

Montage de physique n° 29

Mesure de longueurs

Helmy CHEKIR – Antoine BOYRON

Références

- Quaranta
- **Sextant**

Rapport de jury

[2011] “Le jury a pu assister cette année à des montages variés et bien structurés. Cependant, les incertitudes, malgré leur importance dans ce montage, sont souvent très mal gérées et mal hiérarchisées.”

[2010] “Il est dommage de voir tant de montages à prétention métrologique où les incertitudes sont très mal gérées.”

[2009] “Il est inutile d'utiliser un interféromètre de Michelson pour déterminer la différence de marche engendrée par une lame de microscope si on cherche à déterminer son épaisseur avec un indice peu précis !”

[2005] “Les appareils de mesure traditionnels (palmer, mètre-ruban) permettent de vérifier les valeurs obtenues par des méthodes dont on cherche à illustrer le principe.”

Plan

PARTIE I – Mesure de longueurs à « l'échelle humaine »

PARTIE II – Mesure de grandes longueurs

- A – Télémètre Laser
- B – Télémètre acoustique

PARTIE III - Mesure de petites longueurs

- A** – Epaisseur d'une lame de verre par interférométrie
- B – Epaisseur d'un cheveu par diffraction
- C – Paramètre de maille du graphite par diffraction d'électrons

Introduction

La problématique de la mesure de longueurs est certainement la plus intuitive et la plus ancienne en physique expérimentale. En effet, la grandeur physique « longueur » est avec la grandeur « temps » la seule grandeur physique fondamentale accessible directement à nos sens. Il me semble cependant que l'on peut relier beaucoup plus facilement la perception de longueur avec la grandeur physique longueur dans le sens où notre corps constitue en lui-même un étalon de longueur (alors que nous n'avons pas de petite horloge dans notre cerveau et que l'on perçoit le temps qui s'écoule seulement en comparant l'évolution de nos perceptions avec un étalon fourni par le monde extérieur : la durée du jour, les saisons... Ainsi lorsqu'on dort, on perd toute notion du temps et rien ne nous indique si on a dormi 5 minutes ou 5 heures). Du moment où l'on admet que notre taille ne varie pas sur la durée où on fait des mesures de longueurs, le corps constitue un bon repère. C'est pourquoi les premières unités de longueurs s'exprimaient comme une comparaison avec une grandeur du corps : le pied, la coudée, la toise, le doigt, le pouce... Dès lors se posent deux problèmes :

- définir un étalon qui *s'affranchisse* des différences entre hommes (on n'a pas tous la même taille de pied)
- définir des *unités faciles* à utiliser

Historiquement, on a d'abord choisi comme étalon un homme en particulier comme un roi, puis comme les rois ne sont pas éternels, il a fallu imposer un objet étalon.

EXPERIENCE : Le mètre étalon de l'ENS. La base.

Le problème que pose cette définition est qu'il faut produire des étalons en plusieurs exemplaires pour pouvoir les utiliser en différents endroits, et ceux-ci ne peuvent pas être identiques. De plus, le temps altère même les meilleurs alliages donc l'étalon varie et les résultats de mesures ne sont alors plus comparables.

Aussi, on définit le mètre aujourd'hui comme la distance parcourue dans le vide par la lumière en $\frac{1}{299\,792\,458}$ seconde. La vitesse de la lumière étant constante par hypothèse et sa valeur étant tabulée, la mesure d'une longueur se ramène dès lors à une mesure de temps, qui est la mesure que l'on arrive à effectuer le plus facilement et avec la meilleure précision.

PARTIE I – Mesure de longueurs à « l'échelle humaine »

La définition du mètre que nous venons de voir est intéressante du point de vue de la métrologie cependant, pour une utilisation quotidienne, il semble malaisé et inopportun de se munir d'un laser et d'un chronomètre pour mesurer la taille d'une feuille de papier. Pour cela on utilise couramment une *règle graduée*. L'avantage de cette mesure est qu'elle est rapide, cependant, il faut connaître les limites de précision de cette technique. Tout d'abord la lecture se fait sur des graduations, donc l'incertitude sur une mesure ne sera pas inférieure à la taille d'une graduation. *Cela pousse à utiliser des règles adaptées à la taille des objets que l'on mesure, et à la précision que l'on souhaite sur cette mesure.*

	Palmer	Règle	Mètre
Gamme de longueur	1µm – 1cm	1cm – 30cm	10cm -10m
Précision	1µm	1mm	1mm

Instruments utilisés habituellement pour faire des mesures à l'échelle humaine

Par exemple, on utilisera notre règle d'écolier pour mesurer des objets dont la taille varie de 1cm à 30cm avec une précision de 1mm. Au delà et jusqu'à 5m ou 10m, il faudra utiliser un *mètre-ruban* mais la précision en sera diminuée (entre 1mm et 5mm selon les conditions de l'expérience).

En dessous du centimètre, on utilisera plus volontiers un *Palmer* si on souhaite avoir une précision qui peut aller jusqu'au centième de millimètre. Le Palmer tire sa précision de la vis micrométrique qui utilise deux « engrenages » avec des pas très légèrement différents de sorte qu'un tour complet de vis corresponde à une translation très faible de la vis.

On comprend dès lors que l'utilisation de tels étalons devient difficile à la fois pour les petites longueurs par rapport au mètre car il faut concevoir et manipuler de tout petits étalons. De plus, pour les grandes longueurs (supérieures à 10m) il devient malaisé de se déplacer d'un bout à l'autre de l'objet à mesurer. Imaginons que l'on souhaite déterminer la distance Terre-Lune. Si on veut utiliser un mètre-ruban, il faudrait demander quelqu'un de le placer sur la Lune (il faut 12ans pour y aller en marchant, même Usai

Bolt mettrait plus d'un an à sa vitesse de pointe...). Il faut donc trouver un système de mesure que l'on peut utiliser sur de grandes distances.

PARTIE II – Mesure de grandes longueurs

A – Télémètre Laser

Comme on vient de le voir, pour mesurer des distances, il faut parcourir tout l'espace entre les deux points qui délimite la longueur que l'on souhaite déterminer. Lorsque les distances deviennent grandes, il faut trouver un moyen de parcourir l'espace à une vitesse élevée. Or l'objet à notre disposition qui se déplace le plus vite n'est autre que le photon.

L'idée ici est de tirer partie de la vitesse de la lumière (on s'intéresse à son caractère corpusculaire) afin de déduire des longueurs à partir de mesures de temps.

EXPERIENCE : Mesure de la longueur d'une fibre optique par télémétrie laser

On utilise le module « mesure de la vitesse de la lumière ». J'illustrerai le principe du télémètre laser sur la détermination expérimentale de la longueur d'une fibre optique de longueur $L \approx 10m$. Cette technique permet d'avoir des temps de trajet plus importants qu'en utilisant une simple réflexion sur un miroir et ce avec un encombrement minimal.

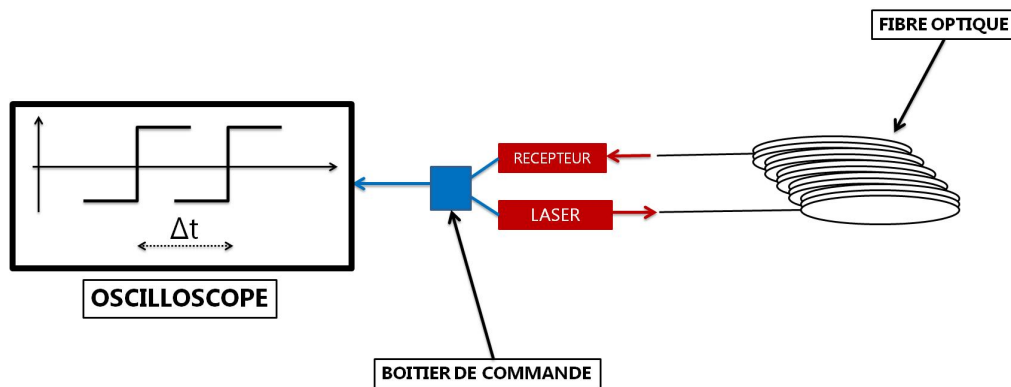


Schéma de la technique de mesure de longueur de fibre optique

Il faut calibrer le système car on ne connaît pas le temps de montée de la photodiode. Pour cela on utilise une fibre optique dont on détermine la longueur au mètre ruban avec une précision de 2mm.

Le Laser est modulé en amplitude avec une fréquence de 500kHz ce qui empêche de travailler avec Synchronie. Les mesures se font donc à l'oscilloscope à l'aide des curseurs :

- Pour la fibre servant à la calibration, on lit : $\Delta t_{calib} = (20 \pm 10) ns$ et on mesure $L : (143,5 \pm 0,5) cm$.

- Pour la fibre de taille inconnue, on mesure : $\Delta t = (\pm 10) ns$

On utilise la valeur donnée par le constructeur pour l'indice optique (on ne connaît pas l'incertitude sur cette valeur).

On en déduit la valeur de la longueur de la fibre : $L = m$

On peut comparer cette valeur à celle évaluée en comptant le nombre de tour d'enroulement et son diamètre moyen. On obtient $L = m$

En général, cette méthode n'est pas utilisée pour mesurer des longueurs de quelques mètres mais plutôt des longueurs de plusieurs kilomètres voire milliers de kilomètres. La mesure effectuée a donc principalement une visée illustrative.

B – Télémètre acoustique

Dans certains milieux comme l'eau, la propagation d'ondes lumineuses sur de grandes distances n'est pas possible à cause de la forte absorption. On peut cependant mettre en œuvre une méthode similaire à celle présentée précédemment mais en utilisant cette fois-ci des *ondes sonores* qui se réfléchissent sur l'objet que l'on pointe. Connaissant la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu, on remonte à la distance par une mesure de temps.

EXPERIENCE : Illustration de l'appareil de télémétrie acoustique (télécommande jaune)

Illustrons cette méthode avec un émetteur et un récepteur à ultra-sons.

EXPERIENCE : Mesure d'une distance par télémétrie acoustique.

La première étape consiste à déterminer la fréquence à laquelle l'émission est la plus forte. Expérimentalement, on trouve une fréquence de 40kHz. La mesure nécessite encore une calibration car on ne connaît pas les positions des micros ni le temps de montée de

capteurs. On va donc repérer la distance entre une origine que l'on choisit arbitrairement et une position que l'on souhaite connaître. On mesurera donc une *différence de longueur* afin de s'affranchir de ces erreurs systématiques.

A titre illustratif, mesurons la copie de l'étalon du mètre à l'aide du télémètre acoustique. On lit à l'oscilloscope un retard du signal $\Delta t_1 = (\pm) \mu s$ et $\Delta t_2 = (\pm) \mu s$ pour les deux positions repérées comme les extrémités de l'étalon.

En prenant la valeur tabulée de la vitesse du son dans l'air à $20^\circ C$, $c = 343, m.s^{-1}$, on déduit $L = (\pm) m$.

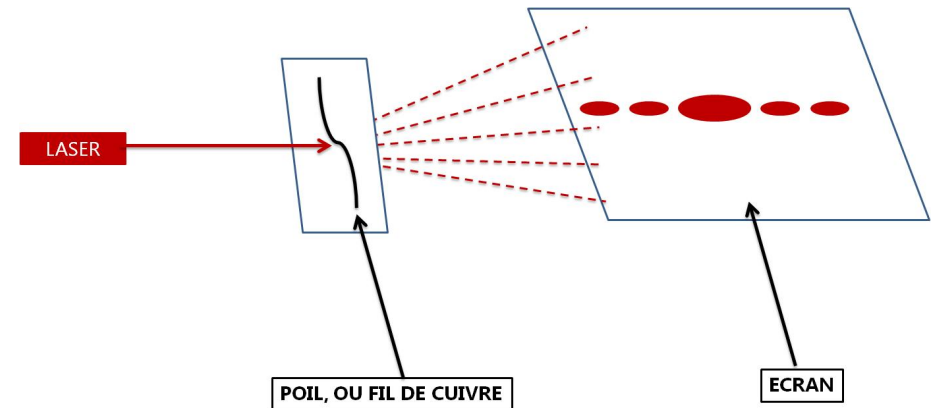
PARTIE III - Mesure de petite longueurs

Pour mesurer des grandes longueurs, on a utilisé une propriété corpusculaire des ondes qui se comportent comme des balles se déplaçant à *vitesse constante* et qui rebondissent sur certaines surfaces (miroirs). On pourrait utiliser la même idée pour mesurer des petites longueurs ($< 10^{-5}m$). Cependant, vu les vitesses de propagation des ondes utilisées, cela reviendrait à mesurer des temps bien plus courts. Cette méthode ne semble donc plus adaptée à la mesure de longueurs inférieures au μm ... De plus, lorsque l'on travaille sur des distances aussi petites, les ondes ne se comportent plus comme des balles mais exhibent de nouvelles propriétés que l'on va exploiter dans la suite.

A – Epaisseur d'un cheveu par diffraction

Une propriété caractéristique des ondes est qu'une limitation spatiale de leur front d'onde entraîne une modification de ce dernier : c'est le phénomène de *diffraction*. Dans le cas des ondes lumineuses et pour un objet diffractant dont la taille est *grande* devant la longueur d'onde, on peut montrer qu'un observateur à l'infini notera un élargissement du faisceau après passage par l'objet diffractant, et la figure de diffraction obtenue sera l'image de l'objet diffractant dans l'espace de Fourier. On peut donc remonter aux caractéristiques géométriques de l'objet diffractant par la connaissance de la figure de diffraction (il faut simplement faire la transformée de Fourier inverse ☺).

Nous illustrerons la technique de mesure de longueur par diffraction par la détermination de l'épaisseur d'un cheveu placé dans le plan focal d'une lentille, éclairé par un faisceau laser.



Mesure du diamètre d'un cheveu par diffraction

On peut employer deux méthodes différentes pour déterminer le diamètre du fil :

- En prenant jeu de fils de cuivre dont on connaît précisément l'épaisseur ($\pm 3\%$) : on mesure l'épaisseur de la tâche centrale de diffraction pour chaque fil au double décimètre puis on établit avec ces mesures une *courbe d'étalonnage*. On réalise strictement la même expérience avec le cheveu (il faut veiller à ne pas déplacer la lentille ou le porte diapositives) et on accède à la valeur de son diamètre en reportant la valeur de la mesure de la tâche centrale de diffraction sur la courbe d'étalonnage. Cette méthode ne nécessite pas de modèle théorique. C'est bien l'avantage d'une courbe d'étalonnage !

On trouve de cette manière l'épaisseur d'un cheveu : $D = (\pm) \mu m$

- On utilise le résultat du modèle de Fraunhofer qui assure que l'on a la relation suivante entre L la largeur de la tâche centrale, f' la focale de la lentille utilisée, λ la longueur d'onde de l'onde incidente et D le diamètre du cheveu : $L = 2\lambda \frac{f'}{D}$. On déduit D de la donnée de f' , λ et de la mesure de L .

On trouve de cette manière l'épaisseur d'un cheveu : $D = (\pm) \mu m$

Ainsi, avec une règle précise au mm près, nous avons pu réussir à mesurer de longues longueurs de l'ordre de la dizaine de μm , soit 100 fois plus faibles !

B – Epaisseur d'une lame de verre par interférométrie

Après avoir mis à profit le phénomène de diffraction, nous allons utiliser une autre propriété fondamentale des ondes : les interférences.

Le protocole présenté permet d'illustrer une méthode de mesure de longueur pour des matériaux ayant des propriétés optiques et géométriques adaptées (il faut que le matériau soit transparent et que l'on connaisse la forme de ses bords).

On souhaite mesurer l'épaisseur d'une lame de verre à face parallèle. Pour cela, on insère cette lame sur le chemin de la lumière empruntant l'un des deux bras d'un interféromètre de Michelson. Cela induit une différence de marche supplémentaire valant : $\delta = 2(n - 1)e$ avec n l'indice de réfraction du verre constituant la lame et e l'épaisseur de cette même lame.

On repère cette différence de marche supplémentaire par le déplacement des franges d'interférences en coin d'air en lumière blanche (les franges d'interférences ne sont alors visibles qu'au voisinage très proche du contact optique, un chariotage de $1\mu m$ fait disparaître les franges : on repère ainsi aisément l'ordre 0). On note le déplacement qu'il faut imprimer au chariot portant le miroir pour retrouver les franges à l'aide du Palmer.

On trouve ici $\delta = (\pm) \mu m$

Pour remonter à la valeur de l'épaisseur de la lame, il faut connaître l'indice optique de celle-ci. J'utilise la valeur du verre borosilicaté D263 d'indice $n = 1.5230$

On en déduit une épaisseur de lame $e = (\pm 1) \mu m$

On peut vérifier cette valeur directement au Palmer. On obtient $e = (\pm 10) \mu m$

Il est à noter que ce protocole de mesure par interférométrie ne permet pas de déterminer l'épaisseur de la lame avec une précision meilleure que la mesure directe au Palmer car la valeur de la différence de marche est obtenue par une lecture sur un Palmer !! Cependant, l'avantage de cette méthode est qu'elle est *rapide* et *non-invasive* ; on peut mesurer l'épaisseur d'une lame au sein d'un dispositif complexe sans avoir à la déplacer et à la manipuler. Cela peut s'avérer utile dans l'industrie, notamment lors d'un contrôle qualité.

C – Paramètre de maille du graphite par diffraction d'électrons

Nous avons exploité les propriétés de la diffraction des ondes lumineuses dans l'expérience de mesure de l'épaisseur du cheveu. Nous avons alors posé une limite à l'utilisation de cette technique : il faut que *la longueur d'onde de l'onde incidente soit très petite devant la taille caractéristique de l'objet diffractant*. Il est dès lors exclu de travailler avec des ondes lumineuses pour déterminer des paramètres de maille cristalline dont l'ordre de grandeur est la centaine de picomètres. Si on veut travailler avec des ondes électromagnétiques, il faudrait utiliser des rayons X durs. Or ce type de rayonnement présente un caractère ionisant pour les tissus humains ce qui rend leur utilisation sujette à précaution.

Pour s'en sortir, nous allons recourir à un autre type d'onde : les *ondes de matière*. En effet, Louis de Broglie a découvert que la matière se comporte comme une onde dont la longueur d'onde est donnée par la relation : $\lambda = \frac{h}{p}$ avec h la constante de Planck et p l'impulsion de la particule.

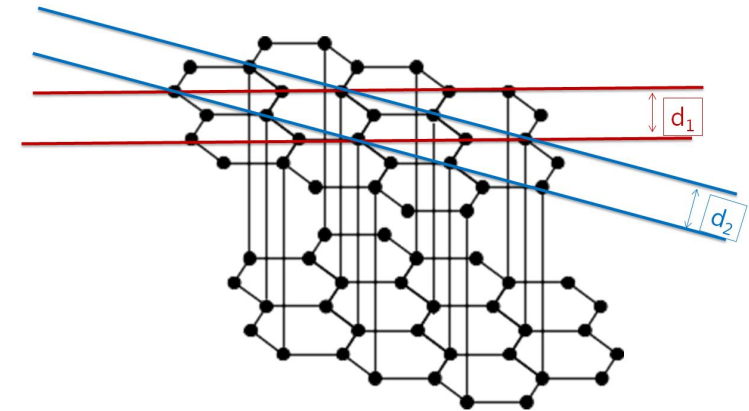


Schéma des plans graphitiques et des longueurs mesurées

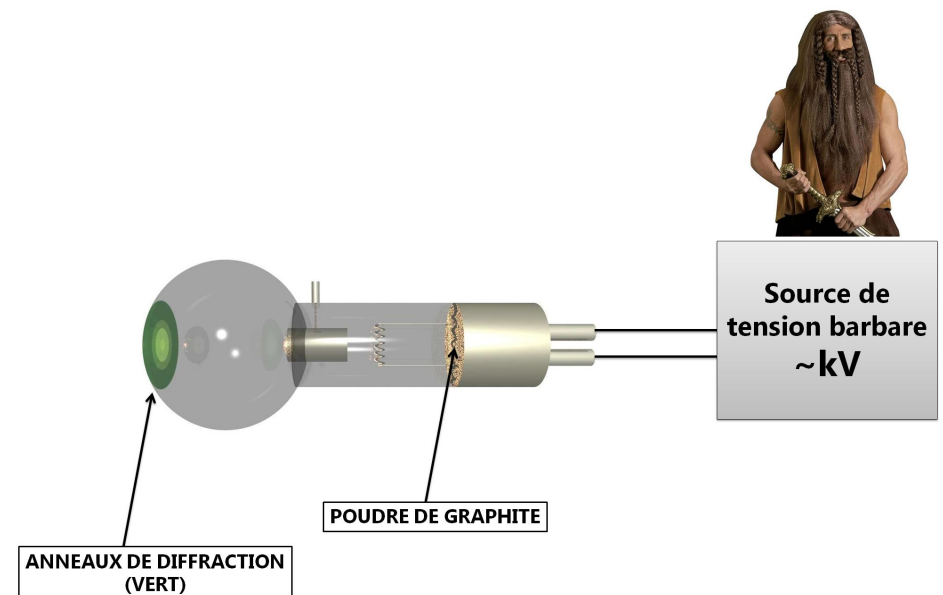


Schéma du montage de diffraction d'un faisceau d'électrons.

Considérons ici des électrons accélérés par une différence de potentiel U . L'énergie électrostatique de ces électrons vaut $E = eU$. Ces électrons auront acquis une impulsion $p = \sqrt{2m_e eU}$. On en déduit la longueur d'onde associée à ces électrons $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}}$.

Pour une différence de potentiel $U = 10kV$, on obtient des électrons dont la longueur d'onde associée vaut $\lambda = 12pm$. Cette longueur d'onde convient très bien pour réaliser des expériences de diffraction sur un cristal car on a $\lambda = 12pm \ll \text{distance entre atomes} \sim 100 pm$.

On dispose pour cela d'un tube possédant un dispositif d'accélération d'électrons préalablement arrachés d'un filament chaud. Le faisceau d'électrons est dirigé sur un échantillon contenant de la *poudre de graphite* et l'observation se fait sur un écran fluorescent (les électrons excitent des molécules qui réémettent un rayonnement visible). On peut vérifier que le faisceau est constitué d'électrons en approchant un aimant du tube et en observant la déviation de la tache centrale.

La figure de diffraction présente deux cercles concentriques dont le diamètre est mesuré à l'aide de papier millimétré collé sur la tête de l'ampoule.

On mesure $R_1 = (\pm) \text{ cm}$ et $R_2 = (\pm) \text{ cm}$.

On relie ces paramètres aux propriétés de la maille de graphite via la relation

$\frac{1}{R} = \frac{\sqrt{2m_e eU}}{L_h} d$. On fait une courbe d'étalonnage en faisant varier le paramètre de contrôle U et on reporte les valeurs sur la courbe d'étalonnage.

On en déduit les paramètres de maille : $d_1 = (\pm) pm$ et $d_2 = (\pm) pm$

On ne peut accéder par cette expérience au paramètre de maille correspondant à la distance entre deux feuillets de graphène car ce paramètre vaut : **335 pm** ce qui conduit à une taille de **blabla cm** sur la figure de diffraction.

On observe ici des cercles alors que la théorie prévoit que la diffraction par un réseau infini conduit à des points sur l'écran. On a en fait ici une suspension de particules de graphite et non un monocristal ce qui induit une répartition aléatoire de l'orientation des plans de graphène et une figure de diffraction invariante par rotation.

Conclusion

Dans ce montage, nous avons exhibé le caractère fondamental des mesures de longueurs dans notre perception de la nature, et *s fortiori* pour le physicien. Cependant, il nous est vite apparu que la mesure de longueur, aussi intuitive soit-elle, doit se ramener à une mesure de temps si l'on veut pouvoir effectuer des mesures avec une précision extrême. C'est ainsi que l'on aboutit à la définition actuelle du mètre. Dans la vie de tous les jours

et pour les mesures allant du micromètre à la dizaine de mètre, on continue d'utiliser de comparaisons à des étalons que sont les règles, Palmer et autres mètres-ruban. Pour de mesures de distances plus importantes, de la dizaine de mètre à la centaine de millier de kilomètre, on mettra à profit le caractère corpusculaire des ondes progressives qui permettent de parcourir de grandes distances rapidement et on se ramène alors à une mesure de temps de vol. A l'autre bout de l'échelle, pour les longueurs les plus courtes, de la dizaine de micromètres à la centaine de picomètres, on utilise les propriétés ondulatoires (diffraction, interférences) du rayonnement électromagnétique, mais aussi de la matière et on se ramène à une comparaison avec un étalon à notre échelle.

