de dispersion du verre ? Est-ce que la dispersion a une influence sur les résultats ? Mesure des paramètres de maille du graphite. Quelles sont les longueurs qui sont mesurées ici ? Pourquoi obtient-on deux cercles lumineux ? Pourquoi les électrons sont-ils diffractés ? »

TABLEAU DU MONTAGE

MP 26 MESURE DE LONGUEURS

Problématique de la mesure, référence de longueur
Définition du mètre (BIPM) : distance parcourue par la lumière dans le vide en $1/299\,792\,458$ s.

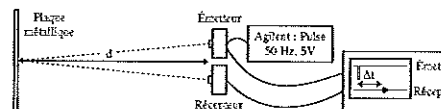
I – Méthode de la parallaxe $d = \dots \pm \dots$ cm



$\frac{\Delta h}{h} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \alpha}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \beta}{\beta}\right)^2}$ → $h = \dots \pm \dots$ m
 Au (télé)mètre : $h = \dots \pm \dots$ m

Astronomie : parallaxe diurne / annuelle
Perception du relief

II – Principe de la télémétrie acoustique

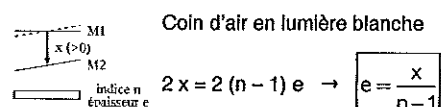


Mesure du temps de propagation : $\Delta t = \dots \pm \dots$ ms

hyp du GP : $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = 20,5 \sqrt{T}$ $\frac{\Delta c}{c} = \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T}$
 avec $T = \dots \pm \dots$ K → $c = \dots \pm \dots$ m/s

$d = \frac{c \cdot \Delta t}{2}$ → $d = \dots \pm \dots$ m $\frac{\Delta d}{d} = \sqrt{\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\Delta t)}{\Delta t}\right)^2}$
 Mesure au mètre : $d = \dots \pm \dots$ m (erreur définition)

III – Mesure interférentielle de l'épaisseur d'une lame mince de microscope

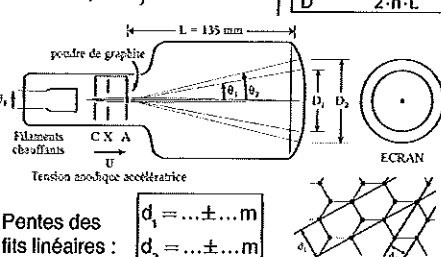


Diffraction de Fraunhofer : $i = \lambda D / d$

Etalonnage : $i = a \cdot 1/d \rightarrow \text{fit} : a = \dots \pm \dots$ mm²
 $i_{ch} = \dots \pm \dots$ mm → $d_{ch} = \dots \pm \dots$ mm

V – Détermination des paramètres de maille du graphite par diffraction électronique

Rayonnement électronique : $E_c = e \cdot U = \frac{p^2}{2 \cdot m}$ $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}}$
 $\lambda = h/p$ $\lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \theta$



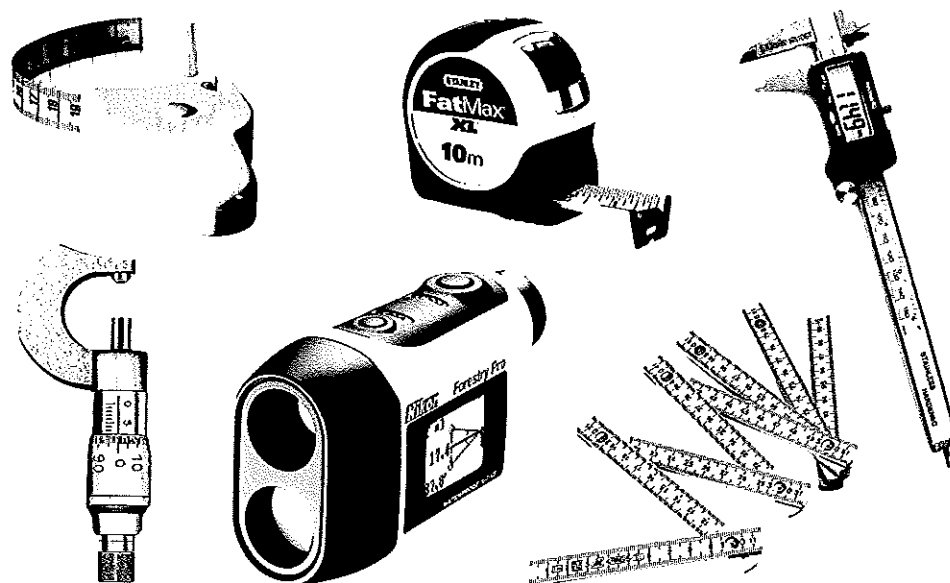
Introduction

La problématique de la mesure de longueurs est certainement la plus intuitive et la plus ancienne existant en physique expérimentale. Pour appréhender l'univers qui l'entoure et s'y repérer, l'homme n'a pas eu d'autre choix que de le mesurer (réalisation de plans et autres cartes). À cette fin, l'homme a mis à profit l'objet le plus simple à sa disposition : son propre corps. Le souci, c'est que toutes les morphologies existent dans la nature et qu'un pied ou un pouce ne représentent pas la même longueur pour tout le monde !

S'est alors posé le problème de la définition d'une référence universelle de longueur. Les définitions se sont succédées dans l'histoire à mesure que la connaissance de la physique et la précision des expériences s'est accrue (longueur d'un pendule battant la seconde, fraction du méridien terrestre de Paris, longueur d'un étalon constitué à partir d'un alliage métallique, multiple de la longueur d'onde de la raie rouge du Cadmium, etc...).

Aujourd'hui, le mètre est l'unité de longueur de référence, définie par le Bureau International des Poids et des Mesures (BIPM) comme la distance parcourue dans le vide par la lumière en $1/299\,792\,458$ seconde. On utilise couramment tous les multiples et sous-multiples de cette unité pour exprimer les mesures réalisées à différentes échelles.

Dans ce montage, on va illustrer différentes techniques permettant des mesures de longueurs à toutes les échelles, de l'infiniment grand dans un premier temps, jusqu'à l'infiniment petit par la suite.

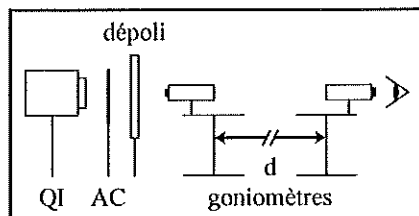
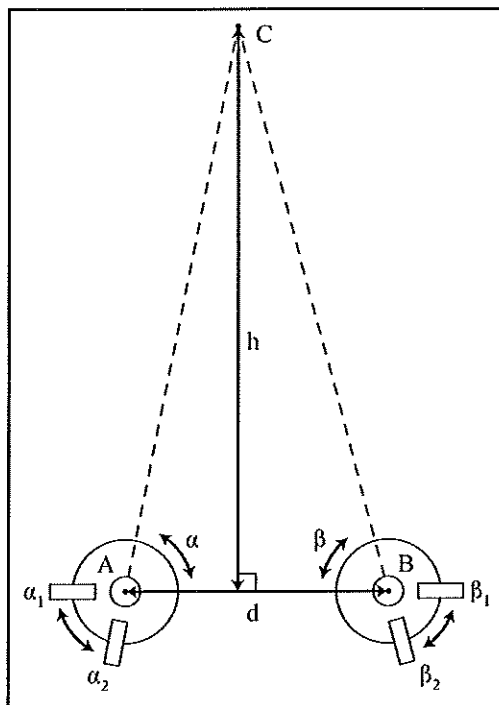


I – Méthode de la parallaxe

L'objectif est de mesurer la distance h qui nous sépare d'un objet lointain (ici on est limité par la salle). Il s'agit de faire des mesures d'angles par simple visée à l'aide de deux goniomètres, ce qui va nous permettre de remonter à la distance recherchée par simples considérations géométriques. Cette méthode porte le nom de parallaxe et est utilisée en astronomie pour mesurer par exemple la distance entre certaines étoiles et la Terre.

– On dispose les deux goniomètres sur un même plan, à une distance $d = \dots \pm \dots$ cm l'un de l'autre, repérée par rapport à leurs pieds cylindriques (axes de rotation des lunettes), et mesurée au mètre ruban.

NB : Pour une valeur d fixée, la configuration en triangle isocèle est celle pour laquelle la sensibilité est optimale, donc l'incertitude minimale.



– On règle les oculaires des deux lunettes de manière à voir les réticules nets.

– On repère ensuite la direction joignant les centres des deux goniomètres. On éclaire une des lunettes par son oculaire. Avec l'autre lunette, on cherche à observer net le réticule de la première, puis on joue sur l'orientation des deux lunettes de manière à confondre les deux réticules. On relève alors les angles α_1 et β_1 indiqués sur les verniers des plateaux des goniomètres.

$$\alpha_1 = \dots \pm \dots^\circ ; \quad \beta_1 = \dots \pm \dots^\circ$$

– On pointe ensuite un objet ponctuel C (le plus loin possible) à l'aide de chaque lunette, en réglant la mise au point si nécessaire à l'aide de la vis de l'objectif. On relève alors les valeurs des angles à l'aide du vernier des plateaux :

$$\alpha_2 = \dots \pm \dots^\circ ; \quad \beta_2 = \dots \pm \dots^\circ$$

On en déduit les angles α et β ainsi que leurs incertitudes respectives :

$$\alpha = |\alpha_2 - \alpha_1| = \dots \pm \dots^\circ ; \quad \beta = |\beta_2 - \beta_1| = \dots \pm \dots^\circ$$

$$\text{avec } \Delta\alpha = \sqrt{(\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2)^2} \text{ et } \Delta\alpha_1 = \Delta\alpha_2 = \dots^\circ = \dots \text{ rad}$$

La trigonométrie permet d'obtenir la relation donnant h , et on déduit son incertitude relative par la propagation des incertitudes* :

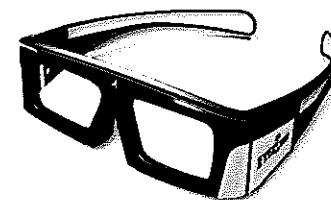
$$h = \frac{d}{\frac{1}{\tan(\alpha)} + \frac{1}{\tan(\beta)}} \quad \text{avec} \quad \Delta h = h \times \sqrt{\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \frac{\left(\frac{\Delta\alpha}{\sin^2(\alpha)}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{\sin^2(\beta)}\right)^2}{\left(\frac{1}{\tan(\alpha)} + \frac{1}{\tan(\beta)}\right)^2}}$$

On fait l'application numérique : $h = \dots \pm \dots \text{ m}$ à comparer à une mesure au mètre, ou au télémètre (fait le lien avec la suite).

Les méthodes de visée sont ancestrales et on permis maintes mesures à l'échelle humaine. En astronomie, pour mesurer la distance qui nous sépare d'un astre donné, on peut utiliser la parallaxe. On pointe avec un télescope un objet céleste d'intérêt à un instant t , puis douze heures plus tard : de cette manière, les deux points d'observation sont distants d'un diamètre terrestre, longueur connue avec précision (12 576 km). Dans ce cas, on parle de parallaxe diurne. Pour des mesures encore plus précises, adaptées à des objets très éloignés, on peut utiliser la méthode dite de la « parallaxe annuelle » en visant à un instant t , puis six mois plus tard, de sorte que d est égal au diamètre de l'orbite terrestre autour du soleil (dépend du moment dans l'année ≈ 300 millions de km). Dans ce cas, la mesure de l'angle est limitante et la technique ne s'applique plus pour des distances h plus grandes que quelques centaines d'années-lumières (une a.l. vaut environ $10^{16} \text{ m} \approx 1$ parsec en astronomie).

Au passage, notre cerveau utilise essentiellement la méthode de la parallaxe pour nous permettre de voir en trois dimensions et ainsi évaluer les distances.

→ On va maintenant s'intéresser à une autre technique de mesure à notre échelle : la télémétrie par ondes acoustiques.

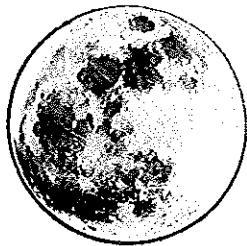
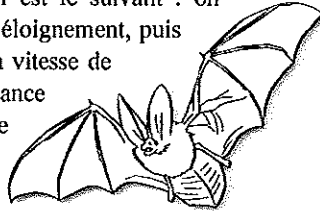


* Détail du calcul d'incertitude. La méthode de propagation des incertitudes implique entre autres les hypothèses que les incertitudes sur les différentes grandeurs sont indépendantes et qu'elles suivent une statistique de type gaussienne.

$$\frac{\Delta h}{h} = \sqrt{\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \frac{\left(\frac{\Delta\alpha}{\sin^2(\alpha)}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{\sin^2(\beta)}\right)^2}{\left(\frac{1}{\tan(\alpha)} + \frac{1}{\tan(\beta)}\right)^2}} \quad \text{ou} \quad \Delta\left(\frac{1}{\tan(\alpha)} + \frac{1}{\tan(\beta)}\right) = \sqrt{\left(\frac{\Delta\left(\frac{1}{\tan(\alpha)}\right)}{\left(\frac{1}{\tan(\alpha)} + \frac{1}{\tan(\beta)}\right)}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\left(\frac{1}{\tan(\beta)}\right)}{\left(\frac{1}{\tan(\alpha)} + \frac{1}{\tan(\beta)}\right)}\right)^2} \quad \text{et} \quad \Delta\left(\frac{1}{\tan(\alpha)}\right) = \sqrt{\left(\frac{\partial(1/\tan(\alpha))}{\partial\alpha} \Delta\alpha\right)^2} = \frac{\Delta\alpha}{\sin^2(\alpha)}$$

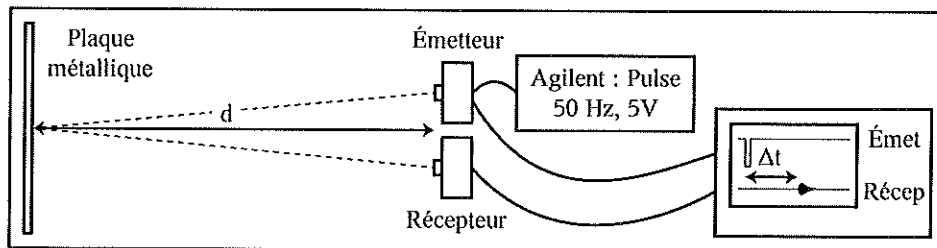
II – Principe de la télémétrie acoustique

→ Pour des mesures à l'échelle humaine, la méthode de la parallaxe a l'inconvénient de nécessiter deux points de mesure, et d'être assez longue à réaliser. On va ici mettre en place une technique utilisant des ondes ultra-sonores, illustrant le fonctionnement des télémètres acoustiques, aussi appelés « sonars ». Le principe général est le suivant : on envoie une onde sur un obstacle dont on désire déterminer l'éloignement, puis on réceptionne son écho à un temps ultérieur. Connaissant la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu, on en déduit la distance désirée. C'est sur ce principe que se déplacent par exemple les chauve-souris et qu'elles parviennent à éviter les obstacles rencontrés.



NB : Le principe est exactement identique pour les télémètres laser, mettant en œuvre des ondes lumineuses, et utilisés aussi bien pour des mesures courantes sur des chantiers de construction par exemple, que pour déterminer la distance Terre-Lune (programme américain Apollo de 1969 visant à poser des réflecteurs sur la surface lunaire).

Bien que le sonar soit un instrument qu'on utilise en particulier sous l'eau (milieu où les ondes lumineuses sont très vite atténuées), on va étudier ici, par souci de simplicité, le phénomène dans l'air. On envoie sur une plaque métallique située à une distance d (ou n'importe quoi qui réfléchisse correctement), un signal sous forme de pulse, délivré par un émetteur d'ondes ultra-sonores. Le signal est reçu après réflexion par un récepteur adapté, placé sur la même ligne de front que l'émetteur, et visualisé à l'oscilloscope conjointement au signal d'émission.



NB : Les piézo-électriques ont une courbe de gain très piquée en fréquence, et certains protocoles utilisent un pulse modulé à la bonne fréquence (environ 40 kHz). Ici, on utilise simplement le pulse délivré par l'Agilent, ce qui suffit pour nos mesures. En effet, un pulse est un signal discontinu qui contient a priori toutes les fréquences et en particulier celles autour de 40 kHz. En conclusion, le protocole n'est sans doute pas optimal... =(

– On mesure à l'oscilloscope le retard mis par le signal lors de sa propagation dans l'air pour parvenir au récepteur, entre le début du pulse correspondant au signal émis et le premier instant où le signal reçu se distingue de zéro. On prend en compte l'incertitude sur la lecture avec les curseurs.

On mesure : $\Delta t = \dots \pm \dots$ ms

– En faisant l'hypothèse que l'air se comporte comme un gaz parfait (approximation a priori raisonnable), on peut écrire la célérité comme : $c = \sqrt{\gamma R T / M}$, on en déduit la vitesse du son dans l'air, connaissant la température de la salle :

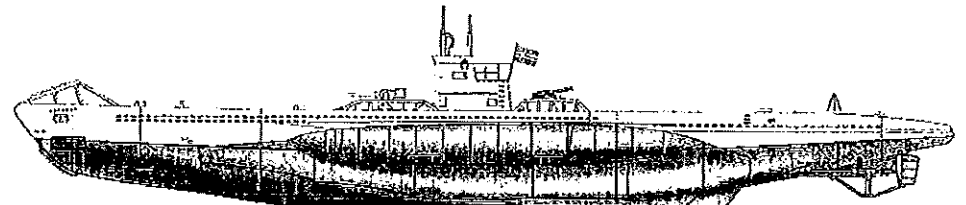
$$T = \dots \pm \dots \text{ } ^\circ\text{C} = \dots \pm \dots \text{ K} ; \quad c = 20,5 \cdot \sqrt{T} = \dots \pm \dots \text{ m/s} \quad \text{avec} \quad \frac{\Delta c}{c} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta T}{T}$$

– La distance parcourue d est donnée par $d = \frac{c \cdot \Delta t}{2}$, ce qui donne $d = \dots \pm \dots \text{ m}$.

– Cette valeur peut-être comparée à une mesure au mètre : $d_{\text{mètre}} = \dots \pm \dots \text{ m}$, valeur a priori cohérente avec celle déterminée par télémétrie, ce qui permet de conclure sur la pertinence de la méthode.

NB : Il y a une erreur sur ce qu'on mesure par rapport à la définition de la distance d : en effet, l'émetteur et le récepteur ne sont pas au même endroit mais distants transversalement de 7 cm. Ceci dit si on fait le calcul en appliquant le théorème de Pythagore on trouve qu'elle de l'ordre de 0,3 mm pour $d \approx 1\text{m}$, ce qui est ici négligeable. On néglige aussi le temps de réponse du détecteur.

→ La fréquence d'émission du sonar est choisie en fonction de son utilisation. Les hautes fréquences (plusieurs dizaines ou centaines de kHz) sont rapidement absorbées par l'eau de mer (plusieurs centaines de mètres), mais en revanche permettent la détection de petits objets et peuvent ainsi réaliser de véritables images. Plus on descend en fréquence, plus les distances de détection sont grandes, mais on perd en finesse et les antennes deviennent très grandes et très lourdes. En pratique, les sonars actifs très basse fréquence (ATBF) ne descendent guère en dessous de 3 kHz. Les portées de détection n'excèdent pas quelques dizaines de kilomètres. La difficulté majeure rencontrée tient au fait que l'eau de mer n'est pas un milieu homogène (le son se propage plus vite dans les zones de densités élevées). De plus, la propagation peut-être perturbée par le relief du fond, les animaux marins et le plancton, éléments qu'on trouve en abondance sous l'eau.



III – Mesure interférentielle de l'épaisseur d'une lame mince de microscope

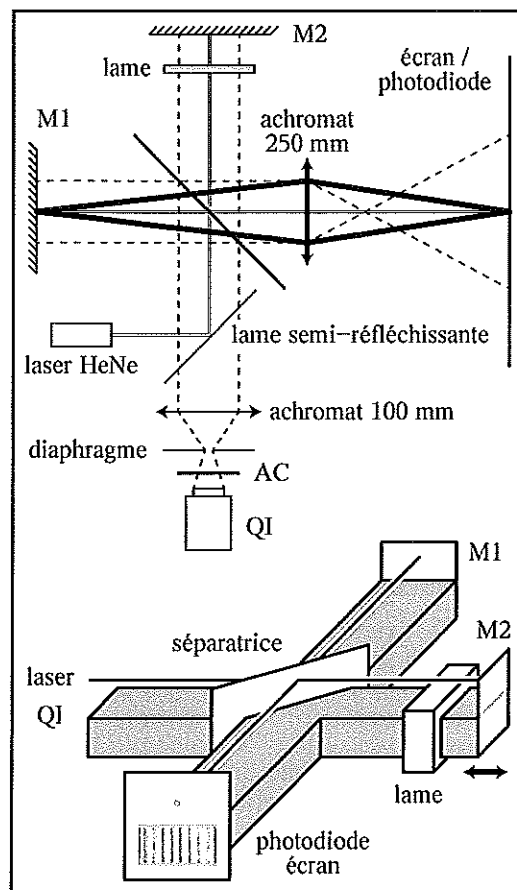
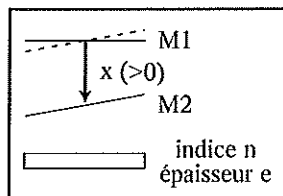


schéma ci-dessus). Au moment où l'on retrouve la frange achromatique à sa position initiale (sur la lame cette fois-ci), le miroir ayant été translaté d'une distance x (prise positive), on a compensé exactement la différence de marche introduite par la lame :

$$2x = 2(n-1)e \Rightarrow e = \frac{x}{n-1} ; \frac{\Delta e}{e} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta n}{n-1}\right)^2}$$

* La frange centrale est sombre car la compensatrice introduit un déphasage de π . Dans le cas contraire, elle serait brillante. Ceci ne change rien pour les mesures réalisées dans la suite...

** Si on oublie le déphasage dû à la compensatrice qui correspond à une différence de marche de $\lambda/2$.



→ À l'instar des ondes sonores, la lumière aussi est une onde. On va mettre à profit ce fait pour observer des interférences lumineuses à l'aide d'un interféromètre de Michelson, et ainsi mesurer l'épaisseur d'une lame mince de microscope.

On se place en configuration coin d'air avec le Michelson, éclairé avec un faisceau de lumière blanche parallèle réalisée par autocollimation. On observe alors des franges rectilignes irisées, de part et d'autre d'une frange sombre* (les couleurs correspondent aux teintes de Newton).

La frange sombre correspond à une différence de marche nulle**, ce qui va représenter un repère fondamental dans la suite. Si l'on insère la lame mince de microscope dans un des bras, on perd le système de franges. Ceci s'explique par le fait qu'on a allongé le trajet optique sur le bras en question, du fait que la lame possède un indice supérieur à celui de l'air ! Pour retrouver les franges, il faut donc rapprocher M2 de la séparatrice (cf.

En réalité, la précision de la mesure est limitée par celle du vernier du miroir translatable... La précision obtenue pour e par cette méthode n'est pas significativement meilleure que celle obtenue au Palmer. L'esprit du montage étant orienté vers la métrologie, il convient de mettre en place un protocole qui permette une précision plus grande.

Pour ce faire, on va utiliser comme référence de longueur la longueur d'onde précisément connue d'un laser HeNe (vert ou rouge). Expérimentalement, on se débrouille pour envoyer dans l'interféromètre (à l'aide d'une lame semi-réfléchissante), à la fois la lumière blanche et le faisceau du laser, en veillant bien entendu à ce que le laser ne traverse pas la lame de microscope (cf. schéma page ci-contre).

Lorsqu'on est au contact optique, on observe sur l'écran les franges irisées obtenues avec la lumière blanche, ainsi que le spot du laser, qui matérialise un point M précis de l'écran, image d'un point précis du coin d'air (et correspondant donc à un point précis de la lame). Lorsqu'on chariote le miroir, l'intensité du spot laser oscille entre des maxima et des minima, selon que la différence de marche sera un multiple entier ou demi-entier de la longueur d'onde du laser. Pour le laser (ne passant pas par la lame), M est brillant lorsque $\delta (= 2x) = p\lambda$, avec p entier**. Si on fait défiler N franges brillantes en M, alors la distance x de laquelle on aura translaté M2 est : $x = N\lambda/2$. Ceci constitue une échelle de longueur infiniment plus précise que le vernier du miroir ! =)

On repère le contact optique en l'absence de la lame et on aligne le spot laser (qui matérialise le point M) avec la frange achromatique de la lumière blanche. On introduit ensuite la lame de microscope sur le bras de M2 de sorte à ce que le laser ne passe pas à travers. On place une photodiode qui intercepte le faisceau laser au niveau de l'écran. On démarre une acquisition du signal de la photodiode puis on lance le moteur du Michelson (dans le bon sens). On arrête le moteur, puis l'acquisition, lorsqu'on retrouve la frange achromatique alignée avec le spot laser (repérage assez critique : adapter l'incertitude de N).

NB : Il y a réapparition des franges d'interférence pour une valeur moitié du déplacement du miroir. En effet certains rayons au bord de la lame ne la traversent que dans un sens. D'autre part, le verre étant un milieu dispersif, les franges que l'on retrouve avec la lame ne sont a priori pas identiques à celles observées dans l'air seul et ont en particulier des couleurs qui diffèrent des teintes de Newton !

En comptant le nombre N de franges brillantes qui ont défilé, on détermine x . Pour remonter à e , il est nécessaire de connaître l'indice optique de la lame. Pour cela on regarde la notice des lames de microscope utilisée : elle indique que le verre est de type borosilicaté B253, et un tableau fournit les valeurs d'indice en fonction

n_g	raie bleue du mercure 436 nm	1,5354
n_F	raie bleue du cadmium 480 nm	1,5305
n_F	raie bleue de l'hydrogène 486 nm	1,5300
n_d	raie verte du mercure 546 nm	1,5255
n_d	raie jaune de l'hélium 588 nm	1,5231
n_D	centre des deux raies du sodium 589 nm	1,5230
n_C	raie rouge du cadmium 643 nm	1,5209
n_C	raie rouge de l'hydrogène 656 nm	1,5204
On prend ici : $n = 1,526 \pm 0,008$		

des longueurs d'ondes de raies spectrales connues (page précédente). On prend ici une valeur d'indice correspondant au milieu du domaine du visible (raie verte du mercure à 546 nm), et on choisit l'incertitude de sorte qu'elle englobe toutes les valeurs d'indice du domaine visible (les deux incertitudes sur x et n sont a priori du même ordre de grandeur).

NB : Le comptage de 300 franges « à la main » n'étant pas spécialement amusant à réaliser, on utilisera avec profit la fonction seuil de synchronie ! En entrant dans la feuille de calcul SEUIL(EA0,5,1), le logiciel crée un tableau dont le nombre de points donne directement N . EA0 est la voie utilisée, 5V est le niveau du seuil désiré et 1 provoque un repérage des fronts montants uniquement (-1 conduirait a priori au même résultat).

On réalise la mesure et on trouve : $N = \dots \pm \dots$. On calcule ensuite l'épaisseur de la lame :

$$e = \frac{x}{n-1} = \frac{N \lambda}{2(n-1)} \quad \text{avec} \quad \frac{\Delta e}{e} = \sqrt{\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2 + \left(\frac{\Delta n}{n-1}\right)^2} \rightarrow e = \dots \pm \dots \text{ mm}$$

Cette valeur est cohérente avec celle affichée sur la notice : $e \approx [0,13 ; 0,17]$ mm. Ceci dit, on peut aussi estimer l'épaisseur de la lame de façon mécanique à l'aide d'un Palmer. La lecture au vernier donne :

$$e = \dots \pm \dots \text{ mm}^*$$

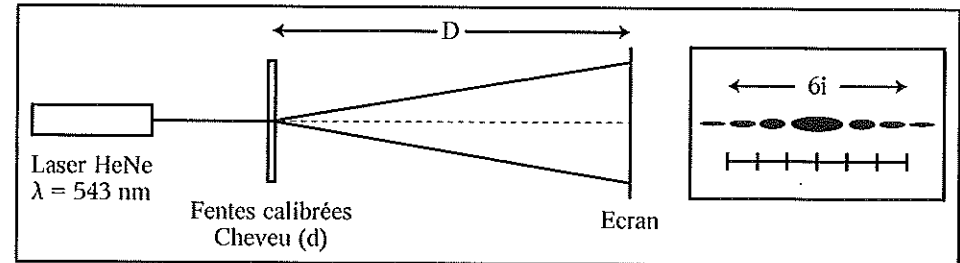
NB : Pour certaines lames, les mesures au Palmer présentent une assez grande dispersion en fonction de l'endroit où l'on se place : les lames ne semblent donc pas posséder une épaisseur tout à fait homogène. Pour s'en convaincre, on a essayé différentes lames avec le Michelson. Dans certains cas, les franges réapparaissent très déformées. Dans d'autres cas, on a même observé une rotation du système de franges à 90° au moment de leur réapparition sur la lame. En fait, ceci se comprend assez aisément : si la lame représente un « coin de verre » à cause d'une épaisseur non homogène, on observe des franges dont la direction et les caractéristiques correspondent à un mélange des effets des deux coins : celui du aux miroirs que l'on impose et celui du à la lame (potentiellement prépondérant) qui nous gêne ! Dans ces cas de figure, les résultats n'ont plus grand sens (ou du moins présentent une précision médiocre), et on veillera donc à bien choisir sa lame !

→ Les mesures interférométriques sont extrêmement employées dans l'industrie car elles permettent de déterminer des longueurs très petites, de l'ordre de quelques multiples de longueurs d'onde des radiations employées. Elles permettent par exemple de détecter les défauts d'un verre ou d'un miroir pour les corriger (rayures, bosses, etc...). De plus ce sont des mesures non destructives ce qui est un avantage majeur : ici, le Palmer a sans doute rayé la lame de microscope, ce qui serait inacceptable dans de nombreuses situations...

* Il y a un Palmer dans la réserve qui donne des résultats étranges, sans doute dû à la présence d'un offset (quand il est serré, le vernier n'indique pas zéro)...

IV – Mesure de l'épaisseur d'un cheveu par diffraction

NB : Cette expérience ne sera présentée que si le temps le permet, car en dehors du principe de mesure par étalonnage, elle n'est pas physiquement très riche ni intéressante.



→ On utilise encore les propriétés ondulatoire de la lumière, mais via la diffraction. On réalise le montage ci-dessus illustrant la diffraction de la lumière issue d'un laser par un cheveu pour en mesurer le diamètre. Pour simplifier, on assimile le cheveu à un rectangle occultant.

– La loi de la diffraction de Fraunhofer donne : $i = \lambda D / d$. On pourrait réaliser une mesure unique. Néanmoins, un étalonnage permet de s'affranchir de la mesure de la distance D (difficile à mesurer avec précision) ainsi que de la connaissance de λ .

– On utilise pour cela des fils calibrés*. On place le porte-diapositives le plus près possible du waist du laser. On ajoute une diapositive portant un cheveu, et on fait passer le faisceau laser à travers le fil. On s'arrange ensuite pour que l'image soit la plus jolie possible (horizontale).

– Pour une distance D fixée, on mesure i pour chaque fente (mesurer un multiple de l'interfrange pour réduire l'incertitude relative), et on trace $i = f(1/d)$. On modélise par une fonction linéaire et on obtient :

$$i = a / d \quad \text{avec} \quad a = \dots \pm \dots \text{ mm}^2$$

– On mesure ensuite, exactement dans les mêmes conditions, l'interfrange obtenu pour le cheveu. On remonte, via la pente a , à son diamètre ainsi qu'à l'incertitude sur cette valeur.

$$i_{\text{chv}} = \dots \pm \dots \text{ mm} \rightarrow d_{\text{chv}} = a / i = \dots \pm \dots \text{ mm} \quad \text{avec} \quad \frac{\Delta d_{\text{chv}}}{d_{\text{chv}}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta i_{\text{chv}}}{i_{\text{chv}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2}$$

– La mesure au Palmer est impossible car le cheveu est un matériau souple...

* On pourrait aussi calibrer avec des fentes : en effet, le théorème de Babinet assure que, dans le cadre de la diffraction de Fraunhofer, la figure de diffraction donnée par un fil ou par une fente de même diamètre est la même, exceptée au point de l'image géométrique.

V – Détermination des paramètres de maille du graphite par diffraction électronique

→ On peut encore aller plus loin dans notre exploration des petites échelles de longueur ! On va estimer les paramètres de maille des couches de graphène composant le graphite par diffraction d'électrons sur poudre (méthode de Debye-Sherrer).

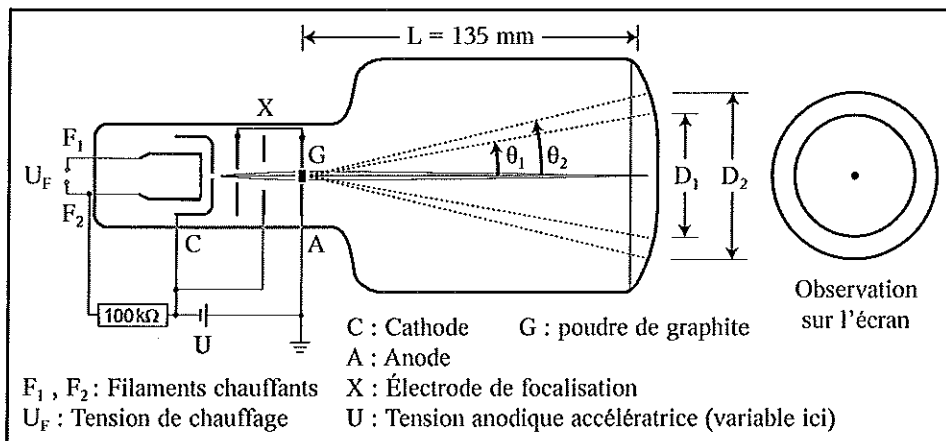
Il serait possible d'observer la diffraction avec des ondes électromagnétiques, mais cela requiert des rayonnements X durs, qui sont ionisants et extrêmement dangereux pour l'être humain. Le dispositif de diffraction électronique à notre disposition ne présente pas cet inconvénient et permet une observation aisée du phénomène. Ceci est possible car les électrons sont des particules quantiques qui possèdent un comportement ondulatoire. De Broglie leur a même associé la longueur d'onde qui porte son nom :

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} h = 6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} : \text{constante de Planck} \\ p : \text{impulsion des électrons} \end{cases}$$

Le dispositif présente une anode et une cathode entre lesquelles les électrons produits par un filament chauffant sont accélérés, ce qui permet de produire un faisceau électronique quasi-monocinétique, et donc par la relation précédente quasi-monochromatique. On peut écrire la relation suivante pour l'énergie cinétique des électrons :

$$E_c = e \cdot U = \frac{p^2}{2 \cdot m} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}} \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} : \text{masse de l'électron} \\ e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} : \text{charge élémentaire} \\ U = 2,5 \text{ à } 5 \text{ kV} : \text{tension accélératrice} \end{cases}$$

Avec $U = 1 \text{ kV}$ on a $\lambda = 39 \text{ pm}$ qui est bien inférieure aux distances entre les atomes.



Le faisceau électronique, focalisé à l'aide d'une électrode spécifique, est envoyé sur une poudre de graphite. Celle-ci diffracte la lumière dans des directions bien précises par rapport au faisceau incident, données par la loi de Bragg (hypothèse ordre 1) :

$$\lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \theta \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d : \text{distance entre les plans réticulaires} \\ \theta : \text{angle de déviation par rapport au faisceau incident} \end{cases}$$

En faisant l'approximation des petits angles, on a : $\sin \theta \approx D / 2 \cdot L$, ce qui donne :

$$\lambda = d \cdot \frac{D}{2L} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}} \Rightarrow \frac{1}{D} = d \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}}{2 \cdot h \cdot L}$$

Expérimentalement, on va tracer $\frac{1}{D} = f\left(\frac{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}}{2 \cdot h \cdot L}\right)$, puis ajuster par une fonction

linéaire dont la pente sera directement d , valeur de la distance inter-réticulaire.

– Il faut disposer du tube pour la diffraction d'électrons, du porte-tube adapté, et d'une alimentation haute tension adaptée (toutes les références sont dans la notice ainsi que les schémas et formules nécessaires). On branche l'alimentation au tube en suivant scrupuleusement les instructions. On allume l'alimentation et on règle la différence de potentiel, en veillant à ne pas dépasser 5 kV, tension au-delà de laquelle des rayons X néfastes sont produits (l'alimentation ne dépasse a priori pas 5 kV).

– On observe de majestueux anneaux de diffraction sur l'écran fluorescent : un point central matérialisant la direction du faisceau incident, entouré de deux anneaux concentriques correspondant à la diffraction sur deux familles de plans différents.

NB : Cette forme en anneaux est due au fait que l'objet diffractant est une poudre. Dans le cas d'un monocristal, avec une incidence unique, on observe a priori des points pour les directions respectant la condition de Bragg. Pour avoir toute l'information, il est nécessaire de faire tourner le cristal pour balayer toutes les incidences possibles (méthode du cristal tournant). Avec la poudre, l'orientation des cristallites étant aléatoire, on a une superposition statistique sur l'écran de toutes les figures qui seraient obtenues avec une incidence unique variable. Il y a symétrie par rapport à la direction du faisceau incident, d'où les anneaux.

– Vérifier en approchant un aimant du tube qu'on dévie le faisceau et que par conséquent il s'agit bien de particules chargées et en particulier pas de photons.

NB : Penser à annuler la différence de potentiel pour ne pas abîmer l'écran fluorescent en laissant trop longtemps le spot central dessus. D'autre part, faire très attention à ne pas faire subir de choc au tube qui présente un vide poussé en son sein et qui risquerait donc d'imploser... Veiller également, par principe, à ne pas diriger le faisceau directement vers le jury (bien qu'il n'y ait pas de risque a priori).

– Pour faire les mesures, on place un transparent millimétré devant l'écran fluorescent. En effet, le tube étant sous vide, les parois en verre sont bombées (meilleure résistance mécanique). Lors des mesures, en plaquant une règle sur le tube, on commettait une erreur systématique par excès sur le diamètre des anneaux. On relève les valeurs de D1 et D2 pour différentes tensions accélératrices U.

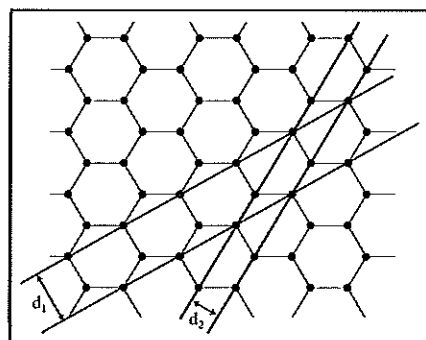
La principale source d'incertitude est l'élargissement des anneaux, du au caractère non parfaitement monochromatique de la source, et potentiellement à la diffraction par les cristallites composant la poudre (hypothèse limite du cristal infini). Par ailleurs, l'écran étant courbe, il s'ajoute une légère erreur due à la lecture. Enfin, il y a une incertitude sur la valeur de la différence de potentiel imposée entre l'anode et la cathode du canon à électrons, lue directement sur l'affichage de l'alimentation ici, les Fluke ne supportant pas des tensions supérieures à 1kV.

Ici pour $U = \dots \pm \dots \text{ kV}$ on mesure :
 $D_1 = \dots \pm \dots \text{ mm}$ et $D_2 = \dots \pm \dots \text{ mm}$.

– Les régressions linéaires donnent :

$d_1 = \dots \pm \dots \text{ pm}$ et $d_2 = \dots \pm \dots \text{ pm}$

On observe deux anneaux, qui correspondent a priori aux deux premières familles de plans réticulaires du graphène dont les distances inter-réticulaires tabulées sont notées $d_1 = 213 \text{ pm}$ et $d_2 = 123 \text{ pm}^*$. Ces valeurs sont cohérentes, et ceci confirme l'hypothèse qu'on n'observe ici que le premier ordre de diffraction ($n = 1$). Les autres familles de plans réticulaires ne donnent pas d'anneaux, soit parce qu'ils ne provoquent pas assez de luminosité, soit parce qu'ils correspondent à des distances inter-réticulaires trop grandes (cas de la distance entre les plans de graphène**) et donc à des figures de diffraction est trop petite, confondues avec la tache centrale.



* Pour bien représenter les plans réticulaires, il faudrait éviter de les dessiner sur le graphène, et plutôt dessiner le réseau de Bravais correspondant (définis comme les plans contenant au moins trois points non alignés du réseau de Bravais en dimension 3, qui est un réseau hexagonal primitif (hp), avec deux atomes par maille (qui ne sont donc pas équivalents). Cela explique pourquoi on ne prend pas en compte tous les plans possibles qui passent par une rangée d'atomes de carbone.

** En particulier, on devrait pouvoir remonter à la distance entre deux plans de graphène. En fait, ces plans sont séparés de 335.4 pm et sont organisés dans une structure de type ABAB, où le plan B est décalé par rapport à A de sorte qu'un atome de carbone de B soit au milieu d'un hexagone de A. La distance interréticulaire est donc 670.8 pm, ce qui devrait provoquer un anneau dont le diamètre est au mieux légèrement inférieur au centimètre, ce qui n'est pas exploitable ici (il y a une lueur diffuse sur environ un demi centimètre autour du spot géométrique).

Conclusion

Pendant ce montage, on a illustré des méthodes de mesure de longueurs allant du parsec (10^{16} m) avec la parallaxe, à l'Angström (10^{-10} m), soit un écart de vingt-six ordre de grandeurs ! De l'ensemble de ces méthodes, on peut faire ressortir une caractéristique commune essentielle : directement ou indirectement, on se réfère toujours à une référence, un étalon auquel on se rapporte pour la mesure, que ça soit simplement la règle ou la longueur d'onde d'une radiation lumineuse. De même, la mesure de la parallaxe ne donne accès à une distance que dans la mesure où celle qui sépare les deux goniomètres est connue. Cette façon de procéder est générale en métrologie, où il s'agit moins de « mesurer des grandeurs physiques » que de mesurer des rapports entre des grandeurs physiques. Ainsi, nous dépendons, pour faire le lien entre l'expérience et la théorie, du système d'unités dans lequel on travaille, et dont le caractère arbitraire est évident. Se détacher autant que possible de cet arbitraire permet d'accéder à une meilleure compréhension des phénomènes physiques et de leurs modélisations. C'est l'objet de l'analyse dimensionnelle et le but de l'introduction de paramètres sans dimension qu'on retrouve dans tous les domaines de la physique.

NOTES