

MP 26 : Mesure de longueurs

Charles-Edouard LECOMTE

Lundi 1^{er} septembre 2014

Table des matières

1	Mesure de longueurs par parallaxe	2
2	Télémétrie acoustique	4
3	Mesure interférentielle de l'épaisseur d'une lame de microscope	5
4	Mesures de longueurs par diffraction	7
4.1	Mesure de l'épaisseur d'un cheveu	7
4.2	Mesure du paramètre de maille du graphite	8

Remarques préliminaires

Je présente ici le montage que j'ai réalisé le jour de l'agrégation. J'avais fait quelques erreurs le jour J (que j'ai ici corrigé!). Le montage a été cependant bien récompensé.

Ils ont apprécié le tracé de deux droites d'étalonnage où les incertitudes étaient bien justifiées, là où certains se contentent d'un seul point. C'est d'ailleurs une règle générale en montage : **toujours faire une droite au lieu d'un seul point.**

Il est important, surtout pour un montage métrologique, de détailler entièrement **au moins un calcul d'incertitude**, qui doivent être bien justifiées et estimées.

Le jury a aussi apprécié les commentaires physiques, et les applications que j'ai mentionné pendant le montage.

Lors du montage, le tableau doit être prêt avant que le jury entre dans la salle. **Il doit être soigné.** Pour chaque expérience, il faut un schéma, l'allure de la courbe, la loi théorique, le résultat avec incertitude et la valeur attendue. Pendant l'exposé, seule les résultats numériques sont ajoutés au tableau.

Il est surtout important de **bien maîtriser toutes les expériences avant le jour J.** C'est ce que recherche le jury et ce qu'il récompense.

Il est enfin important de bien préciser les objectifs du montage, à l'oral ou au tableau, et faire ressortir la cohérence des expériences entre elles.

Rapports du jury

- **2014** : Ce montage n'est ni un montage de spectroscopie, ni un montage de focométrie ; en particulier, la mesure de longueurs d'ondes en tant que telle ne semble pas indiquée. On peut en revanche discuter des méthodes de mesure de longueurs adaptées à grande et à petite échelle. Rappelons que des objets micrométriques peuvent être mesurés avec un instrument optique adapté.
- **2013** : Il est dommage de voir tant de montages à prétention métrologique où les incertitudes sont très mal gérées. Lors d'utilisation de "boîtes noires", il est indispensable de connaître leur fonctionnement.

- **2012** : Le jury a pu assister à des montages variés et bien structurés, balayant les diverses échelles de longueurs, de l'infiniment petit à l'infiniment grand. Cependant, les incertitudes, malgré leur importance dans ce montage, sont souvent très mal gérées et mal hiérarchisées.
- **2011** : Le jury a pu assister cette année à des montages variés et bien structurés. Cependant, les incertitudes, malgré leur importance dans ce montage, sont souvent très mal gérées et mal hiérarchisées.
- **2010** : Il est dommage de voir tant de montages à prétention métrologique où les incertitudes sont très mal gérées.
- **2009** : Il est inutile d'utiliser un interféromètre de Michelson pour déterminer la différence de marche engendrée par une lame de microscope si on cherche à déterminer son épaisseur avec un indice peu précis !
- **2005** : Les appareils de mesure traditionnels (palmer, mètre-ruban) permettent de vérifier les valeurs obtenues par des méthodes dont on cherche à illustrer le principe.

Références

- [1] BELLIER, J.-P. *et al*, Montages de physique au CAPES, Dunod
- [2] ASHCROFT, N., MERMIN, N., Physique des solides, EDP Sciences
- [3] SEXTANT, Optique expérimentale, Hermann
- [4] RENVOIZÉ, V., Cap prépa PC-PC*
- [5] TAILLET, R., VILLAIN, L., FEBVRE, P., Dictionnaire de physique, De Boeck : pour tout, souvent très utile dans les montages.

Introduction

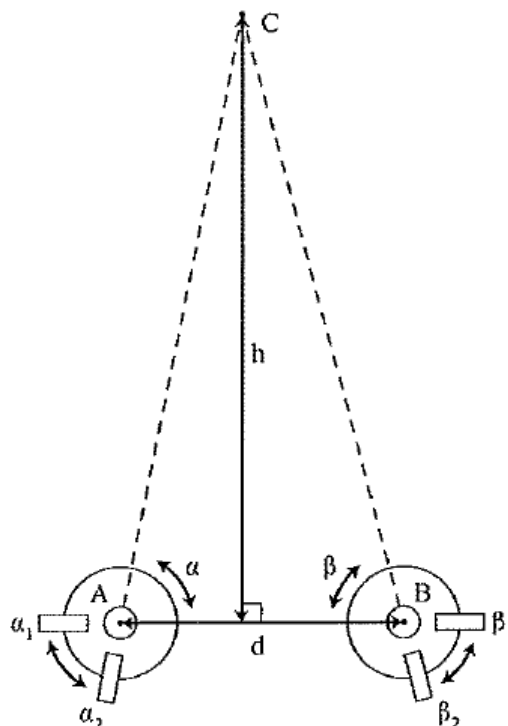
La problématique de la mesure de longueur est sans doute la plus ancienne et une des plus intuitive qui soit. Pour se repérer dans l'espace, à différentes échelles, l'homme a conçu plans et cartes. Une mesure est la détermination de la valeur numérique d'une grandeur physique, en comparaison avec un étalon, qui définit l'unité de cette mesure. Cet étalon a d'abord été choisi par rapport au corps humain (coude, pouce, pied), mais face à l'anarchie d'étalons différents, a été décidé d'harmoniser ces étalons. D'abord la longueur d'une règle en alliage de platine et d'iridium, le mètre est maintenant défini à partir de la vitesse de la lumière : c'est la distance parcouru par la lumière en $\frac{1}{299792458}$ s.

Nous verrons au cours de ce montage différentes méthodes de mesure de longueurs, sur des échelles très variées. Nous insisterons sur les problématiques de cette mesure, en particulier le problème de l'étalon et sur les incertitudes de mesure.

1 Mesure de longueurs par parallaxe

Bibliographie [1] assez incomplet : il faut savoir retrouver les formules.

L'objectif de cette méthode est de mesurer la distance qui nous sépare d'un objet lointain. La parallaxe est la variation de la position apparente d'un objet lorsqu'on l'observe depuis deux points de vue distincts. La méthode exposée ici a pour but de viser avec deux goniomètres un objet pour en déterminer la distance.



Protocole expérimental

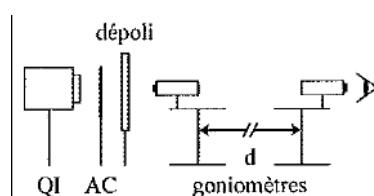
- On dispose deux goniomètres sur un même plan, à une distance $d = \quad \pm \quad$ m l'un de l'autre. On mesure la distance entre les deux pieds cylindriques, constituant les axes de rotation des goniomètres au mètre ruban.
- On règle les oculaires des deux lunettes de façon à voir les réticules nets.
- On repère la direction joignant les centres des deux goniomètres. Pour cela, on éclaire une lunette à l'envers avec une lame QI, un verre dépoli et un filtre anticalorique (voir schéma). Avec l'autre, on cherche à observer net le réticule de la première, puis on joue sur l'orientation des deux lunettes de manière à confondre les deux réticules. On relève les angles α_1 et β_1 correspondant à cette position :

$$\alpha_1 = \quad \quad \quad \beta_1 =$$

- On pointe ensuite avec chaque lunette un objet ponctuel^a. On relève les valeurs d'angle correspondantes :

$$\alpha_2 = \quad \quad \quad \beta_2 =$$

^a. Le jour J, j'ai utilisé une potence que j'ai posé sur une chaise.



On en déduit les angles α et β correspondant à l'objet :

$$\alpha = |\alpha_2 - \alpha_1| = \quad \quad \quad \beta = |\beta_2 - \beta_1| =$$

ainsi que leurs incertitudes respectives :

$$\Delta\alpha = \alpha \sqrt{\left(\frac{\Delta\alpha_1}{\alpha_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\alpha_2}{\alpha_2}\right)^2}$$

La trigonométrie permet ensuite d'obtenir la relation donnant h , avec son incertitude relative ¹ :

$$h = \frac{d}{\frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \beta}} \quad \text{avec} \quad \frac{\Delta h}{h} = \sqrt{\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \frac{\left(\frac{\Delta \alpha}{\sin^2 \alpha}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \beta}{\sin^2 \beta}\right)^2}{\left(\frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \beta}\right)^2}}$$

La méthode de la parallaxe est la plus ancienne pour déterminer la distance avec des objet lointain. Pour changer la position d'observation, il existe plusieurs méthodes :

- la parallaxe diurne, qui repose sur la rotation de la Terre. Les deux observations sont donc décalées de douze heures et les points de vue sont séparés du diamètre terrestre.
- la parallaxe annuelle, qui repose sur la révolution de la Terre autour du soleil. Les deux observations sont donc décalées de six mois et les points de vues séparés du diamètre de l'orbite terrestre.

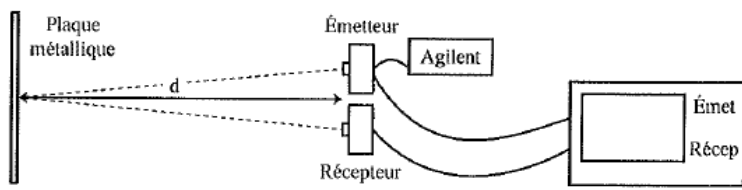
Le cerveau utilise également la parallaxe pour se repérer en trois dimensions et estimer la distance aux objets.

L'inconvénient de la parallaxe est de nécessiter deux mesures et donc d'être relativement lente à mettre en place. Nous allons maintenant voir une méthode plus adaptée à la mesure de distance usuelles.

2 Télémétrie acoustique

Bibliographie Aucun livre, notice du thermomètre, des émetteurs et récepteurs.

Un émetteur d'onde ultrasonore émet un signal qui est réfléchi par l'objet dont on veut mesurer l'éloignement. On détecte l'écho en retour et on déduit du temps de propagation la distance à l'objet.



Protocole expérimental

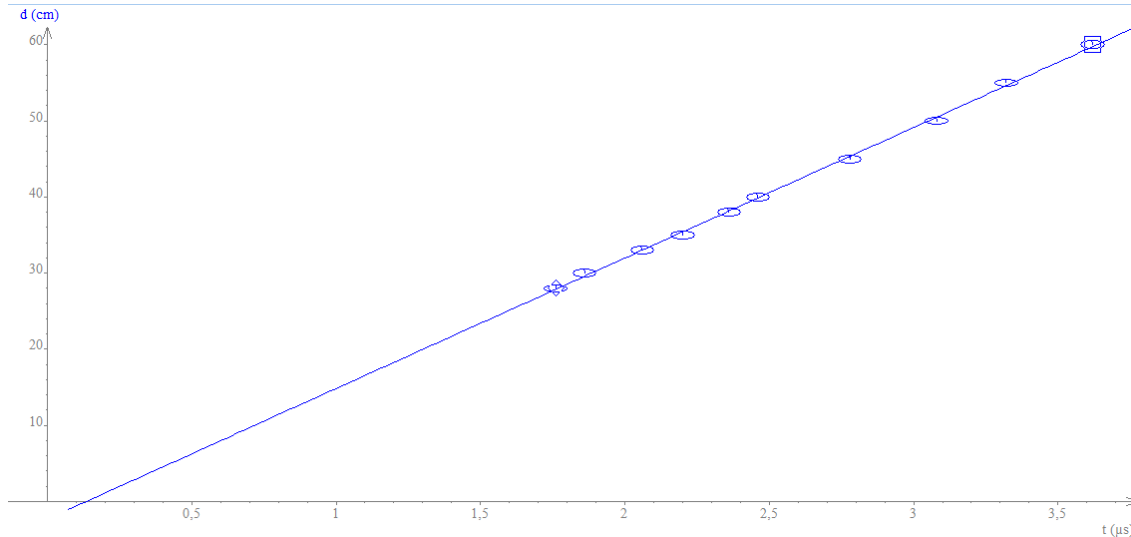
- On place côte-à-côte émetteur et récepteur et on place à une distance d une plaque.
- On alimente l'émetteur par une tension en "Burst" de fréquence $f = 40.8 \text{ kHz}$, correspondant à la fréquence de résonnance du récepteur, chacun étant séparés de 10 ms pour éviter une confusion des signaux d'écho.
- On repère à l'oscilloscope la réception du signal. On mesure, en fonction de la distance d mesurée à la règle, le temps Δt de retard, à l'aide des curseurs de l'oscilloscope.

Chaque mesure de d est faite avec une incertitude correspondant à une demi-graduation de la règle utilisée, soit 0.5 cm. L'incertitude sur le temps résulte du repérage du début du signal de réception : on choisit $0.04 \mu\text{s}$. On trace alors d en fonction de Δt . On modélise par une droite affine, l'ordonnée à l'origine résultant du temps de réponse des détecteurs et de l'écart entre émetteur et récepteur. Il y a une erreur sur ce que l'on mesure : l'émetteur et le récepteur ne sont pas au même endroit mais distants transversalement de 7 cm. En appliquant le théorème de Pythagore, on obtient une erreur négligeable sur l'estimation de la distance.

La pente de cette droite est :

$$c/2 = 171 \pm 4 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{soit} \quad c = 342 \pm 8 \text{ m.s}^{-1}$$

1. Cette formule d'incertitude, bien que compliquée, est nécessaire car l'incertitude augmente beaucoup au fur et à mesure que l'on se rapproche de $\pi/2$: le jury a d'ailleurs souhaité que ce problème soit mentionné pendant l'oral, avec notamment ses implications en astronomie.



On compare cette valeur à celle attendue dans l'hypothèse du gaz parfait :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = 344 \pm 1 \text{ m.s}^{-1}$$

L'incertitude sur la température étant celle fournie par le constructeur, disponible dans la notice du thermomètre.

Le principe de la télémétrie est utilisé pour la conception de sonars, sert au chauve-souris pour se repérer, mais est aussi utilisé de manière beaucoup plus commune pour des relevés de terrains. Un tel dispositif est disponible dans la collection au p 96.49. Le principe est exactement le même pour les télémètres lasers, qui mettent en oeuvre les ondes lumineuses. Cela a par exemple permis la mesure de la distance Terre-Lune de manière très précise lors du programme Apollo.

3 Mesure interférentielle de l'épaisseur d'une lame de microscope

Bibliographie [3] pour le réglage de l'interféromètre. [4] pour l'explication au sujet de la dispersion du verre. Notice des lames minces de verre.

On va utiliser le caractère ondulatoire de la lumière pour déterminer l'épaisseur d'une lame mince de microscope. On place dans la configuration coin d'air l'interféromètre de Michelson. Au voisinage d'une différence de marche nulle entre les deux bras de l'interféromètre, on observe un système de franges colorées puis un blanc d'ordre supérieur résultant de la superposition de différentes longueurs d'onde interférant constructivement.

Une première méthode pour obtenir l'épaisseur de la lame mince de verre consiste à compenser le déphasage pour retrouver les franges. Au vernier, on obtient :

$$d = e(n - 1) =$$

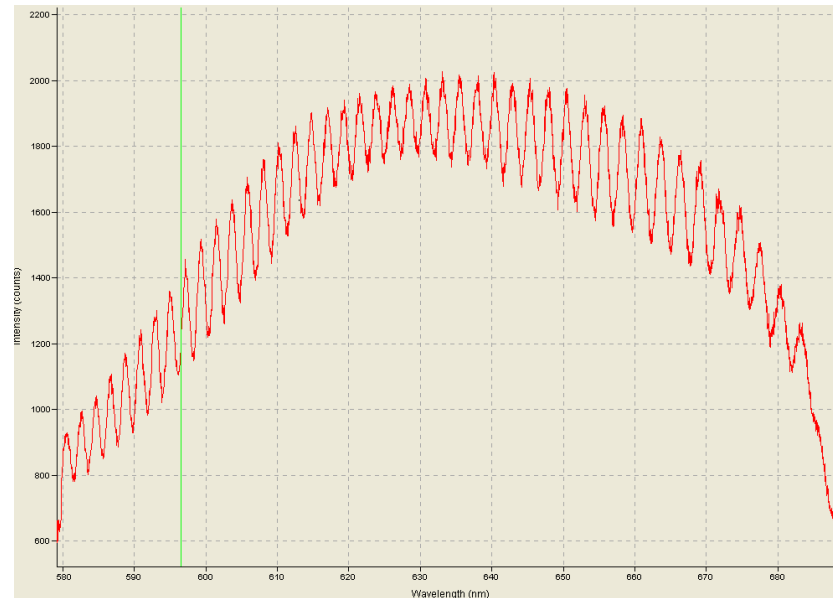
Or on constate que l'aspect des franges a changé. L'origine de ce changement est le caractère dispersif du verre. La méthode précédente permet d'obtenir un résultat qui est faussé de 10% environ². De plus, le protocole utilise la vis micrométrique de l'interféromètre de Michelson, qui a la précision d'un Palmer.

On utilise donc une autre méthode.

2. Le jury insiste sur le fait qu'il n'est pas pertinent de déterminer l'épaisseur d'une lame si on ne connaît pas précisément l'indice de celle-ci.

On place la lame sur un des bras de l'interféromètre de Michelson. On place le spectromètre OceanOptics HR4000 au niveau de l'endroit où était la frange centrale blanche. On fait l'analyse de ce spectre.

Le spectre obtenu est le suivant :



Les franges lumineuses correspondent à :

$$p_1 \lambda_1 = 2 (n(\lambda_1) - 1) e$$

$$p_2 \lambda_2 = 2 (n(\lambda_2) - 1) e$$

On choisit deux longueurs d'onde voisines pour avoir $n(\lambda_1) \approx n(\lambda_2) \approx n(\lambda_m)$. Ainsi :

$$e = (p_2 - p_1) \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \frac{1}{2(n(\lambda_m) - 1)}$$

On repère :

$$\lambda_1 = \quad \quad \quad \lambda_2 = \quad \quad \quad p_2 - p_1 =$$

La notice des lames de microscope indique que le verre est de type borosilicaté B253, et un tableau d'indice nous fournit l'indice optique pour différentes raies spectrales connues.

raie bleue du mercure 436 nm	1.5354
raie bleue du cadmium 480 nm	1.5305
raie bleue de l'hydrogène 486 nm	1.5300
raie verte du mercure 546 nm	1.5255
raie jaune de l'hélium 588 nm	1.5231
centre des deux raies du sodium 589 nm	1.5230
raie rouge du cadmium 643 nm	1.5209
raie rouge de l'hydrogène 656 nm	1.5204

On choisit ici la longueur d'onde la plus proche des longueurs utilisées pour l'exploitation du spectre cannelé.

L'incertitude sur la longueur d'onde vient de l'analyse du spectre cannelé : la résolution est de 1 pixel, correspondant à 0.10 nm. L'incertitude liée à l'hypothèse sur l'indice est beaucoup plus faible : environ 0.05%.

Certaines lames sont d'épaisseur assez variables en fonction de l'endroit où on se place. L'analyse du spectre cannelé est ainsi lié de près au positionnement de la lame de verre. Il est à noter que certaines induisent un coin d'air parasite, pouvant aboutir à la rotation du système de franges.

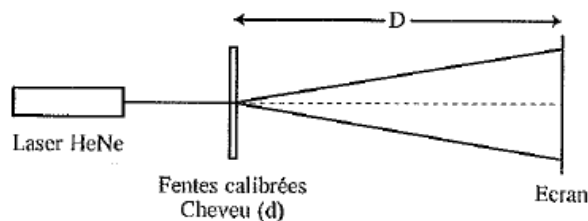
Cela nous permet d'entrevoir l'intérêt des mesures interférométriques, qui sont très employées dans l'industrie pour vérifier l'absence de défauts jusqu'à des longueurs très petites, et ainsi de les corriger, car ces méthodes présentent l'intérêt supplémentaires d'être non destructives.

4 Mesures de longueurs par diffraction

4.1 Mesure de l'épaisseur d'un cheveu

Bibliographie [3] pour tout.

On utilise une fois de plus les propriétés ondulatoires de la lumière, via le phénomène de diffraction. On constitue le montage suivant :

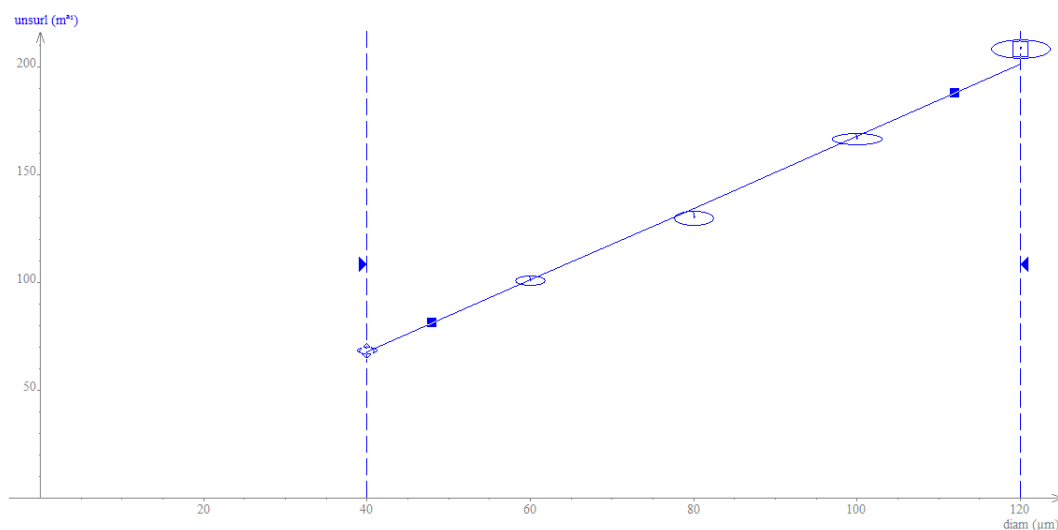


Le fil est placé sur la course du faisceau laser. On assimile le fil à un rectangle occultant qui diffracte le faisceau laser. La loi de la diffraction de Fraunhofer nous donne l'expression de l'interfrance i en fonction de l'épaisseur du fil :

$$i = \frac{\lambda D}{d}$$

Exéprience Pour différents fils calibrés de diamètre connus, on mesure la longueur correspondant à dix interfranges à la règle graduée. On trace l'interfrange en fonction du diamètre. Cela constitue la courbe d'étalonnage. On s'en sert pour déterminer l'épaisseur d'un cheveu de diamètre inconnu.

L'incertitude sur la largeur des fils est donnée sur les diapositives, elle est de 3%. Celle sur la mesure de l'interfrange résulte du repérage de l'endroit sombre et est variable en fonction de la mesure effectuée. On obtient alors les résultats suivants :



On en déduit alors la pente de la droite d'étalonnage :

$$(1.67 \pm 0.18) \times 10^6 \text{m}^{-2}$$

Que l'on compare à la valeur attendue :

$$\frac{1}{\lambda D} = 1.77 \times 10^6 \text{m}^{-2}$$

On place alors le cheveu sur la course du laser, de l'interfrange, on déduit le diamètre du cheveu :

$$d_c =$$

Il est difficile de faire une autre mesure de ce diamètre, car le cheveu est un matériau souple : une mesure au Palmer est impossible.

4.2 Mesure du paramètre de maille du graphite

Bibliographie [2] pour des rappels théoriques, sinon la notice du dispositif suffit.

La diffraction permet aussi d'étudier la structure des cristaux. Il y a à l'ENS un dispositif permettant l'étude de la diffraction d'électrons par une poudre de graphite. J'avais fait les mesures en préparation mais je n'ai pas eu le temps de présenter cette partie le jour J. Le mode opératoire est détaillé dans la notice du dispositif et le principe de l'expérience très bien expliqué dans le montage de 2014.

Conclusion

Nous avons illustré des méthode de mesures de longueurs sur des échelles très variées. On a ressorti des éléments essentiels du processus de mesure : on se réfère toujours, directement ou indirectement, à un étalon (distance entre les goniomètres, étalonnage, longueurs d'onde d'une radiation,...). Cette façon de procéder est générale en métrologie, quelque soit la grandeur mesurée. Cela nous permet de comprendre l'importance du système d'unité dans lequel on travaille, et son caractère arbitraire.

Questions posées

La séance de questions dure 20 minutes le jour J : c'est assez court. Il faut mieux répondre de manière assez concise pour ne pas frustrer le jury qui aurait aimer poser plus de questions... En montage, les questions portent essentiellement sur les manipulations effectuées, il y a rarement de questions théoriques. Le jury m'a posé ces questions :

- Réexpliquer comment aligne t-on des goniomètres.
- Remarques sur les incertitudes sur les angles et le résultat final.
- Pourquoi le signal reçu est-il étalé ?
- Principe de la mesure de température.
- Nature des émetteur et des récepteurs, ordre de grandeur de leur facteur de qualité.
- Expliquer le choix du Burst.
- Réexpliquer la formule permettant l'exploitation du spectre cannelé.

Le jury n'a pas, par manque de temps, posé de questions sur les deux dernières expériences.