MP26 – Mesure de longueur

21 janvier 2016

Maxime Lombart & Sophie Michel

Dans la vie, y'a pas de grands, y'a pas de petits. La bonne longueur pour les jambes, c'est quand les pieds touchent par terre.
Coluche

Commentaires du jury

2015 : Des mesures de longueurs dans une large gamme sont appréciées et là encore les candidats ne doivent pas se contenter du réglet comme outil de mesure. Par ailleurs, la mesure d'une longueur de cohérence n'a pas en soi sa place dans ce montage.
2014 : Ce montage n'est ni un montage de spectroscopie, ni un montage de focométrie ; en particulier, la mesure de longueurs d'ondes en tant que telle ne semble pas indiquée. On peut en revanche discuter des méthodes de mesure de longueurs adaptées à grande et à petite échelle. Rappelons que des objets micrométriques peuvent être mesurés avec un instrument optique adapté.
2013 : Il est dommage de voir tant de montages à prétention métrologique où les incertitudes sont très mal gérées. Lors d'utilisation de « boites noires », il est indispensable de connaître leur fonctionnement.
2012 : Le jury a pu assister à des montages variés et bien structurés, balayant les diverses échelles de longueurs, de l'infiniment petit à l'infiniment grand. Cependant, les incertitudes, malgré leur importance dans ce montage, sont souvent très mal gérées et mal hiérarchisées.
2009 : Il est inutile d'utiliser un interféromètre de Michelson pour déterminer la différence de marche engendrée par une lame de microscope si on cherche à déterminer son épaisseur avec un indice peu précis !
2005 : Les appareils de mesure traditionnels (palmer, mètre-ruban) permettent de vérifier les valeurs obtenues par des méthodes dont on cherche à illustrer le principe.

Bibliographie

- ✍ *Capes expérience physique*, **Duffait** ⟶ mesures avec émetteur récepteur ultrason + diffraction par un fil
- ✍ *HandBook*, ⟶ valeur de la célérité du son
- ✍ *Optique expérimentale*, **Sextant et Duffait** ⟶ expériences avec Michelson
- ✍ *notice des lames mince P16.32 (cf sur pc)* ⟶ tableau des indices optiques selon différentes raies

Table des matières

1 Mesures à l'échelle du mètre **2**
1.1 Télémétrie acoustique 2

2 Mesure à l'échelle micrométrique **3**
2.1 Mesure de l'épaisseur d'une lame mince de microscope 3
2.2 Mesure de l'épaisseur d'un cheveu par diffraction 5

3 Mesure de longueur à l'échelle du picomètre **6**

Introduction

La problématique de la mesure de longueur est sans doute la plus ancienne existant en physique expérimentale. Pour se repérer sur Terre et dans l'univers, l'Homme a du faire des mesures de longueurs, de distances pour élaborer par exemple des cartes géographiques, de plans. Au début, l'Homme utilisait ses parties du corps comme unité de longueur. Mais il s'est alors posé le problème d'une référence universelle de longueur. Plusieurs unités de longueur se sont succédées dans l'histoire comme notamment la longueur d'un étalon définissant le mètre.

Aujourd'hui, le mètre est l'unité de longueur de référence, définie par la Bureau de Poids et Mesure en 1983, comme la distance parcourue par la lumière dans le vide en 1/299 792 458 seconde. Pour exprimer des mesures effectués à différentes échelles, on utilise des multiples et des sous-multiples du mètre.

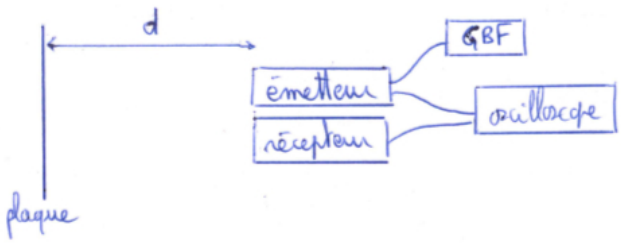
Ce montage va nous permettre d'illustrer différentes techniques de mesures de longueurs allant des grandes échelles aux petites échelles.

1 Mesures à l'échelle du mètre

Nous allons nous intéressé à une technique utilisant des ondes ultrasonores qui permet de mesurer des longueurs de l'ordre du mètre : le télémètre acoustique.

1.1 Télémétrie acoustique

Principe : un émetteur d'onde ultrasonore émet une onde qui est réfléchie par un objet dont on souhaite mesurer l'éloignement. On détecte ensuite la réflexion de l'onde à un temps ultérieur. En connaissant la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu (air ou eau), on en déduit la distance à laquelle se trouve l'objet.



Afin de pouvoir effectuer des mesures de distance avec le télémètre, il est nécessaire de l'étalonner. Cette étape importante consiste à vérifier que la mesure produite par l'équipement à étalonner (ici le télémètre) correspond bien à la valeur attendue obtenue avec l'équipement étalon (le mètre ruban). Cette vérification se fait en générale à l'aide d'une droite d'étalonnage. Nous allons donc poursuivre l'étalonnage de l'appareil, que j'ai commencé en préparation, en mesurant une nouvelle distance de la plaque.

Télémètre à ultrason

✍ Bellier p254

- On positionne côte-à-côte émetteur et récepteur et on place une plaque à une distance d.
- On relie l'émetteur à un GBF (Agilent) afin d'envoyer une impulsion sonore. Pour cela, on utilise la touche pulse et burst du GBF pour envoyer, toutes les 10ms, une impulsion de fréquence 40kHz.
- L'émetteur et le récepteur étant reliés à l'oscilloscope, on repère la réception du signal. On a choisit de mesurer le temps de retard entre le début du signal émis et le début du signal reçu. On relève avec les curseurs le temps Δt de retard.
- On trace ensuite une courbe d'étalonnage pour des distances connu afin de pouvoir mesurer une distance inconnue. Cette courbe permet également de connaître la valeur de la vitesse du son et donc de la vérifier avec la valeur tabulée.
- Pour avoir un signal propre, on relie la borne "trig ext" de l'oscilloscope à celle du GBF. Puis, on moyenne le signal pour diminuer le bruit.

Incertitude :

- Chaque mesure de d est réalisée avec un mètre ruban. On suppose donc une erreur d'une demi graduation sur la mesure, soit $\Delta d = 1$mm. L'incertitude type à 95% est donc $u(d) = 2\sigma = \frac{2\Delta d}{\sqrt{6}} \approx 1$mm.
- L'erreur de mesure sur le temps est du au repérage du début du signal de réception. On a $dt = 0.05\mu$m. L'incertitude type à 95% est donc $u(t) = 2\sigma = \frac{2dt}{\sqrt{3}} \approx 0.05\mu$m.
- Il faut considérer une erreur de mesure du au fait que l'émetteur et le récepteur ne sont pas au même endroit mais séparés d'environ 5cm. En appliquant le théorème de Pythagore, on obtient une erreur négligeable sur la distance.

On trace d en fonction de Δt pour obtenir la droite d'étalonnage. On effectue une régression linéaire pour obtenir le coefficient de la droite et ainsi remonter à la célérité du son, d'après la formule $d = c\frac{\Delta t}{2}$. La pente de la droite est donc

$$c/2 = ... \pm .....\text{m.s}^{-1} \text{ soit } c = ... \pm .....\text{m.s}^{-1}. \quad (1)$$

Si tout se passe bien, la valeur trouvée doit être cohérente avec la valeur tabulée, à la température T de la salle, issu du HandBook. Le télémètre a donc été étalonner, on va pouvoir l'utiliser pour mesurer l'éloignement d'un objet.

On positionne la plaque et on déterminer Δt à l'oscilloscope. On mesure

$$\Delta t = ... \pm 0.05\text{ms}. \quad (2)$$

A l'aide de la droite d'étalonnage, on peut remonter à la distance à laquelle se situe la plaque. En utilisant la formule de propagation des incertitudes, on estime l'incertitude type sur d. Notons $d = c\Delta t/2 = f(c, \Delta t)$. On a donc

$$u(d) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial c}\right)^2 (u(c))^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \Delta t}\right)^2 (u\Delta t)^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 (u(c))^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 (u(\Delta t)^2}. \quad (3)$$

On obtient ainsi comme valeur

$$\boxed{d_{exp} = ... \pm .....m}. \quad (4)$$

Valeur que l'on compare avec celle obtenue par le télémètre commercial qui a une précision de 1% sur la valeur. **Ne pas oublier d'éteindre le GBF pour ne pas perturber le télémètre commerciale**. On obtient

$$d_{com} = ... \pm .....m. \quad (5)$$

Le principe de la télémétrie est utilisé pour la conception des sonars par exemple. C'est exactement le même principe pour le télémètre laser.

Après avoir étudier une technique permettant de faire des mesure de longueur de l'ordre du mètre, poursuivons notre route en entrant dans le monde micrométrique.

2 Mesure à l'échelle micrométrique

On va s'intéresser ici à la mesure de l'épaisseur d'une lame de microscope en utilisant et en comparants deux appareils de mesures que sont le Palmer et l'interféromètre de Michelson.

2.1 Mesure de l'épaisseur d'une lame mince de microscope

A l'échelle micrométrique, il existe des appareils de mesure permettant de faire des mesures directes de longueurs, par exemple le Palmer. Il fonctionne comme un pied à coulisse avec une vis micrométrique.

Première méthode : épaisseur de la lame de verre avec le Palmer

En utilisant le Palmer, on serre la lame jusqu'à ce qu'elle soit fixée sur le Palmer. On considère à ce moment là que l'on peut mesurer l'épaisseur de la lame

L'erreur faite sur la lecture de la vis micrométrique du Palmer est de 1/2 graduation, soit $\pm 5\mu$m. L'écart type dans ce cas est obtenu avec une PDF triangle de largeur 10μm, soit $\sigma = 10/\sqrt{6} \approx 4\mu$m. L'incertitude type à 95% vaut donc $u(e_L) = 8\mu$m. On obtient ainsi comme mesure de l'épaisseur de la lame

$$e_L = ... \pm 8\mu\text{m}. \tag{6}$$

On peut utiliser le caractère ondulatoire de la lumière, avec les interférences, afin de déterminer l'épaisseur d'une lame de microscope. On utilise pour cette expérience un interféromètre de Michelson que l'on règle en coin d'air au contact optique et que l'on éclaire avec de la lumière blanche afin d'observer les teintes de Newton.

Deuxième méthode : mesure à l'aide du vernier de l'interféromètre de Michelson

✍ Duffait p 88 ⏲

Matériel : Lampe QI + filtre anti-calorique, Michelson réglé au contact optique, Lame de microscope + support.

Placer une lamelle de microscope en verre d'épaisseur e_L et d'indice $n \sim 1.5209$ devant l'un des miroirs. Cette lame augmente le chemin optique de la quantité $2(n-1)e_L$. Pour ramener la frange centrale sur sa position initiale, il faut éloigner le miroir de la même quantité, Δe.

On lit alors sur le vernier Δe= ..... mm, donc comme $\Delta e = 2(n-1)e_L$, on trouve

$$\boxed{e_L = ... \pm .....\mu\text{m}} \tag{7}$$

Le a mesure se fait à l'aide d'une vis micrométrique donc on obtient la même précision qu'avec un Palmer. Ainsi, si on n'exploite pas au maximum un appareil de mesure sophistiqué, on n'obtient pas une meilleur précision qu'un appareil relativement simple qu'est le Palmer. Ainsi on va effectuer une mesure de l'épaisseur de la lame de verre en utilisant une autre configuration de l'interféromètre.

Troisième méthode : analyse du blanc d'ordre supérieur à travers la lame mince

✍ ⏲

Matériel : même chose que précédemment, spectromètre Ocean Optics HR4000, fibre optique (adaptée au HR4000).

Placer la lame mince afin d'obtenir sur l'image du miroir les franges irisées sur une moitié et le blanc d'ordre supérieur sur l'autre. On positionne ensuite la fibre optique dans la moitié de l'image où il y a le blanc d'ordre supérieur. On aligne la fibre optique avec la frange centrale. On fait l'analyse de ce spectre avec le spectromètre

On obtient le spectre suivant :

figure

Calcule de l'épaisseur de la lame de verre :
Deux franges brillantes aux longueurs d'ondes λ_1 et λ_2 correspondent à

$$p_1\lambda_1 = 2(n(\lambda_1)-1)e_L, \tag{8}$$
$$p_2\lambda_2 = 2(n(\lambda_2)-1)e_L, \tag{9}$$

avec p_1 et p_2 des entiers qui sont deux ordres d'interférence. On choisit ensuite λ_1 et λ_2 de tel sorte que $n(\lambda_1) \approx n(\lambda_2) \approx n(\lambda_m)$, avec $\lambda_m = \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}$. On en déduit

$$e_L = (p_2 - p_1).\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}.\frac{1}{2(n(\lambda_m)-1)}. \tag{10}$$

A l'aide du spectre on note $\lambda_1 = (..... \pm ....)$nm, $\lambda_2 = (..... \pm ....)$nm et $(p_2 - p_1) = ...$
Un tableau d'indice nous fournit l'indice optique du verre pour différentes raies spectrales connues.

raie jaune de l'hélium 588nm	1.5231
centre des deux raies du sodium 589nm	1.5230
raie rouge du cadmium 643nm	1.5209
raie rouge de l'hydrogène 656nm	1.5204

Incertitude :

- La précision sur les longueurs vient de l'analyse du spectre cannelé, c'est-à-dire que l'on a un résolution de 1 pixel pour le spectromètre, correspondant à 0.10nm. On a donc $\Delta\lambda = 0.10\text{nm}$. On obtient un écart-type $\sigma = \frac{2\Delta\lambda}{\sqrt{3}}$. Ce qui donne une incertitude à 95%, $\boxed{u(\lambda) = 2\sigma \approx 0.1\text{nm}}$
- Le choix pris pour la valeur de l'indice nous amène a considérer une précision Δn d'environ 0.003 afin de pourvoir considérer $n(\lambda_1) \approx n(\lambda_2) \approx n(\lambda_m)$. On obtient un écart-type $\sigma = \frac{2\Delta n}{\sqrt{3}}$. Ainsi l'incertitude 95% est $\boxed{u(n) = 2\sigma \approx 0.003}$

La formule de propagation des incertitudes pour e_L va s'écrire en notant $e_L = f(\lambda_1, \lambda_2, n(\lambda_m))$:

$$u(e_L) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \lambda_1}\right)^2 u(\lambda_1)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda_2}\right)^2 u(\lambda_2)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial n}\right)^2 u(n)^2} \tag{11}$$

On utilise le logiciel GUM pour calculer $u(e_L)$. On obtient donc au final une valeur

$$e_L = (..... \pm .....)\mu\text{m}. \tag{12}$$

Tableau récapitulatif :

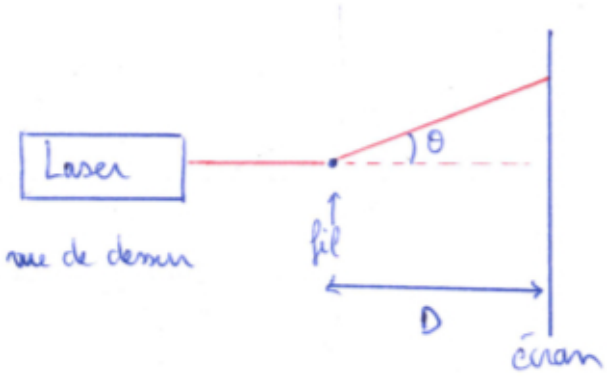
instrument	e_L
Palmer	..... $\pm$ .....μm
Interféromètre de Michelson	..... $\pm$ .....μm
Interféromètre de Michelson + spectromètre	..... $\pm$ .....μm

On observe en comparant les trois mesures effectuer que **la méthode spectroscopique permet d'obtenir une meilleure précision sur l'épaisseur de la lame de verre**. Cependant ce type de lame est généralement d'épaisseur variable en fonction de l'endroit où on se place. Ces variations peuvent être repéré par la déformation des franges après avoir positionner la lame.
Ceci nous montre l'intérêt des mesures interférométrique, qui permettent d'obtenir une bonne précision sur la mesure de longueur petites si l'appareil est utilisé aux maximum de ces capacités. Mais elles sont plus souvent utilisés dans l'industrie pour vérifier précisément la planéité d'un objet et de plus elles sont non destructives contrairement au Palmer.

↓ *On va utiliser cette fois ci le phénomène de diffraction de la lumière, afin de déterminer l'épaisseur d'un objet.*

2.2 Mesure de l'épaisseur d'un cheveu par diffraction

On réalise le montage suivant de la diffraction d'un faisceau laser par un fil.



On place le fil sur la course du laser. Le fil peut être assimilé à un rectangle occultant qui diffracte le faisceau laser. Le théorème de Babinet nous dit que pour deux objets complémentaires, ici une fente et un fil de même largeur, la répartition d'intensité diffracté est la même pour les deux objets. Ainsi, on obtiendra la même figure de diffraction

avec le fil qu'avec la fente. On utilisera donc les mêmes formule issu de la loi de diffraction de Fraunhofer. L'expression de l'interfrange i en fonction de l'épaisseur du fil est

$$i = \frac{\lambda D}{d}, \tag{13}$$

avec l'approximation des petits angles et d l'épaisseur du fil.

Il est nécessaire dans cette expérience d'étalonner le dispositif avec des fils calibrés afin de pouvoir effectuer une mesure en utilisant la courbe d'étalonnage. On fixe la distance D.

Mesure du diamètre d'un cheveu à l'aide d'une courbe d'étalonnage

Matériel : Laser, fils de diamètre connues, écran+papier millimétré, un cheveu.
On se place à une distance D fixée. Pour chaque fil calibré, on détermine la longueur correspondant à 6 interfranges à l'aide du papier millimétré. Ensuite on trace l'interfrange en fonction de l'inverse du diamètre. On obtient la courbe d'étalonnage que l'on va utilisé pour déterminer le diamètre d'un cheveu.

Incertitudes :

- L'incertitude sur le diamètre des fils est données, elle est de 3%.
- L'incertitude sur l'interfrange résulte du repérage des zones sombres sur la figure de diffraction. On mesure la distance de 6 interfranges. A l'aide du papier millimétré, on pointe le début et la fin de chaque intervalle sombre au début du premier interfrange et à la fin du dernier. On effectue la mesure entre les centres des deux intervalles sombres. Ainsi on fait une erreur de mesure de deux fois ±1mm, soit $\Delta i = \pm 2$mm. On obtient donc une incertitude type à 95%, $u(i) = 2\sigma = 2\frac{2\Delta i}{\sqrt{6}} \approx 3$mm.

On trace la courbe d'étalonnage suivante i fonction de $1/d$. La pente de la droite est $a = ... \pm ...\text{m}^{-2}$. Que l'on compare à la valeur attendue : $\frac{1}{\lambda D} = ... \pm .....$
On place donc le cheveu sur la course du laser, on détermine l'interfrange et ainsi le diamètre du cheveu. L'erreur sur i est $\Delta i = ... \pm ....$mm. On en déduit l'incertitude à 95%, $\delta i = 2\sigma = \frac{2\Delta i}{\sqrt{3}} \approx \Delta i$. Comme $\frac{\delta i}{i} = \frac{\delta d}{d}$, on obtient :

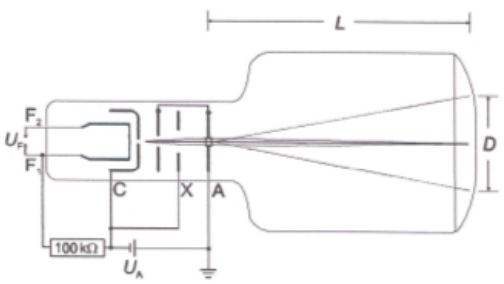
$$\boxed{d_c = ... \pm .....\mu\text{m}}. \tag{14}$$

Il est difficile de pouvoir mesurer le diamètre du cheveu au Palmer car le cheveu est un matériau souple.

Après avoir vu, que des instruments permettaient de mesurer des longueurs de l'ordre du micromètre, nous allons terminer notre voyage en continuant vers l'échelle du picomètre.

3 Mesure de longueur à l'échelle du picomètre

On va s'intéressé à la mesure de longueurs des maille du graphite à l'aide de l'expérience de Debye et Scherrer. Elle permet de mettre en évidence la nature ondulatoire des électrons par diffraction sur un réseau de graphite. Elle permet aussi de déterminer l'écartement des plans réticulaires du graphite avec l'hypothèse de Louis de Broglie pour déterminer la longueur d'onde des électrons, ainsi que la loi de Bragg.
L'expérience de Debye et Scherrer consiste à envoyer sur un échantillon de graphite, un faisceau d'électrons obtenus par extraction à partir d'un filament métallique chauffé. Les électrons sont ensuite détecter sur un écran fluorescent. Les figures de diffraction sont deux cercles concentriques qui correspondent au faisceaux diffractés par les deux différents plans réticulaires du graphite.



Diffraction des électrons sur un réseau de graphite

✍ Notice du canon à électron

Matériel : tube pour la diffraction d'électrons, alimentation associé, lentille, papier millimétré.

- Suivre la notice pour le branchement avec l'alimentation.
- L'alimentation ne doit pas dépassé 5kV.
- On observe sur l'écran deux anneaux concentriques. On projette l'image sur l'écran avec papier millimétré avec une lentille (méthode 4f) pour obtenir la même taille d'image. On a essayé de prendre en photo, mais ce n'était pas exploitable. Il existe peut être une méthode pour améliorer la mesure dees rayons des anneaux.

On peut dans cette expérience appliquer la formule de Bragg pour la diffraction des rayons X par des plans réticulaires :

$$\lambda = 2d\sin(\theta) \approx \frac{dD}{2L} \tag{15}$$

L'équation de de Broglie nous permet de calculer la longeur d'onde des électrons avec $\lambda = \frac{h}{p}$, où h est la constante de Planck et p l'impulsion des électrons. L'énergie électrique est transmise en énergie cinétique aux électrons donc $eU = \frac{p^2}{2m}$, où U est la tension d'accélération, e la charge d'un électron et m sa masse. On obtient donc

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}. \tag{16}$$

Ainsi on en déduit l'équation suivante

$$\frac{1}{D} = d\frac{\sqrt{2meU}}{2hL}. \tag{17}$$

Pour déterminer l'écartement des plans réticulaires, on effectue plusieurs mesures pour différentes valeurs de U. On trace ensuite $\frac{1}{D}$ fonction de $\frac{\sqrt{2meU}}{2hL}$. La pente de la droite nous permet de déterminer la l'écartement de deux plans réticulaires.

Incertitudes :

- L'erreur sur la valeur de la tension est donnée par le constructeur. Elle est de 1% sur la valeur.
- Comme les anneaux ont une certaine épaisseur a, on donne un rayon moyen et on considère l'erreur commise par $\Delta R = \frac{a}{2}$. L'incertitude à 95% est donc $\delta R \approx a/2$.
- On néglige l'incertitude sur L.

courbe

Par régression linéaire, on obtient comme écartements de deux plans réticulaires

$$d_1 = \text{.....} \pm \text{.....pm} \tag{18}$$
$$d_2 = \text{.....} \pm \text{.....pm} \tag{19}$$

Conclusion

Nous avons illustré dans ce montage différentes méthodes permettant d'effectuer des mesures de longueurs sur des échelles allant du mètre au picomètre. On a mis en évidence l'importance de l'étalonnage de l'appareil de mesure en se référant à un étalon, ainsi que l'utilisation maximale des capacités de l'instrument afin d'avoir la meilleur précision possible. Ce type de processus est générale en métrologie, quelque soit la grandeur mesurée. Cela nous permet de comprendre l'importance du système d'unité dans lequel on travaille.

Remarques et commentaires ♡ :